**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники**

**Вариант №501**
**Лабораторная работа №2**
по теме
**Оценка параметров закона распределения**
по дисциплине
**Математическая статистика**

Выполнил Студент группы P3212
**Кобелев Р.П.**
**Балин А.А.**
**Пархоменко К.А.**
к. т. н. Преподаватель:
**Наумова Н.А.**

г. Санкт-Петербург
2024г.

# Содержание

## 1 Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы на основании опытных данных, используя метод моментов, построить оценки параметров законов распределения и оценки функции респределения и плотности вероятности.

## 2 Данные

Закон: Закон распределения прямоугольного треугольника
Выборка: $-4.22-3.38-3.04-2.15-5.53-2.43-4.00-2.79-2.75-2.69-3.67-3.59-2.45-2.61-3.98-2.32$

## 3 Вариационный ряд

$-4.22, -3.38, -3.04, -2.15, -5.53, -2.43, -4., -2.79, -2.75, -2.69, -3.67, -3.59, -2.45, -2.61, -3.98, -2.32$

## 4 Эмперическая функция распределения


## 5 Построение оценки

Используя метод моментов построим оценки параметров закона распределения прямоугольного треугольника, где закон имеет следующий вид для плотности и функции распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{2(x-a)}{(b-a)^2} & a \leq x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{(x-a)^2}{(b-a)^2} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

# 6 Оценки математического ожидания и дисперсии

$$\tilde{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^* = -3.225 \qquad \tilde{d} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i^* - \tilde{m})^2 = 0.80998$$

# 7 Метод моментов

Дальше, мы выражаем 2 момента, так как у нас 2 неизвестных параметра(a, b). Возьмём для $m$ начальный момент для непрерывных случайных величин:

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx$$

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{a} 0dx + \int_{a}^{b} \frac{2(x-a)}{(b-a)^2}dx + \int_{b}^{+\infty} 0dx = \frac{2}{(b-a)^2}\int_{a}^{b}(x-a)d(x-a) = \frac{1}{(b-a)^2}(x-a)^2\Bigg|_a^b =$$

$$= \frac{2}{(b-a)^2}\left(\frac{x^3}{3} - \frac{ax^2}{2}\right)\Bigg|_a^b = \frac{2}{(b-a)^2}\left(\frac{b^3-a^3}{3} - \frac{a(b^2-a^2)}{2}\right) = \frac{2}{b-a}\left(\frac{2a^2+2ab+2b^2-3a^2-3ab}{6}\right) = \frac{2b+a}{3}$$

Центральный момент:

$$\mu_k = M((x-m)^k) = \int_{-\infty}^{\infty}(x-m)^k f(x)dx$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-m)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - m^2 = \int_{b}^{a} x^2\frac{2(x-a)}{(b-a)^2}dx - \frac{(2b+a)^2}{3^2} = \frac{2}{(b-a)^2}\int_{a}^{b}(x^3 - ax^2)dx - \frac{(2b+a)^2}{9} =$$

$$= \frac{2}{(b-a)^2}\left(\left(\frac{x^4}{4} - \frac{a}{3}x^3\right)\Bigg|_a^b\right) - \frac{(2b+a)^2}{9} = \frac{3(b^2-a^2)(b^2+a^2) - 4(b-a)(a^2+ab+b^2)a}{6(b-a)^2} - \frac{(2b+a)^2}{9} =$$

$$\frac{-a^3 - a^2b - ab^2 + 3b^2}{6(b-a)} - \frac{(2b+a)^2}{9} = \frac{(b-a)^2}{18}$$

Получим:

$$\begin{cases} m = \dfrac{2b+a}{3} \\ \sigma^2 = \dfrac{(b-a)^2}{18} \end{cases} \quad => \quad \begin{cases} 2b+a = 3m \\ (b-a)^2 = 18\sigma^2 \end{cases} \quad => \quad \begin{cases} 2b+a = 3m \\ b-a = 3\sqrt{2}\sigma \end{cases}$$

