

определить амплитудное значение вынуждающей силы, если резонансная амплитуда  $A_{\text{рез}} = 0,5$  см и частота  $\nu_0$  собственных колебаний равна 10 Гц.

6.73. Амплитуды вынужденных гармонических колебаний при частоте  $\nu_1 = 400$  Гц и  $\nu_2 = 600$  Гц равны между собой. Определить резонансную частоту  $\nu_{\text{рез}}$ . Затуханием пренебречь.

6.74. К спиральной пружине жесткостью  $k = 10$  Н/м подвесили грузик массой  $m = 10$  г и погрузили всю систему в вязкую среду. Приняв коэффициент сопротивления  $r$  равным 0,1 кг/с, определить: 1) частоту  $\nu_0$  собственных колебаний; 2) резонансную частоту  $\nu_{\text{рез}}$ ; 3) резонансную амплитуду  $A_{\text{рез}}$ , если вынуждающая сила изменяется по гармоническому закону и ее амплитудное значение  $F_0 = 0,02$  Н; 4) отношение резонансной амплитуды к статическому смещению под действием силы  $F_0$ .

6.75. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты: 1) на 10%? 2) в два раза? Коэффициент затухания  $\delta$  в обоих случаях принять равным  $0,1\omega_0$  ( $\omega_0$  — угловая частота собственных колебаний).

## § 7. ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ. АКУСТИКА

### Основные формулы

- Уравнение плоской волны

$$\xi(x, t) = A \cos w(t - x/v), \quad \text{или} \quad \xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$

где  $\xi(x, t)$  — смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $\omega$  — угловая частота;  $v$  — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость);  $k$  — волновое число;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  — длина волны.

- Длина волны связана с периодом  $T$  колебаний и частотой  $\nu$  соотношениями

$$\lambda = vT \quad \text{и} \quad \lambda = v/\nu.$$

- Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно  $\Delta x$ ,

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x,$$

где  $\lambda$  — длина волны.

- Уравнение стоячей волны

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \frac{x}{v} \cdot \cos \omega t, \quad \text{или} \quad \xi(x, t) = A \cos kx \cdot \cos \omega t.$$

- Фазовая скорость продольных волн в упругой среде:

в твердых телах  $v = \sqrt{E/\rho}$ , где  $E$  — модуль Юнга;  $\rho$  — плотность вещества;

в газах  $v = \sqrt{\gamma RT/M}$ , или  $v = \sqrt{\gamma p/\rho}$ , где  $\gamma$  — показатель адиабаты ( $\gamma = c_p/c_v$  — отношение удельных теплоемкостей газа

при постоянных давлении и объеме);  $R$  — молярная газовая постоянная;  $T$  — термодинамическая температура;  $M$  — молярная масса;  $p$  — давление газа.

- Акустический эффект Доплера

$$\nu = \frac{v + u_{\text{пр}}}{v - u_{\text{ист}}} \nu_0,$$

где  $\nu$  — частота звука, воспринимаемого движущимся прибором (или ухом);  $v$  — скорость звука в среде;  $u_{\text{пр}}$  — скорость прибора относительно среды;  $u_{\text{ист}}$  — скорость источника звука относительно среды;  $\nu_0$  — частота звука, испускаемого источником.

- Амплитуда звукового давления

$$p_0 = 2\pi\nu\rho v A,$$

где  $\nu$  — частота звука;  $A$  — амплитуда колебаний частиц среды;  $v$  — скорость звука в среде;  $\rho$  — ее плотность.

- Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \dot{\xi}_0^2 = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{\rho v^2} = \rho \omega^2 A^2,$$

где  $\dot{\xi}_0$  — амплитуда скорости частиц среды;  $\omega$  — угловая частота звуковых волн.

- Энергия звукового поля, заключенного в некотором объеме  $V$ ,

$$W = \langle w \rangle V.$$

- Поток звуковой энергии

$$\Phi = W/t,$$

где  $W$  — энергия, переносимая через данную поверхность за время  $t$ .

- Интенсивность звука (плотность потока звуковой энергии)

$$I = \Phi/S.$$

• Интенсивность звука связана со средней объемной плотностью энергии звукового поля соотношением

$$I = \langle w \rangle v,$$

где  $v$  — скорость звука в среде.

• Связь мощности  $N$  точечного изотропного источника звука с интенсивностью звука

$$I = N/(4\pi r^2),$$

где  $r$  — расстояние от источника звука до точки звукового поля, в которой определяется интенсивность.

