

Leçons d'algèbre et géométrie

Session 2007

Le **(L)** signifie « leçon de synthèse » (**L** pour Large).

- 101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 103 Congruences dans \mathbb{Z} , anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
- 104 Nombre premier. **(L)**
- 105 pgcd, ppcm dans \mathbb{Z} , théorème de Bézout. Applications.
- 106 pgcd dans $\mathbb{K}[X]$, où \mathbb{K} est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 107 Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.
- 108 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang. **(L)**
- 109 Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.
- 110 Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie, polynômes d'endomorphismes.
- 111 Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.
- 112 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.
- 113 Déterminants. Applications.
- 116 Homothéties-translations. Applications. **(L)**
- 118 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.
- 120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie). Applications.
- 122 Formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien (de dimension finie). Les généralités sur les formes quadratiques seront supposées connues. Applications géométriques .
- 123 Nombres complexes et géométrie.
- 125 Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
- 126 Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.
- 127 Géométrie du triangle.
- 128 Barycentres. Applications.
- 130 Droites et plans dans l'espace. **(L)**
- 131 Projecteurs et symétries dans un espace affine de dimension finie.
- 137 Cercles et droites dans le plan affine euclidien. **(L)**
- 139 Cinématique du point : vitesse, accélération. Exemples de mouvements. On pourra se limiter aux mouvements plans.
- 140 Division euclidienne.
- 142 Utilisation des groupes en géométrie.
- 143 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. **(L)**
- 144 Rang en algèbre linéaire. **(L)**
- 145 Utilisation des transformations en géométrie. **(L)**
- 146 Coniques. **(L)**
- 147 Courbes planes paramétrées. **(L)**
- 148 Diverses notions d'angle et leurs utilisations. **(L)**

- 149 Équations et géométrie. **(L)**
- 150 Matrices symétriques réelles. **(L)**
- 151 Formes réduites d'endomorphismes. Applications. **(L)**
- 154 Trigonométrie.
- 155 Systèmes linéaires. **(L)**
- 156 Valeurs propres. **(L)**

Leçons d'analyse et probabilité.
Session 2007

Le **(L)** signifie « leçon de synthèse » (**L** pour Large).

- 201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.
- 202 Séries à termes réels positifs. Applications
- 203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).
- 204 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.
- 205 Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.
- 206 Parties compactes de \mathbb{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples.
- 207 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
- 208 Théorème du point fixe. Applications.
- 209 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
- 210 Séries entières. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
- 212 Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés. Exemples.
- 213 Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre π .
- 215 Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
- 216 Théorème de Rolle et égalité des accroissements finis. Applications.
- 217 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
- 218 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
- 219 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
- 220 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration de l'erreur.
- 221 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de \mathbb{R} (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.
- 222 Intégrale d'une fonction numérique continue sur un intervalle compact. Propriétés.
- 223 Intégrales de fonctions dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
- 224 Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de \mathbb{R} , à valeurs réelles ou complexes.
- 225 Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants ; écriture matricielle. Exemples.
- 227 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentielle. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Fonctions composées.
- 228 Fonctions différentiables définies sur un ouvert connexe de \mathbb{R}^n . Inégalités des accroissements finis. Applications.
- 229 Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli, variable aléatoire de loi binomiale, approximation de cette loi.
- 230 Probabilité conditionnelle et indépendance. Couples de variables aléatoires. Exemples.
- 231 Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.
- 232 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 233 Approximation d'un nombre réel. Théorèmes et méthodes. **(L)**
- 234 Équations différentielles. **(L)**

- 235 Exponentielles et logarithmes. **(L)**
- 236 Continuité, dérivabilité pour les fonctions d'une variable réelle. **(L)**
- 237 Intégrales et primitives. **(L)**
- 238 Le nombre π . **(L)**
- 240 Problèmes d'extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 241 Diverses notions de convergence (on pourra se placer dans des contextes variés). Exemples. **(L)**
- 242 Suites de nombres réels. **(L)**
- 243 Fonctions numériques de deux variables réelles ; courbe de niveau, gradient.
- 244 Égalités et inégalités (on pourra s'intéresser aux inégalités de Cauchy-Schwarz, de Parseval, ...).
- 245 Équations fonctionnelles.
- 246 Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (aires, volumes, ...).
- 247 Limites à l'infini.

