Алгебра логики. Задание №15 (Отрезки)

Задание №1

Заданы два отрезка $P = [3, 18]$ и $Q = [11, 24]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in P) \wedge (x \in Q)) \to (x \in A)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №2

Заданы два отрезка $P = [16, 59]$ и $Q = [27, 71]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $\neg(x \in A) \to ((x \in P) \to \neg(x \in Q))$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №3

Заданы два отрезка $P = [13, 33]$ и $Q = [22, 44]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $\neg(x \in A) \to (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \to (x \in A))$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №4

Заданы два отрезка $P = [11, 28]$ и $Q = [21, 42]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in P) \to (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наибольшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №5

Заданы два отрезка $P = [13, 32]$ и $Q = [15, 20]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наибольшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №6

Заданы два отрезка $P = [11, 28]$ и $Q = [21, 42]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наибольшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №7

Заданы два отрезка $P = [26, 54]$ и $Q = [19, 74]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in A)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №8

Заданы два отрезка $Q = [39; 71]$, $P = [15; 99]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow (x \in A)))$ тождественно истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №9

Заданы три отрезка $R = [16, 34]$, $P = [19, 26]$ и $Q = [4, 17]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in A) \vee (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №10

Заданы два отрезка $Q = [10, 30]$ и $P = [5, 15]$, лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наибольшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №11

Задан отрезок $D = [30; 45]$. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 7) \wedge x \notin \{52, 60, 68\}) \rightarrow ((|x - 25| \leq 10) \rightarrow (x \in D)) \vee (x \,\&\, A \neq 0)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x.

Задание №12

Заданы отрезки P = [25, 55] и Q = [13, 30]. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$((x \in P) \rightarrow (ДЕЛ(x, 14) \lor (x \in Q))) \rightarrow (x \in A)$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x?

Задание №13

Задан отрезок P = [26, 53]. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in P) \rightarrow ((ДЕЛ(x, 14) \rightarrow (x \in A))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x?

Задание №14

Заданы два отрезка P = [10, 27] и Q = [25, 43], лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $((x \in P) \land \neg(x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Задание №15

Заданы два отрезка P = [5, 30] и Q = [10, 60], лежащие на числовой прямой. Также существует отрезок A. Он таков, что формула $(x \in A) \lor (\neg(x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$ истинна, причем переменная x может принимать любые значения. Какую наименьшую длину может принимать отрезок A? Определите и запишите в ответ целое число.

Ответы

1. 7
2. 32
3. 11
4. 10
5. 19
6. 14
7. 55
8. 84
9. 12
10. 25
11. 17
12. 25
13. 14
14. 15
15. 30

Заметки