

Sistemas Digitales

Sistemas de Numeración y Aritmética Binaria

Índice

- **Sistemas de Numeración**
- Aritmética binaria sin signo
- Aritmética con signo
- Otras codificaciones
- Errores y precisión

¿Qué es el Sistema Decimal?

El Sistema Decimal es el sistema numérico más utilizado en todo el mundo. Se basa en una base numérica de diez (0..9), lo que significa que utiliza diez dígitos diferentes para representar números. Los dígitos del sistema decimal son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

En el sistema decimal, cada posición en un número tiene un valor que es diez veces mayor que la posición anterior. Empezando desde la derecha, la primera posición tiene un valor de 1, la segunda posición un valor de 10, la tercera un valor de 100, la cuarta un valor de 1,000 y así sucesivamente. Esta estructura de potencias de diez facilita la representación y manipulación de números en la vida cotidiana.

Para ilustrar esto, considere el número decimal "253". En este caso, el dígito más a la derecha representa unidades (3), el siguiente representa decenas (5), y el dígito más a la izquierda representa centenas (2). Si sumas estos valores, obtendrás $2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$, que es igual a $200 + 50 + 3$, lo que da como resultado el número decimal 253.

El Sistema Decimal es ampliamente utilizado en situaciones cotidianas, como en la contabilidad, la medición, el comercio, y en casi todos los aspectos de la vida diaria. También es el sistema de base utilizado en matemáticas y en la mayoría de las calculadoras y computadoras cuando se trata de la representación de números en la interfaz de usuario.

Sistema de numeración decimal

- 0-9 representan una cantidad.
- El dígito más a la derecha representa las unidades (peso 1)
- Más dígitos si queremos una cantidad superior, decenas (peso 10), centenas (peso 100). En general, peso 10^i

$$\begin{aligned} 75438 &= 7 \times 10000 + 5 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 8 \times 1 \\ &= 7 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,3564 &= 3 \times 0,1 + 5 \times 0,01 + 6 \times 0,001 + 4 \times 0,0001 \\ &= 3 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

¿Qué es el Sistema Binario?

El Sistema Binario es un sistema numérico que utiliza sólo dos dígitos: 0 y 1.

A diferencia del sistema decimal, como se ha visto, que emplea diez dígitos (0 al 9), el sistema binario se basa en una representación numérica que se asemeja a la forma en que las computadoras y otros dispositivos electrónicos entienden y almacenan información.

El término "binario" proviene de la palabra latina "binarius", que significa "de dos en dos" o "doble". En este sistema, cada dígito tiene un valor que se duplica en función de su posición en el número, de derecha a izquierda. Esto significa que el dígito más a la derecha tiene un valor de 1, el siguiente tiene un valor de 2, el siguiente 4, luego 8, 16, 32, y así sucesivamente. Este patrón de duplicación continua es fundamental para comprender cómo funciona el sistema binario.

Para ilustrar esto, considere el número binario "101". En este caso, el dígito más a la derecha representa 1, el siguiente representa 2 y el siguiente 4. Si sumas estos valores, obtendrás $4 + 0 + 1$, que es igual a 5. Por lo tanto, el número binario "101" equivale al número decimal 5.

El Sistema Binario es esencial en la informática y la electrónica debido a la simplicidad de su implementación en circuitos electrónicos. Los dispositivos electrónicos, como las computadoras, utilizan internamente el sistema binario para representar y procesar datos. Cada interruptor, componente o unidad de almacenamiento puede tener dos estados: encendido (1) o apagado (0), lo que facilita la transmisión y manipulación de información.

En resumen, el Sistema Binario es un sistema numérico fundamental que utiliza sólo dos dígitos, 0 y 1, para representar información. Su simplicidad y su capacidad para representar datos electrónicamente lo convierten en el pilar de la informática y la electrónica moderna.

Sistema de numeración binario

- 0-1 representan una cantidad.
- Los pesos en este caso son potencia de 2 (base 2). En general, peso 2^i

$$1100 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

¿Equivalente decimal?

$$= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 12$$

TABLE 2-2

Binary weights.

Positive Powers of Two (Whole Numbers)									Negative Powers of Two (Fractional Number)					
2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
256	128	64	32	16	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64
									0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625

Contar en binario

- En decimal, cuando llegamos al valor máximo del dígito (9) pasamos a 0 y sumamos 1 al siguiente dígito (19→20, 99→100).
- En binario, cuando llegamos al valor máximo del dígito (1) pasamos a 0 y sumamos 1 al siguiente dígito (01→10, 011→100).

TABLE 2-1

Decimal Number	Binary Number			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Conversión de un número en decimal a binario

Método 1

Conversión decimal a binario: Método de la suma de pesos

- Reconocer las potencias de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 ...)
- Separar el número decimal a convertir en suma de dichas potencias.

