Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Лабораторная работа по дисциплине «Вычислительная математика» №5**

Вариант: 4

Преподаватель:   
Рыбаков Степан Дмитриевич

Выполнил: Васильченко Роман

Группа: Р32081

Санкт-Петербург, 2023г

# Цель работы

# решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

# Листинг программы

# import numpy as np

# import matplotlib.pyplot as plt

# from scipy.interpolate import BarycentricInterpolator

# import math

# def get\_data():

# choice = input("Выберите способ ввода данных (a/b/c): ")

# if choice == 'a':

# n = int(input("Введите количество точек: "))

# x = np.zeros(n)

# y = np.zeros(n)

# for i in range(n):

# x[i], y[i] = map(float, input(f"Введите x[{i}] и y[{i}]: ").split())

# elif choice == 'b':

# filename = input("Введите имя файла с данными: ")

# data = np.loadtxt(filename)

# x, y = data[:, 0], data[:, 1]

# elif choice == 'c':

# func\_choice = input("Выберите функцию (sin/cos): ")

# a, b = map(float, input("Введите начало и конец интервала: ").split())

# n = int(input("Введите количество точек на интервале: "))

# x = np.linspace(a, b, n)

# if func\_choice == 'sin':

# y = np.sin(x)

# elif func\_choice == 'cos':

# y = np.cos(x)

# else:

# raise ValueError("Неверный выбор. Выберите a, b или c.")

# return x, y

# def finite\_difference\_table(x, y):

# n = len(x)

# table = np.zeros((n, n + 1))

# table[:, 0] = x

# table[:, 1] = y

# for j in range(2, n + 1):

# for i in range(n - j + 1):

# table[i, j] = table[i + 1, j - 1] - table[i, j - 1]

# return table

# def lagrange\_interpolation(x, y, x\_val):

# n = len(x)

# result = 0

# for i in range(n):

# term = y[i]

# for j in range(n):

# if j != i:

# term \*= (x\_val - x[j]) / (x[i] - x[j])

# result += term

# return result

# def newton\_interpolation(x, y, table, x\_val):

# n = len(x)

# result = y[0]

# for i in range(1, n):

# term = table[0, i + 1]

# for j in range(i):

# term \*= (x\_val - x[j])

# result += term

# return result

# def stirling\_interpolation(x, y, table, x\_val):

# n = len(x)

# idx = np.argmin(np.abs(x - x\_val))

# if idx + 1 < n / 2:

# idx += 1

# diff = (x\_val - x[idx]) / (x[1] - x[0])

# y\_val = table[idx, 0]

# E = diff

# for i in range(1, n):

# if i < n - 1:

# if i % 2 != 0:

# term = (table[idx, i+1] + table[idx-1, i+1]) / 2

# else:

# term = table[idx, i+1]

# else:

# if i % 2 != 0 and idx > 0:

# term = table[idx-1, i+1]

# else:

# break

# y\_val += E \* term

# E \*= (diff - i) if i % 2 != 0 else (diff + i)

# return y\_val

# def bessel\_interpolation(x, y, table, x\_val):

# n = len(x)

# idx = np.argmin(np.abs(x - x\_val))

# if idx + 1 < n / 2:

# idx += 1

# diff = (x\_val - x[idx]) / (x[1] - x[0])

# y\_val = table[idx, 0] + (diff \* table[idx, 1] + (diff \* (diff - 1) \* (table[idx, 2] + table[idx-1, 2])) / 2) / 2

# E = diff \* (diff - 1) \* (diff - 2)

# for i in range(3, n):

# if i < n - 1:

# if i % 2 != 0:

# term = (table[idx, i+1] + table[idx-1, i+1]) / 2

# else:

# term = table[idx, i+1]

# else:

# if i % 2 != 0 and idx > 0:

# term = table[idx-1, i+1]

# else:

# break

# y\_val += E \* term / (i \* (i - 1))

# E \*= (diff - i) if i % 2 != 0 else (diff + i)

# return y\_val

# def main():

# x, y = get\_data()

# table = finite\_difference\_table(x, y)

# print("Таблица конечных разностей:")

# print(table)

# x\_val = float(input("Введите значение аргумента для интерполяции: "))

# lagrange\_val = lagrange\_interpolation(x, y, x\_val)

# newton\_val = newton\_interpolation(x, y, table, x\_val)

# print(f"Значение функции с использованием многочлена Лагранжа: {lagrange\_val}")

# print(f"Значение функции с использованием многочлена Ньютона: {newton\_val}")

# stirling\_val = stirling\_interpolation(x, y, table, x\_val)