- Удельное акустическое сопротивление среды

$$Z_S = \rho v.$$

- Акустическое сопротивление

$$Z_a = Z_S/S,$$

где  $S$  — площадь сечения участка акустического поля (например, площадь поперечного сечения трубы при распространении в ней звука).

- Уровень интенсивности звука (уровень звуковой мощности) (дБ)

$$L_P = 10 \lg (I/I_0),$$

где  $I_0$  — условная интенсивность, соответствующая нулевому уровню интенсивности ( $I_0 = 1 \text{ пВт/м}^2$ ).

Кривые уровней громкости

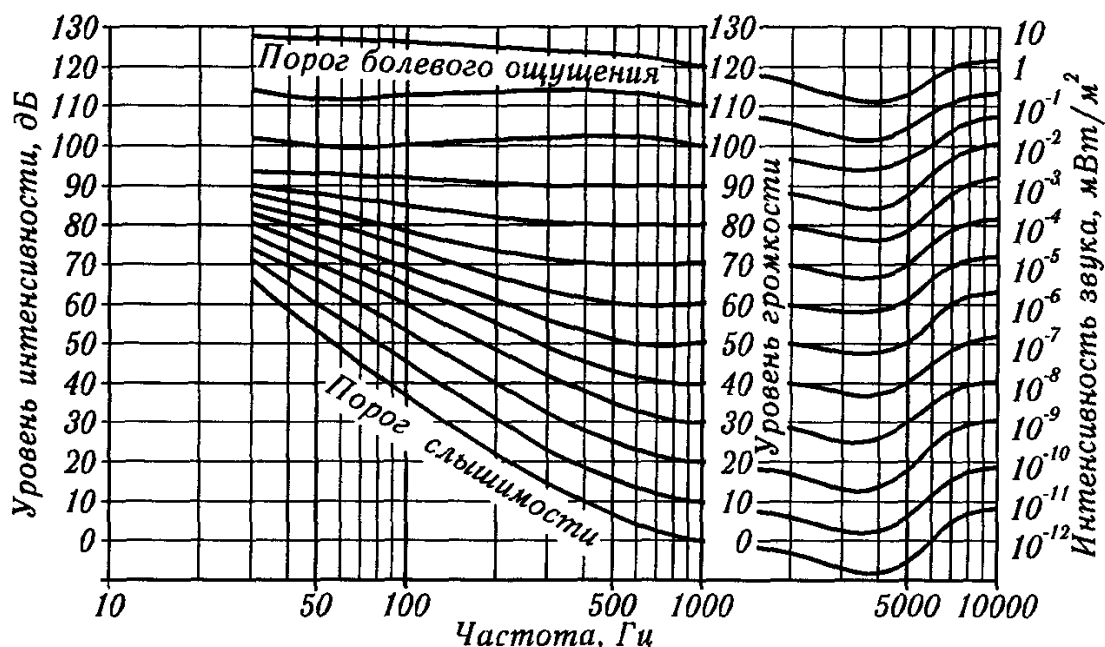


Рис. 7.1

• Уровень громкости звука  $L_N$  в общем случае является сложной функцией уровня интенсивности и частоты звука и определяется по кривым уровня громкости (рис. 7.1). На графике по горизонтальной оси отложены логарифмы частот звука (сами частоты указаны под соответствующими им логарифмами). На вертикальной оси отложены уровни интенсивности звука в децибелах. Уровни громкости звука отложены по вертикальной оси, соответствующей эталонной частоте  $\nu = 1000 \text{ Гц}$ . Для этой частоты уровень громкости, выраженный в децибелах, равен уровню интенсивности в децибелах. Уровень громкости звуков других частот определяется по кривым громкости, приведенным на графике. Каждая кривая соответствует определенному уровню громкости.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью  $v = 15 \text{ м/с}$ . Период  $T$  колебаний точек шнура равен  $1,2 \text{ с}$ , амплитуда  $A = 2 \text{ см}$ . Определить: 1) длину волны  $\lambda$ ; 2) фазу  $\varphi$  колебаний, смещение  $\xi$ , скорость  $\dot{\xi}$  и ускорение  $\ddot{\xi}$  точки, отстоящей на расстоянии  $x = 45 \text{ м}$  от источника волн в момент  $t = 4 \text{ с}$ ; 3) разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях  $x_1 = 20 \text{ м}$  и  $x_2 = 30 \text{ м}$ .