Algoritmo:

1. Empiezo por la inmediatamente inferior al número (ej: 134 → 128, 126 → 64)
2. Resto esa potencia y tomo el resultado (ej: 134 - 128 = 6)
3. Repito 1 y 2 con el resultado hasta que obtenga el número.
4. Paso los números a potencias de 2. (ej: 128 = 2⁷)
5. Pongo un 1 en esas posiciones y un 0 en el resto hasta la posición más baja (0 si entero o el correspondiente fraccionario).

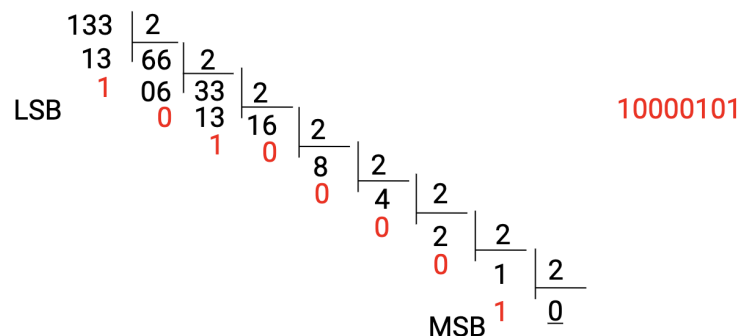
- 134 = 128 + 6 = 128 + 4 + 2 = 128 + 4 + 2 = 2⁷ + 2² + 2¹ → 10000110^{2⁷ 2⁶ 2⁵ 2⁴ 2³ 2² 2¹ 2⁰}
- 126 = 64 + 62 = 64 + 32 + 30 = 64 + 32 + 16 + 14 = 64 + 32 + 16 + 8 + 6
= 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 2⁶ + 2⁵ + 2⁴ + 2³ + 2² + 2¹ → 1111110^{2⁶ 2⁵ 2⁴ 2³ 2² 2¹ 2⁰}

Método 2

Conversión decimal a binario: Método de división sucesiva por 2

Para números enteros.

1. Se divide el número por 2 (ej: 133/2).
2. Se repite el punto 1 con el cociente de la división anterior hasta que el cociente sea 0.
3. Los restos conforman el número binario. El primer resto es el bit menos significativo (LSB) y el último el bit más significativo



Origen y relevancia del sistema binario

Los orígenes del Sistema Binario se remontan a la antigüedad, aunque su aplicación moderna y su profundo impacto en la informática y la electrónica son más recientes.

Orígenes:

1. **Sistemas numéricos antiguos:** Aunque el Sistema Binario tal como lo conocemos hoy en día se desarrolló en el contexto de la electrónica y la informática moderna, los sistemas numéricos basados en dos dígitos existían en civilizaciones antiguas. Los sistemas numéricos binarios primitivos se utilizaron en algunas culturas, como los **sistemas de conteo de dedos** (usando los dedos de las manos para contar) y sistemas de palos y marcas en tablillas de arcilla.

2. **George Boole y el álgebra booleana:** A mediados del siglo XIX, George Boole, un matemático británico, **desarrolló el álgebra booleana**, que **sentó las bases teóricas para la lógica binaria**. Boole **introdujo el concepto de** variables binarias que pueden tener solo **dos estados: verdadero o falso**. Esto resultó fundamental para la representación y el procesamiento de información en sistemas electrónicos.

Relevancia Histórica:

1. **La máquina analítica de Charles Babbage:** En el siglo XIX, Charles Babbage diseñó la máquina analítica, considerada la primera computadora mecánica programable. Aunque Babbage no llegó a construirla, **su diseño se basaba en principios binarios y lógicos**, lo que influyó en el desarrollo de las computadoras modernas.

2. **Alan Turing y la máquina de Turing:** Alan Turing, un pionero de la informática, **desarrolló la máquina de Turing**, un modelo teórico de computadora que operaba en lógica binaria. Sus investigaciones durante la Segunda Guerra Mundial, en la **decodificación de mensajes cifrados alemanes**, contribuyeron al uso práctico de la lógica binaria en la **criptografía** y la computación.

Relevancia Contemporánea:

1. Computadoras y electrónica moderna: La base del funcionamiento de todas las computadoras y dispositivos electrónicos modernos se encuentra en la representación y manipulación de datos en forma binaria. Los circuitos electrónicos utilizan interruptores que pueden estar en los estados "encendido" (1) o "apagado" (0), lo que permite la transmisión, el almacenamiento y el procesamiento eficientes de información.

2. Programación y software: El código fuente de programas y software se escribe en lenguajes de programación que se traducen a instrucciones binarias comprensibles por las computadoras. La lógica binaria es esencial para todas las operaciones informáticas, desde cálculos matemáticos hasta la ejecución de aplicaciones.

3. Criptografía y seguridad informática: La seguridad de la información se basa en gran medida en técnicas de cifrado que utilizan operaciones binarias. La criptografía moderna se apoya en principios matemáticos binarios para proteger la privacidad y la confidencialidad de la información.