# bessel\_val = bessel\_interpolation(x, y, table, x\_val)

# print(f"Значение функции с использованием схемы Стирлинга: {stirling\_val}")

# print(f"Значение функции с использованием схемы Бесселя: {bessel\_val}")

# interpolator = BarycentricInterpolator(x, y)

# x\_plot = np.linspace(min(x), max(x), 1000)

# y\_plot = interpolator(x\_plot)

# plt.plot(x\_plot, y\_plot, label='Интерполяционный многочлен Ньютона')

# plt.scatter(x, y, color='red', label='Узлы интерполяции')

# plt.plot(x\_plot, np.sin(x\_plot) if 'sin' in str(np.vectorize(y)) else np.cos(x\_plot), label='Исходная функция', linestyle='dashed')

# plt.legend()

# plt.show()

# if \_\_name\_\_ == "\_\_main\_\_":

# main()

# Результаты выполнения программы

# Выберите способ ввода данных (a/b/c): c

# Выберите функцию (sin/cos): sin

# Введите начало и конец интервала: 0 3.14

# Введите количество точек на интервале: 10

# Таблица конечных разностей:

# [[ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 3.41853849e-01 -4.11912484e-02

# -3.62279609e-02 9.32853000e-03 3.24121301e-03 -1.51457533e-03

# -2.08049029e-04 2.07565450e-04 5.82681953e-08]

# [ 3.48888889e-01 3.41853849e-01 3.00662600e-01 -7.74192093e-02

# -2.68994309e-02 1.25697430e-02 1.72663767e-03 -1.72262436e-03

# -4.83578486e-07 2.07623719e-04 0.00000000e+00]

# [ 6.97777778e-01 6.42516449e-01 2.23243391e-01 -1.04318640e-01

# -1.43296879e-02 1.42963807e-02 4.01330796e-06 -1.72310794e-03

# 2.07140140e-04 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 1.04666667e+00 8.65759839e-01 1.18924751e-01 -1.18648328e-01

# -3.33071908e-05 1.43003940e-02 -1.71909463e-03 -1.51596780e-03

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 1.39555556e+00 9.84684590e-01 2.76422585e-04 -1.18681635e-01

# 1.42670868e-02 1.25812994e-02 -3.23506243e-03 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 1.74444444e+00 9.84961013e-01 -1.18405213e-01 -1.04414548e-01

# 2.68483862e-02 9.34623692e-03 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 2.09333333e+00 8.66555800e-01 -2.22819761e-01 -7.75661623e-02

# 3.61946231e-02 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 2.44222222e+00 6.43736039e-01 -3.00385923e-01 -4.13715392e-02

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 2.79111111e+00 3.43350116e-01 -3.41757463e-01 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

# [ 3.14000000e+00 1.59265292e-03 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

# 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]]

# Введите значение аргумента для интерполяции: 1.5

# Значение функции с использованием многочлена Лагранжа: 0.9974949815697561

# Значение функции с использованием многочлена Ньютона: 0.3975661314161619

# Значение функции с использованием схемы Стирлинга: 1.4373739233716878

# Вычислительная часть

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x | y | N варианта | X1 | X2 |
| Таблица 1.4 | 1.05 | 0.1213 | **4** | 1.051 | 1.277 |
| 1.15 | 1.1316 | 9 | 1.562 | 1.362 |
| 1.25 | 2.1459 | 14 | 1.112 | 1.319 |
| 1.35 | 3.1565 | 19 | 1.573 | 1.375 |
| 1.45 | 4.1571 | 24 | 1.146 | 1.289 |
| 1.55 | 5.1819 | 29 | 1.614 | 1.414 |
| 1.65 | 6.1969 | 34 | 1.154 | 1.328 |

# Таблица конечных разностей:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0.1213 | 1.0103 | 0.004 | -0.0077 | 0.0014 | 0.0391 | -0.1478 |
| 2 | 1.1316 | 1.0143 | -0.0037 | -0.0063 | 0.0405 | -0.1087 | 0 |
| 3 | 2.1459 | 1.0106 | -0.01 | 0.0342 | -0.0682 | 0 | 0 |
| 4 | 3.1565 | 1.0006 | 0.0242 | -0.034 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 4.1571 | 1.0248 | -0.0098 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 5.1819 | 1.015 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 6.1969 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

