

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники**



**Вариант №501  
Лабораторная работа №2  
по теме  
Оценка параметров закона распределения  
по дисциплине  
Математическая статистика**

Выполнил Студент группы Р3212  
**Кобелев Р.П.**  
**Балин А.А.**  
**Пархоменко К.А.**  
к. т. н. Преподаватель:  
**Милованович Е.А.**

г. Санкт-Петербург  
2024г.

# Содержание

1	Цель работы	2
2	Данные	2
3	Вариационный ряд	2
4	Эмперическая функция распределения	2
5	Построение оценки	2
6	Оценки математического ожидания и дисперсии	3
7	Метод моментов	3
8	Построение оценок	4
9	Вывод	5

## 1 Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы на основании опытных данных, используя метод моментов, построить оценки параметров законов распределения и оценки функции распределения и плотности вероятности.

## 2 Данные

Закон: Закон распределения прямоугольного треугольника

Выборка:  $-4.22 - 3.38 - 3.04 - 2.15 - 5.53 - 2.43 - 4.00 - 2.79 - 2.75 - 2.69 - 3.67 - 3.59 - 2.45 - 2.61 - 3.98 - 2.32$

## 3 Вариационный ряд

$-4.22, -3.38, -3.04, -2.15, -5.53, -2.43, -4., -2.79, -2.75, -2.69, -3.67, -3.59, -2.45, -2.61, -3.98, -2.32$

## 4 Эмпирическая функция распределения



## 5 Построение оценки

Используя метод моментов построим оценки параметров закона распределения прямоугольного треугольника, где закон имеет следующий вид для плотности и функции распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)^2} & a \leq x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

## 6 Оценки математического ожидания и дисперсии

$$\tilde{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^* = -3.225 \quad \tilde{d} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i^* - \tilde{m})^2 = 0.80998$$

## 7 Метод моментов

Дальше, мы выражаем 2 момента, так как у нас 2 неизвестных параметра (а, b). Возьмём для  $m$  начальный момент для непрерывных случайных величин:

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx$$

$$\begin{aligned} m &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^a 0 dx + \int_a^b \frac{2(x-a)}{(b-a)^2} dx + \int_b^{+\infty} 0 dx = \frac{2}{(b-a)^2} \int_a^b (x-a) d(x-a) = \frac{1}{(b-a)^2} (x-a)^2 \Big|_a^b = \\ &= \frac{2}{(b-a)^2} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{ax^2}{2} \right) \Big|_a^b = \frac{2}{(b-a)^2} \left( \frac{b^3 - a^3}{3} - \frac{a(b^2 - a^2)}{2} \right) = \frac{2}{b-a} \left( \frac{2a^2 + 2ab + 2b^2 - 3a^2 - 3ab}{6} \right) = \frac{2b+a}{3} \end{aligned}$$

Центральный момент:

$$\begin{aligned} \mu_k &= M((x-m)^k) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^k f(x) dx \\ \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - m^2 = \int_b^a x^2 \frac{2(x-a)}{(b-a)^2} dx - \frac{(2b+a)^2}{3^2} = \frac{2}{(b-a)^2} \int_a^b (x^3 - ax^2) dx - \frac{(2b+a)^2}{9} = \\ &= \frac{2}{(b-a)^2} \left( \left( \frac{x^4}{4} - \frac{a}{3} x^3 \right) \Big|_a^b \right) - \frac{(2b+a)^2}{9} = \frac{3(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) - 4(b-a)(a^2 + ab + b^2)a}{6(b-a)^2} - \frac{(2b+a)^2}{9} = \\ &= \frac{-a^3 - a^2b - ab^2 + 3b^2}{6(b-a)} - \frac{(2b+a)^2}{9} = \frac{(b-a)^2}{18} \end{aligned}$$

Получим:

$$\begin{cases} m = \frac{2b+a}{3} \\ \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b+a = 3m \\ (b-a)^2 = 18\sigma^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b+a = 3m \\ b-a = 3\sqrt{2}\sigma \end{cases}$$

