

Семинар 4

- Движение в центральном поле.
- Закон всемирного тяготения.
- Гравитационное поле.
- Космические скорости.
- Законы Кеплера.

Задача 4.1

Найти первую космическую скорость v_1 для Земли, т.е. скорость, которую нужно сообщить телу для того, чтобы оно стало спутником Земли.

Ответ: 7,9 км/с

Задача 4.2

Найти вторую космическую скорость v_2 для Земли, т.е. наименьшую скорость, которую надо сообщить телу для того, чтобы оно могло преодолеть действие земного притяжения и навсегда покинуть Землю. Сравнить v_2 с первой космической скоростью v_1 .

Ответ: 11,2 км/с

Задача 4.3

В каком случае тело удалится на большее расстояние от Земли: а) при запуске вверх по вертикали со скоростью 10 км/с или б) при запуске под углом к горизонту, равным 5° , со скоростью 12 км/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 4.4

- а) Найти потенциальную энергию U тела массы m , находящегося на расстоянии h от земной поверхности. Потенциальную энергию на высоте $h=0$ считать равной нулю.
- б) Получить приближенное выражение для U , справедливое при $h \ll R_3$ (R_3 — радиус Земли).

Ответ: а) $U = mgR_3h/(R_3 + h)$ б) $U \approx mgh$

Задача 4.5

Планета А движется по эллиптической орбите вокруг Солнца. В момент, когда она находилась на расстоянии r_0 от Солнца, её скорость равнялась v_0 и угол между радиус-вектором планеты и вектором скорости составлял α . Найти наибольшее и наименьшее расстояния, на которые удаляется от Солнца эта планета при своем движении.

Ответ:

$$r_{\max/\min} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - (2 - \eta)\eta \sin^2 \alpha}}{(2 - \eta)} r_0, \text{ где } \eta = \frac{r_0 v_0^2}{\gamma M}.$$

Задача 4.6

Однородный шар имеет массу M и радиус R . Найти давление p внутри шара, обусловленное гравитационным сжатием, как функцию расстояния r от его центра. Оценить p в центре Земли, считая, что Земля является однородным шаром.

Ответ: $p(r) = 3(R^2 - r^2)\gamma M^2 / 8\pi R^6$; $p(0) = 1,8 \cdot 10^6$ атм.

Задача 4.7

Считая, что Земля движется по круговой орбите, найти ускорение w , сообщаемое Земле Солнцем. Сравнить w и g .

Ответ: $w = 6,0 \cdot 10^{-4} g = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$