# Вычисления для точки 1:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.1223102999999999

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.1223099039999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.1223097523022999

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.1223097440554613

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.12230983595410724

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.12231000929751683

# Значение функции при X1 = 1.051 по формуле Ньютона: 0.12231000929751683

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.3515460999999999

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.3514394326999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.35156464857859987

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.35155790669208364

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.35155790669208364

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.35155790669208364

# Значение функции при X2 = 1.277 по формуле Гаусса: 0.35155790669208364

# Вычисления для точки 2:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.6385736

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.639417376

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.6389106041344

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.6389301378863105

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.6389912394622862

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.6389884678572951

# Значение функции при X1 = 1.562 по формуле Ньютона: 0.6389884678572951

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.43776160000000014

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.4375168672000001

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.4379964376576001

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.4378893279797249

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.4378893279797249

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.4378893279797249

# Значение функции при X2 = 1.362 по формуле Гаусса: 0.4378893279797249

# Вычисления для точки 3:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.18393860000000006

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.18392917600000006

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.18392667251440006

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.18392656418175046

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.1839275868264866

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.18392927998092895

# Значение функции при X1 = 1.112 по формуле Ньютона: 0.18392927998092895

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.39414669999999996

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.3939784942999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.39424124978779995

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.39420509555462774

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.39420509555462774

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.39420509555462774

# Значение функции при X2 = 1.319 по формуле Гаусса: 0.39420509555462774

# Вычисления для точки 4:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.6496868999999998

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.6505718159999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.6500215973540998

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.6500439062191973

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.6501205419512779

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.6501138791505711

# Значение функции при X1 = 1.573 по формуле Ньютона: 0.6501138791505711

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.45094750000000006

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.45067693750000004

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.45123963437500003

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.451099371484375

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.451099371484375

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.451099371484375

# Значение функции при X2 = 1.375 по формуле Гаусса: 0.451099371484375

# Вычисления для точки 5:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.21828879999999987

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.21828726399999987

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.21828695649279986

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.21828694508707827

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.21828704192491344

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.2182871898099094

# Значение функции при X1 = 1.146 по формуле Ньютона: 0.2182871898099094

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.3637176999999999

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.3635947822999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.36375270828979994

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.36374042608080376

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.36374042608080376

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.36374042608080376

# Значение функции при X2 = 1.289 по формуле Гаусса: 0.36374042608080376

# Вычисления для точки 6:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.6911092

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.692155984

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.6914225024512

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.6914577095655424

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.6916189682084062

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.6915799559896191

# Значение функции при X1 = 1.614 по формуле Ньютона: 0.6915799559896191

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.4905052

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.49014964479999995

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.49101727636479997

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.49073352532602876

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.49073352532602876

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.49073352532602876

# Значение функции при X2 = 1.414 по формуле Гаусса: 0.49073352532602876

# Вычисления для точки 7:

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Ньютона: 0.22637119999999988

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Ньютона: 0.2263728639999999

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Ньютона: 0.2263731715071999

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Ньютона: 0.2263731824656383

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Ньютона: 0.22637309187379356

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Ньютона: 0.22637295626683798

# Значение функции при X1 = 1.154 по формуле Ньютона: 0.22637295626683798

# Промежуточный результат после шага 1 формулы Гаусса: 0.4032754000000001

# Промежуточный результат после шага 2 формулы Гаусса: 0.4030923092000001

# Промежуточный результат после шага 3 формулы Гаусса: 0.4033935479984001

# Промежуточный результат после шага 4 формулы Гаусса: 0.4033466921530209

# Промежуточный результат после шага 5 формулы Гаусса: 0.4033466921530209

# Промежуточный результат после шага 6 формулы Гаусса: 0.4033466921530209

# Значение функции при X2 = 1.328 по формуле Гаусса: 0.4033466921530209

# Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы я рассмотрел и реализовал методы интерполяции Ньютона и Гаусса для заданной таблицы данных. Интерполяция позволяет нам предсказывать значения функции в промежуточных точках на основе имеющихся данных. С помощью разработанной программы мы вычислили приближенные значения функции для заданных аргументов с использованием методов Ньютона и Гаусса. Было проведено сравнение результатов, полученных разными методами. Результаты показали, что оба метода могут быть эффективно использованы для интерполяции, но их точность может зависеть от конкретной функции и распределения данных. Эта работа подчеркивает важность выбора подходящего метода интерполяции в соответствии с требованиями конкретной задачи.