$$b = 3\sqrt{2}\sigma + a$$

$$6\sqrt{2}\sigma + 2a + a = 3m$$

$$a = m - 2\sqrt{2}\sigma$$

$$b = 3\sqrt{2}\sigma + m - 2\sqrt{2}\sigma$$

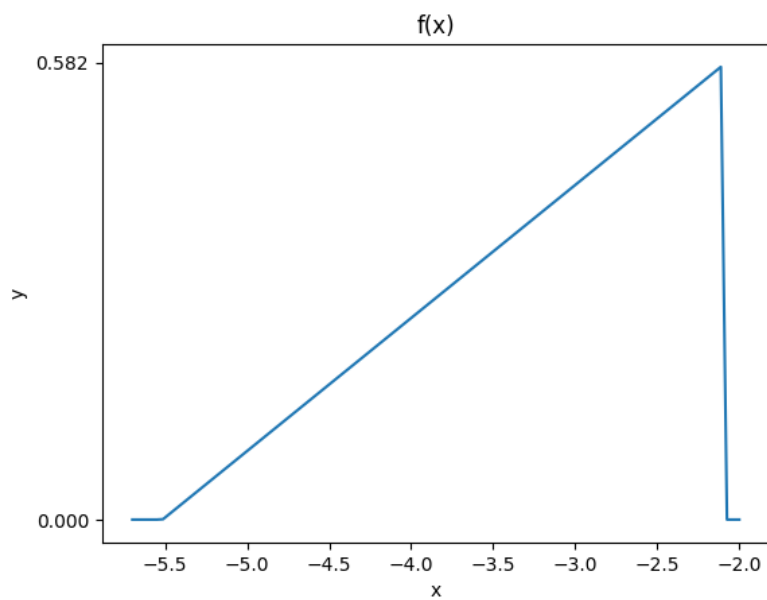
$$b = m + \sqrt{2}\sigma$$

Подставим а и b в наши системы:

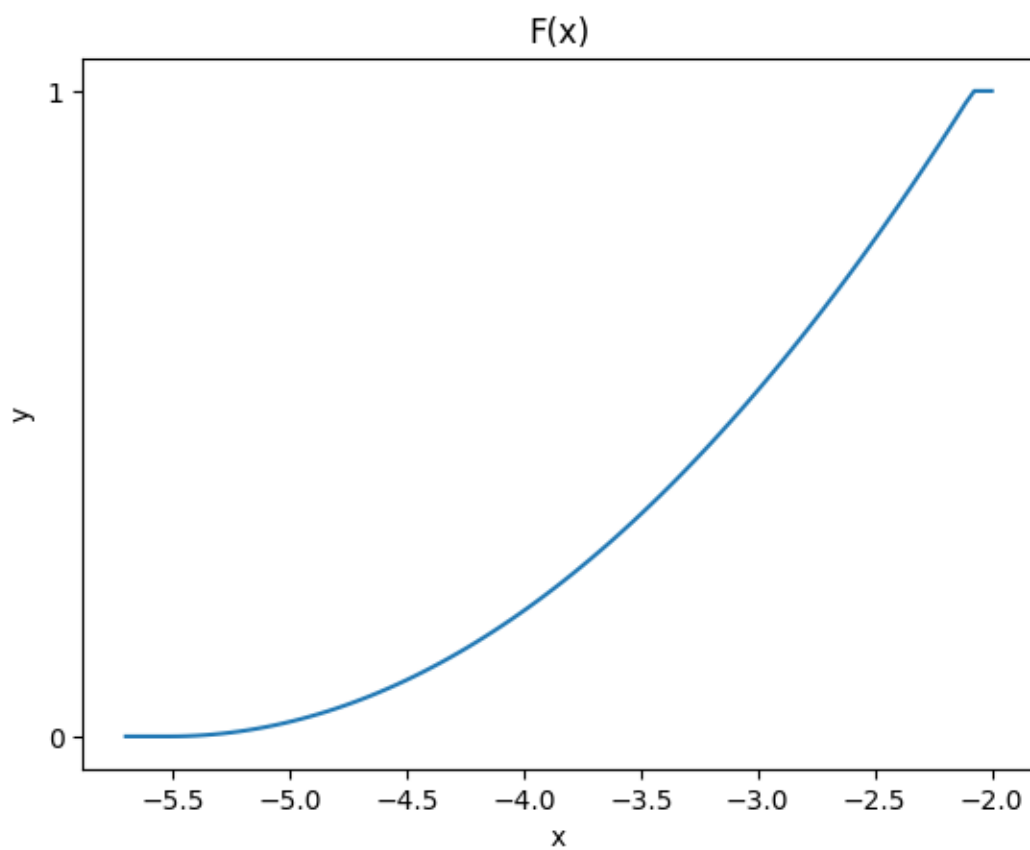
$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -5.77 \\ \frac{2x+11.541}{14.579} & -5.77 \leq x \leq -1.952 \\ 0 & x > -1.952 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x < -5.77 \\ \frac{(x+5.77)^2}{14.579} & -5.77 \leq x \leq -1.952 \\ 1 & x > -1.952 \end{cases}$$

## 8 Построение оценок

Построение графика плотности СВ:



Построение графика функции распределения:



## 9 Вывод

На основании опытных данных нашли при помощи метода моментов параметры закона распределения прямоугольного треугольника, а также построили функцию распределения и плотность вероятности.