

Лабораторна робота №7

Тема: «Проектування цифрових фільтрів.»

Мета роботи: навчитися проектувати цифрові фільтри, аналізувати їх характеристики.

Посібник з лабораторної роботи

Для виконання лабораторної роботи вам необхідно повторити матеріали відповідних лекцій.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Під проектуванням (або синтезом) цифрового фільтру мається на увазі вибір таких наборів коефіцієнтів $\{a_i\}$ і $\{b_i\}$, при яких характеристики отриманого фільтру задовольняють заданим вимогам. У MatLab є більше двадцяти функцій синтезу дискретних фільтрів. Крім того, в пакеті Signal Processing є програма FDATool (Filter Design and Analysis Tool), що реалізує графічний інтерфейс для розрахунку фільтрів і перегляду їх характеристик.

Залежно від способу реалізації, фільтри поділяються на фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ-фільтри) і фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (НІХ-фільтри).

У загальному вигляді, будь-який фільтр описується своєю передавальною характеристикою (відношенням відгуку фільтра на вхідний сигнал):

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}, \text{ де}$$

$H(z)$ - передавальна характеристика фільтру, $Y(z)$ - вихідний сигнал фільтру, $X(z)$ - вхідний сигнал фільтру. Підставивши в цей вираз значення коефіцієнтів фільтру, отримаємо наступну форму запису передавальної характеристики:

- для НІХ-фільтрів:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}$$

- для КІХ-фільтрів (передавальна характеристика збігається з імпульсною характеристикою фільтру):

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}, \text{ де}$$

m і n - кількість коефіцієнтів фільтру (максимальне з цих значень визначає порядок фільтра), z^{-n} - елемент затримки сигналу на n відліків, b_m - коефіцієнти

фільтра, пов'язані з відліками вхідного сигналу, a_n - коефіцієнти фільтра, пов'язані з відліками вихідного сигналу.

Для розрахунку коефіцієнтів НІХ-фільтра в MatLab використовуються наступні вбудовані функції:

- **butter (n, w0, type)** - розрахунок фільтрів Баттерворта;
- **cheby1 (n, Rp, w0, type)** - розрахунок фільтрів Чебишева першого роду;
- **cheby2 (n, Rs, w0, type)** - розрахунок фільтрів Чебишева другого роду;
- **ellip (n, Rp, Rs, w0, type)** - розрахунок еліптичних фільтрів;
- **bessel (n, w0)** - розрахунок фільтрів Бесселя (тільки ФНЧ).

Дані функції дозволяють розрахувати коефіцієнти $\{a_i\}$ і $\{b_i\}$. Параметри виклику даних функцій наступні: **n** - порядок фільтра, **Rp** - рівень пульсацій АЧХ в смузі пропускання (в децибелах), **Rs** - рівень пульсацій АЧХ в смузі придушення (в децибелах), **w0** - частота зрізу фільтра (для смугових і режекторного фільтрів задається двовірним вектором [**w1 w2**]), **type** - тип проектованого фільтру (ФНЧ, ФВЧ, ПФ або РФ).

Для розрахунку коефіцієнтів КІХ-фільтра в MatLab використовується вбудована функція **fir1 (n, Wn, 'ftype', 'window', 'normalization')**, де **n** - порядок фільтра, **Wn** - частота зрізу фільтра (для смугових і режекторного фільтрів задається двовірним вектором [**w1 w2**]), **'ftype'** - тип проектованого фільтру (ФНЧ, ФВЧ, ПФ або РФ). Параметр **'window'** задає використовується при синтезі вікно. Це повинен бути вектор-стовпець, що містить $n + 1$ елементів. За замовчуванням використовується вікно Хеммінга, що розраховується шляхом виклику функції **hamming (n + 1)**. Для виклику інших вікон використовуються функції:

- **blackman** - вікно Блекмена;
- **kaiser** - вікно Кайзера;
- **chebwin** - вікно Чебишева.