$$b = 3\sqrt{2}\sigma + a$$

$$6\sqrt{2}\sigma + 2a + a = 3m$$

$$a = m - 2\sqrt{2}\sigma$$

$$b = 3\sqrt{2}\sigma + m - 2\sqrt{2}\sigma$$

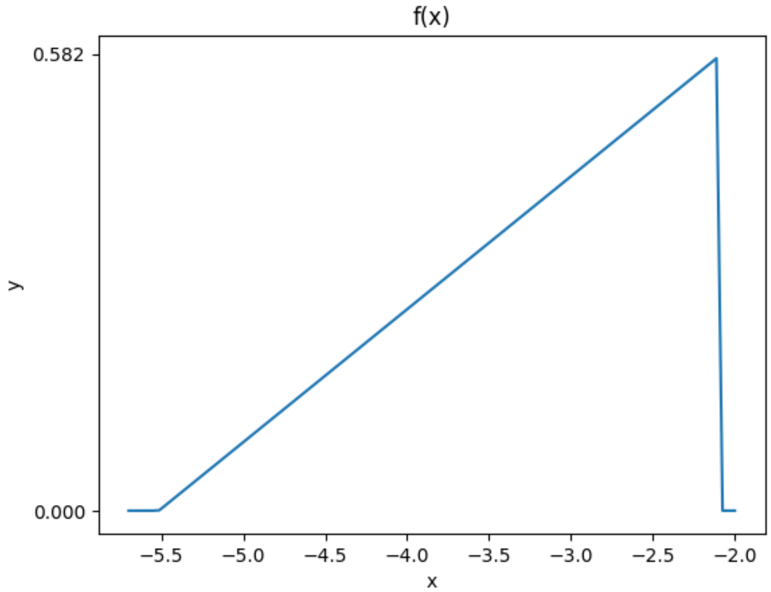
$$b = m + \sqrt{2}\sigma$$

Подставим a и b в наши системы:

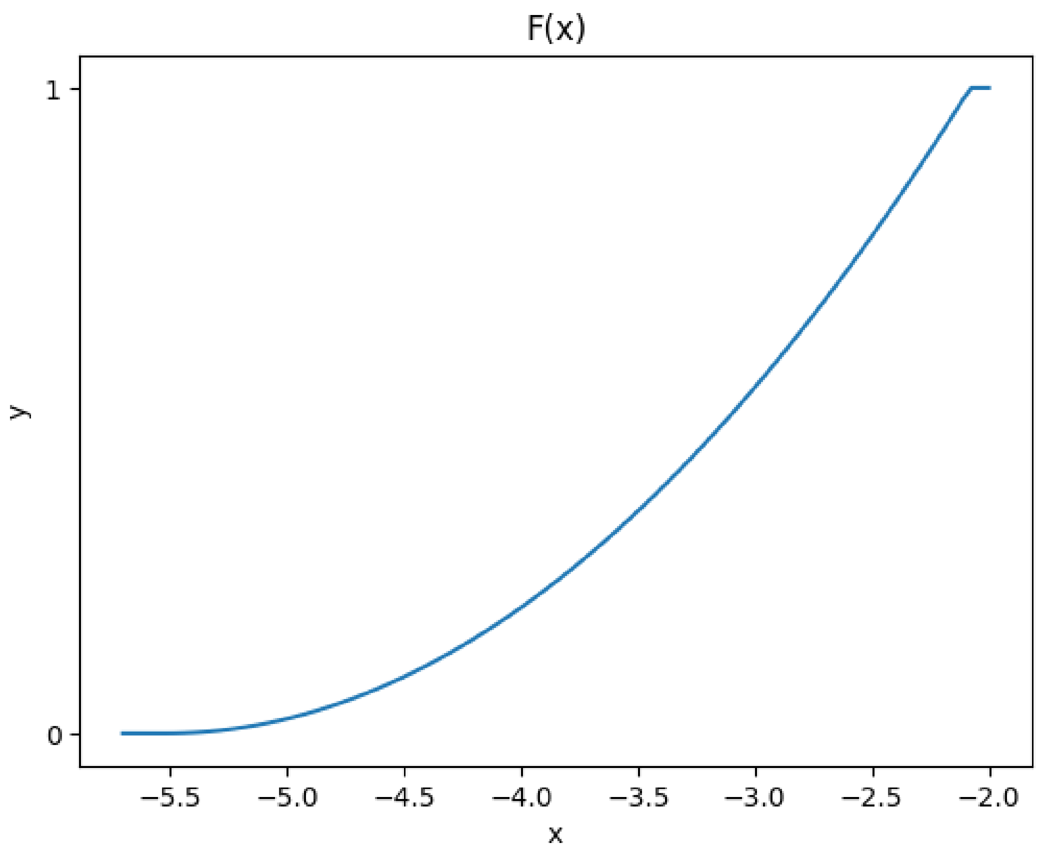
$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -5.77 \\ \dfrac{2x+11.541}{14.579} & -5.77 \le x \le -1.952 \\ 0 & x > -1.952 \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0 & x < -5.77 \\ \dfrac{(x+5.77)^2}{14.579} & -5.77 \le x \le -1.952 \\ 1 & x > -1.952 \end{cases}$$

## 8 Построение оценок

Построение графика плотности СВ:




Построение графика функции распределения:



# 9 Вывод

На основании опытных данных нашли при помощи метода моментов параметры закона распределения прямоугольного треугольника, а также построили функцию распределения и плотность вероятности.