Васильченко Роман Билет 21

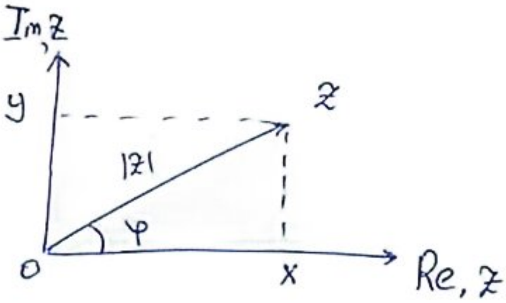
~~1~~ ~~2~~ 3 4 ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~

2.) Комплексное число

$Z = x + iy = |Z| \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$; $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

$Z = x + iy$ x - действит. ~~число~~ часть, а y - мнимая часть
(алгебраическая)

$Z = |Z| \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$
(тригонометрическая)



$|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$Z = |Z| \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$

(показательная)

Формула Эйлера: $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

$Z = x + iy \Rightarrow$

$e^{Z} = e^{x+iy} \Rightarrow$ $Z = |Z| \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $\cos\varphi + i\sin\varphi = e^{i\varphi} \Rightarrow$

$\Rightarrow Z = |Z| \cdot e^{i\varphi}$ (показательная)

5) Ряд Тейлора

$\sin \pi x\sqrt{x}$ $(x-1)$

в точке $x = 1$

$f(x) = \sin(\pi x\sqrt{x})$ $f(1) = 0$

$f'(x) = \frac{3\pi \cdot \sqrt{x} \cdot \cos(\pi x\sqrt{x})}{2}$ $f'(1) = -1{,}5\pi$

$f''(x) = \frac{3\pi \cos(\pi \cdot x\sqrt{x})}{2 \cdot 2\sqrt{x}} - \frac{9\pi^2 \cdot x \sin(\pi \cdot x\sqrt{x})}{4}$ $f''(1) = -\frac{3\pi}{4}$

$f'''(x) = \frac{-27\pi^3 x\sqrt{x}\cos(\pi x\sqrt{x}) - 27\pi^2 \sin(\pi x\sqrt{x})}{8} - \frac{3\pi\cos(\pi x\sqrt{x})}{8x\sqrt{x}}$

$f'''(1) = \frac{3\pi + 27\pi^3}{8}$

$$\sin(\pi x\sqrt{x}) = 0 + \frac{-1{,}5\pi}{1}(x-1)^1 + \frac{-0.75\pi}{2}(x-1)^2 + \frac{3\pi + 27\pi^3}{8 \cdot 6}(x-1)^3 \dots$$

1) Точная верхняя и нижняя грань множества это так называемые максимумы и минимумы множества: $\sup A$ и $\inf A$

$\sup A: \forall a \in A \Rightarrow a \leq p$, где p - $\sup A$.

$\inf A: \forall a \in A \Rightarrow a \geq q$, где q - $\inf A$.

3) $2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{c}+\vec{b}$

Вектора компланарны, т.к.

Вектора компланарны, если среди них не более 2 линейно независимых векторов.

$\overrightarrow{2a}+\vec{b}$ $\quad$ $\vec{c}+\vec{b}$

$\vec{a}+(-\vec{b})$

4) $e = \{1, 1+x, 1+x^2\}$ на $f = \{1-x, 1+x, 1+x+x^2\}$

$$1-x = 1\cdot a_{11} + (1+x)\cdot a_{21} + 1+x^2\cdot a_{31}$$
$$1+x = 1\cdot a_{12} + (1+x)\cdot a_{22} + (1+x^2)a_{32}$$
$$x+1+x^2 = 1\cdot a_{13} + (1+x)\cdot a_{23} + (1+x^2)\cdot a_{33}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow$$ матрица смены базиса.

6) Действия над операторами

1. Сумма линейных операторов (сумма матриц a и b)
2. Произв. линейн. оператора на скаляр (умнож. элемент. матрицы на λ)
3 композиция линейных операторов (произв матриц a и b)

1. $\forall x \in E: Cx = Ax + Bx$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ & & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

2. $$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \lambda = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{bmatrix}$$

7) Односторонние производные – произв вычисляется с одной стороны

$f'(X_{-0})$ и $f'(X_{+0})$ $\quad f'(X_{\pm 0}) = \lim\limits_{X \to X_0 \pm 0} \dfrac{f(X_0+h) - f(X_0)}{h}$

Если существ. $f'(x)$, то существ $f'(X_{+0})$ и $f'(X_{-0})$

Теорема Ферма

Говорит, что в экстремуме $f(X_0)$ $f'(X_0) = 0$

Если ~~в~~ точка x_0 дифференц, ~~то~~ и точка (максимум "для минимума поменять знаки")

$$f'(X_0 - 0) = \frac{f'(X_0+h) - f'(X_0)}{h} \geq 0$$

$$f'(X_0 + 0) = \frac{f'(X_0+h) - f'(X_0)}{h} \leq 0$$

≥ 0 и ≤ 0 $\Longrightarrow$ $\Longrightarrow f'(X_0) = 0$