Строковий параметр **'normalization'** управляє нормування (масштабуванням) розрахованої імпульсної характеристики фільтра. За замовчуванням використовується значення **'scale'**, при якому імпульсна характеристика нормується так, щоб забезпечити середнє арифметичне значення (0 дБ) коефіцієнта передачі в центрі смуги пропускання.

Щоб отримати імпульсну характеристику, необхідно подати на вхід фільтра одиничний відлік, доповнений деякою кількістю нулів. Для зручності такий розрахунок реалізований у функції **impz (b, a)**. Вхідними аргументами для неї є **b** і **a** - коефіцієнти поліномів чисельника і знаменника передавальної функції фільтра.

Амплітудно-частотна характеристика дискретного фільтра розраховується за допомогою функції **freqz (b, a)**. Фазо-частотна характеристика - за допомогою функції **angle (h)**.

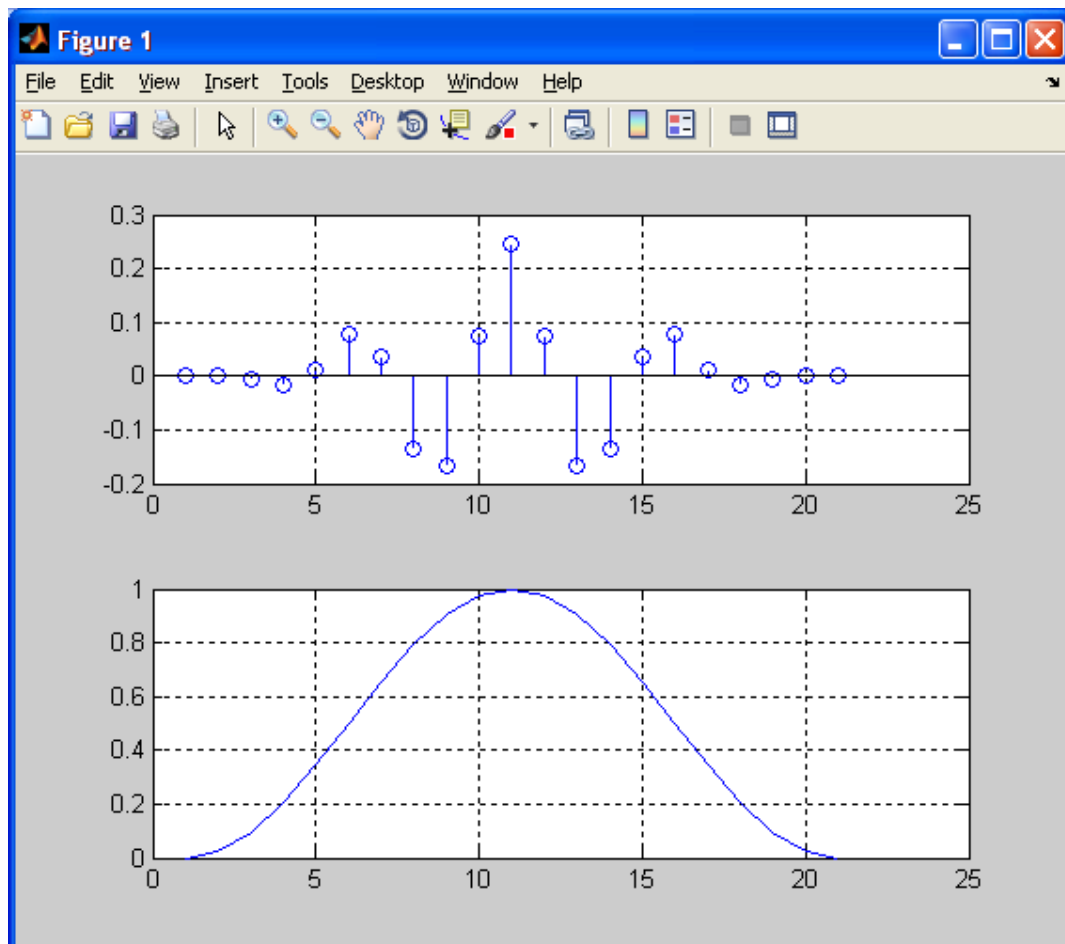
Основна функція, що реалізує дискретну фільтрацію в MatLab, носить ім'я **filter**. У найпростішому вигляді вона має наступний синтаксис:

filter (b, a, x), де **b** - вектор коефіцієнтів нерекурсивної частини фільтра (чисельника функції передачі), **a** - вектор коефіцієнтів рекурсивної частини фільтра (знаменника функції передачі), **x** - вхідний сигнал.

