

Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский
Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашняя работа №6
По дискретной математике
Вариант 76

Выполнил:
Студент группы Р3117
Васильченко Роман Антонович
Преподаватель:
Поляков Владимир Иванович



Санкт-Петербург

2021

6.2. ЗАДАНИЕ 6

СЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

76	0,245	0,786
----	-------	-------

$A = 0,245; B = 0,786.$

1. Формат ΦI (число разрядов мантиссы $m = 12$).

$$A = (0,245)_{10} = (0,3EB)_{16} \cdot 16^0$$

M_A

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1							7	8										19

1 округление к ближайшему

$$B = (0,786)_{10} = (0,C93)_{16} \cdot 16^0$$

M_B

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	1							7	8										19

1 округление к ближайшему

$$X_A = \underline{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0}$$

$$X_B = \underline{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0}$$

$$(X_A - X_B)_{\text{доп.}} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$(X_A - X_B)_{\text{.}} = 0; \ X_C = X_B = 0.$$

а) Оба операнда положительные ($A > 0, B > 0$):

$$M_A = \begin{array}{cccccccccccccc} . & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$M_B = \begin{array}{cccccccccccccc} + & . & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$M_C = \begin{array}{cccccccccccccc} 1. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

C	<div style="display: flex; justify-content: space-between;">01000000010000100000</div>																		
	0	1							7	8									19

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_C} = (1,08)_{16} \cdot 16^0 = (1,08)_{16} = 1,03125.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 1,031 - 1,03125 = -0,00025,$$

где ΔC – абсолютная погрешность;

C_T – точное значение;

C^* – приближенное значение.

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{-0,00025}{1,031} \cdot 100\% = 0,024\%,$$

где δC – относительная погрешность.

б) $A < 0, B > 0$.

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (B);

$$\begin{array}{r}
 2,3) M_B = . \underline{1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0} \\
 \underline{M_A = . 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0} \\
 M_C = 1. \underline{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0}
 \end{array}$$

Результат сложения нормализован.

$$\begin{array}{c}
 C \quad \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\
 \begin{array}{cccccccccccccccccccc}
 0 & 1 & & & & & 7 & 8 & & & & & & & & & & 19
 \end{array}
 \end{array}$$

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (0,8A8)_{16} \cdot 16^0 = (0,8A8)_{16} = 0.541015625.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 0,541 - 0.541015625 = -0,000015625,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{-0,000015625}{0,541} * 100\% = 0,00288\%.$$

в) A>0, B<0.

$$\begin{array}{r}
 2,3) M_B = . \underline{1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0} \\
 \underline{M_A = . 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0} \\
 M_C = 1. \underline{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0}
 \end{array}$$

Результат сложения нормализован.

$$\begin{array}{c}
 C \quad \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \\
 \begin{array}{cccccccccccccccccccc}
 0 & 1 & & & & & 7 & 8 & & & & & & & & & & 19
 \end{array}
 \end{array}$$

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (-0,8A8)_{16} \cdot 16^0 = (-0,8A8)_{16} = -0.541015625.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = -0,541 + 0.541015625 = 0,000015625,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{0,000015625}{-0,541} * 100\% = 0,00288\%.$$

2. Формат Ф2.

$$A = (0,245)_{10} = (0,3EB)_{16} = (0.111110101000)_2 \cdot 2^{-2}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \\
 \begin{array}{cccccccccccccccccccc}
 19 & 18 & & & & & 11 & 10 & & & & & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

$$B = (0,786)_{10} = (0,C93)_{16} = (0,110010010011)_2 \cdot 2^0$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccccc} X_A = & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ X_B = & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline (X_A - X_B)_{\text{доп.}} = & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ (X_A - X_B) = & -2; & X_C = X_B = 0. \end{array}$$

а) Оба операнда положительные ($A>0, B>0$):

$$\begin{array}{r} 2 \\ \overrightarrow{M_A} = \begin{array}{cccccccccccc} . & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \\ + \quad \overrightarrow{M_B} = \begin{array}{cccccccccccc} . & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \\ \hline \overrightarrow{M_C} = \begin{array}{cccccccccccc} 1 & . & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ \rightarrow \\ \mathbf{M}_C = 0.0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 ($X_C = X_C + 1 = 1$).

\mathcal{C}

0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

19 18 11 10 0

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_C} = (0,100001000100)_2 \cdot 2^1 = (1.00001000100)_2 = 1.033203125.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 1,031 - 1.033203125 = -0,002203125,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{-0,002203125}{1,031} * 100\% = 0,21\%.$$

6) $A < 0, B > 0$.

$$\begin{array}{r} \mathbf{M}_B \stackrel{5}{=} . \mathbf{1} \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \mathbf{M}_A = . \mathbf{0} \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \mathbf{M}_C = \mathbf{0} \ . \mathbf{1} \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$

C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
	19	18								11	10										0

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_C} = (0.100010011110_2 \cdot 2^0 = (0.100010011110_2) = 0.53857421875.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 0,541 - 0.53857421875 = 0,00242578125.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{0,00242578125}{0,541} * 100\% = 0,44\%.$$

B) $A > 0, B < 0$.

$$\begin{array}{r} \text{M}_B \stackrel{5}{=} . \underline{1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1} \\ \underline{\text{M}_A = .} \underline{0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1} \\ \text{M}_C = 0 . \underline{1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0} \end{array}$$

Diagram illustrating the structure of the vector C . The vector is represented as a sequence of 20 bits: $1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0$. The bits are grouped into three segments, with indices 19, 18, 11, 10, and 0 indicated below the corresponding bit positions.

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (0.1000100111110_2 \cdot 2^0 = (0.1000100111110_2) = -0.53857421875.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = -0.541 + 0.53857421875 = -0,00242578125.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \frac{-00242578125}{-0.541} * 100\% = 0,44\%.$$