Розглянемо приклад реалізації смугового КИХ-фільтра з вікном Хана. Частота дискретизації - 20 КГц, смуга пропускання фільтра - від 3 до 5 КГц, порядок фільтра - 20. Для заданих характеристик фільтра розрахуємо віконну функцію, коефіцієнти фільтра, його імпульсну і частотні характеристики. Програма розрахунку представлена нижче.

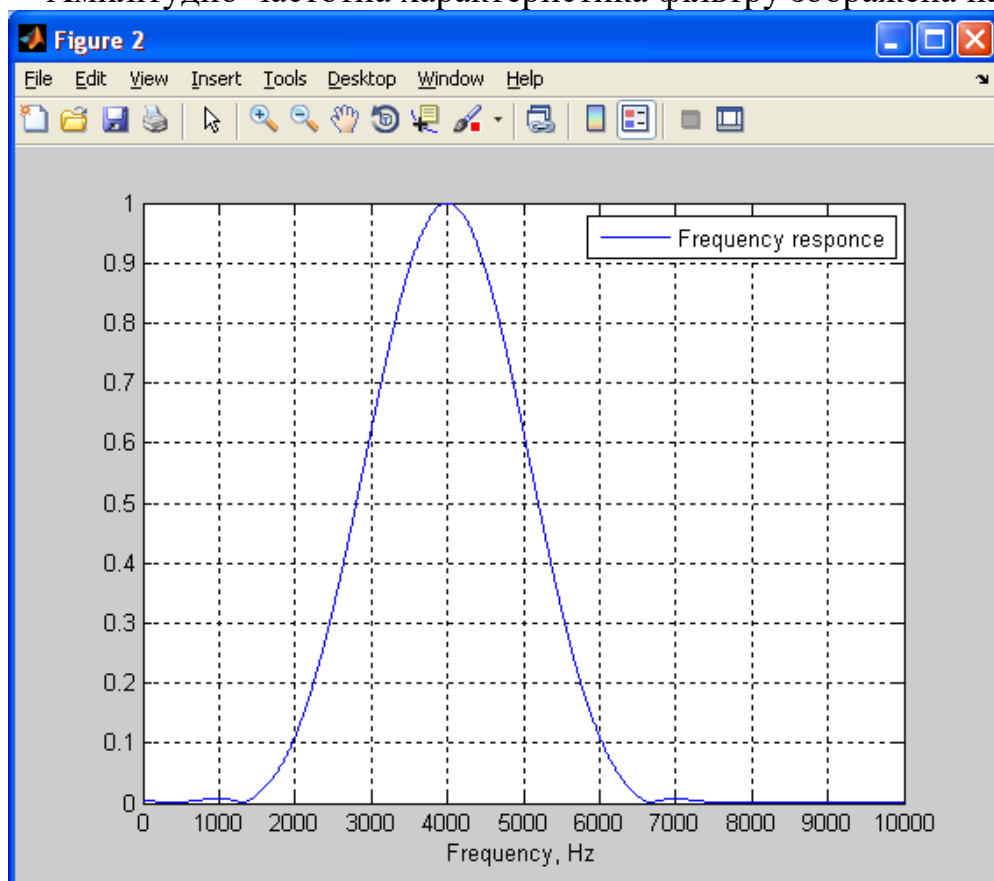
```
Fd=20e3;% частота дискретизації
W1=3e3/(0.5*Fd);%нижня частота полосового фільтра 3КГц
W2=5e3/(0.5*Fd);%верхня частота полосового фільтра 5КГц
f=0:10e3;%полоса частот до частоти Найквіста
n=20;%порядок фільтру
k=hann(n+1);%розрахунок вікна Ханна
b=fir1(n, [W1 W2], k);%розрахунок коефіцієнтів фільтра
hi=impz(b, 1);%розрахунок імпульсної характеристики
subplot(2, 1, 1); stem(hi); grid on%виведення імп. хар-ки
subplot(2, 1, 2); plot(k); grid on%виведення вікна
h=freqz(b, 1, f, Fd);%розрахунок АЧХ фільтра
figure
plot(f, abs(h))%виведення АЧХ
grid on
xlabel('Frequency, Hz')
legend('Frequency response')
tau_phase=unwrap(angle(h));%розрахунок ФЧХ фільтра
figure
plot(f, tau_phase)%виведення ФЧХ
grid on
ylabel('Phase, rad')
xlabel('Frequency, Hz')
legend('Phase response')
```

Результати розрахунку віконної функції і імпульсної характеристики фільтра представлені на малюнку 1.



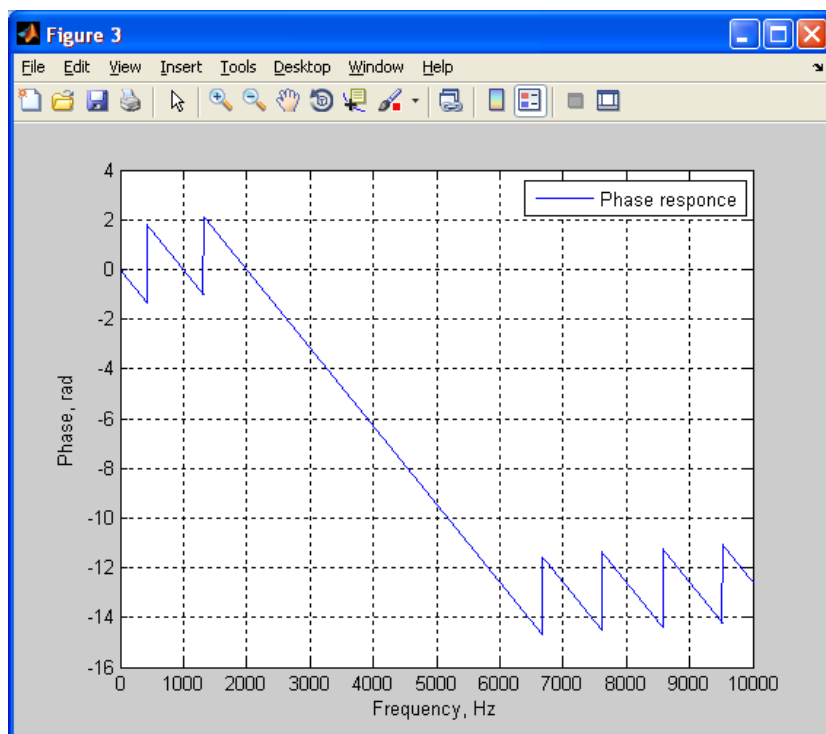
Малюнок 1. Імпульсна характеристика і віконна функція фільтра.

Амплітудно-частотна характеристика фільтра зображена на малюнку 2.



Малюнок 2. Амплітудно-частотна характеристика фільтра.

Фазо-частотна характеристика фільтру зображена на малюнку 3.



Малюнок 3. Фазо-частотна характеристика фільтру.

ЗАВДАННЯ

1. Опрацюйте самостійно основні команди, викладені в теоретичній частині, в пакеті MATLAB.
2. Для створеного в прикладі фільтра згенеруйте тестовий сигнал і перевірте роботу фільтра (функція `filter`).
3. Самостійно розрахуйте і перевірте роботу ФВЧ КИХ-фільтра з вікном Хеммінга, з частотою зрізу 4 КГц. Побудуйте його імпульсну і частотні характеристики.
4. За допомогою команди `fdatool` відкрийте програму FDATool. Ознайомтеся з її можливостями. Спроектуйте за допомогою даної програми режекторний НІХ-фільтр (параметри фільтра задайте самостійно).