Exercices d'algèbre et géométrie
Session 2007

- 301 Exercices sur les groupes finis.
- 302 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbb{Z} .
- 303 Exemples faisant intervenir la division euclidienne.
- 304 Exemples faisant intervenir le théorème de Bézout.
- 305 Exercices faisant intervenir les nombres premiers.
- 306 Exercices faisant intervenir les notions de pgcd et ppcm et mettant en oeuvre des algorithmes associés.
- 307 Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 308 Exercices faisant intervenir les relations entre coefficients et racines d'un polynôme.
- 309 Exercices faisant intervenir polynômes et fractions rationnelles sur \mathbb{R} ou \mathbb{C} .
- 310 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 311 Exercices faisant intervenir la notion de rang.
- 312 Exercices faisant intervenir des matrices carrées inversibles.
- 313 Exercices faisant intervenir des systèmes linéaires.
- 314 Exercices faisant intervenir des déterminants.
- 315 Exemples de recherche et d'emploi de vecteurs propres et valeurs propres.
- 316 Exercices faisant intervenir la réduction des endomorphismes.
- 317 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
- 318 Exercices faisant intervenir des projecteurs ou des symétries.
- 319 Exemples de méthodes et d'algorithmes de calcul en algèbre linéaire.
- 320 Exercices sur les isométries vectorielles dans les espaces euclidiens en dimension 2 et en dimension 3.
- 321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices réelles symétriques.
- 322 Exercices sur les formes quadratiques.
- 323 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 324 Exercices faisant intervenir des similitudes planes directes et indirectes.
- 325 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimension 2 et en dimension 3.
- 326 Exercices faisant intervenir la notion de barycentre.
- 327 Exercices faisant intervenir des applications affines.
- 329 Exercices sur les aires et les volumes.
- 330 Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimension 2 et en dimension 3.
- 331 Exercices sur la cocyclicité.
- 332 Exercices sur les cercles.
- 333 Exercices de géométrie plane faisant intervenir des triangles isométriques ou semblables.
- 334 Exercices sur les coniques.
- 335 Exemples d'étude de courbes planes.
- 337 Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure. ...).
- 338 Exercices sur les propriétés métriques des courbes de l'espace.

- 339 Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
- 340 Exemples de groupes en géométrie.
- 341 Exercices de construction en géométrie plane.
- 342 Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repères.
- 343 Exercices de cinématique du point.
- 345 Exercices sur les triangles.
- 346 Exemples de résolution de problèmes modélisés par des graphes.

Exercices d'analyse
Session 2007

- 401 Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.
- 402 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
- 403 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
- 404 Exemples d'étude de séries numériques.
- 405 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
- 406 Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence ou de divergence.
- 407 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.
- 408 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
- 409 Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.
- 410 Comparaison sur des exemples de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions d'une variable réelle.
- 411 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
- 412 Exemples de développements en série entière. Applications.
- 413 Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles.
- 414 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
- 415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction numérique d'une variable réelle.
- 417 Exemples d'approximations de fonctions numériques ; utilisations.
- 418 Exemples d'utilisation de développements limités.
- 419 Exemples d'utilisation d'intégrales pour l'étude de suites et de séries.
- 420 Exemples d'utilisation de suites ou de séries pour l'étude d'intégrales.
- 421 Exemples de calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
- 422 Exemples d'étude d'intégrales impropres.
- 423 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
- 425 Exemples de calculs d'aires et de volume.
- 426 Exemples de calculs d'intégrales multiples.
- 427 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 428 Exemples de résolution d'équations différentielles scalaires, linéaires ou non linéaires.
- 429 Exemples de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430 Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie.
- 431 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable, d'une fonction numérique de deux variables.
- 432 Exemples d'approximations d'un nombre réel.
- 433 Approximations du nombre π .
- 434 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 435 Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.
- 436 Exemples de calculs de primitives.

- 437 Exemples de variables aléatoires et applications.
- 438 Exemples de problèmes de dénombrement.
- 439 Exemples de calculs de la norme d'une application linéaire continue.
- 440 Exemples de calculs de la longueur d'un arc de classe \mathcal{C}^1 .
- 441 Exemples de systèmes différentiels linéaires $Y' = AY$ à coefficients réels constants en dimension 2. Allure des trajectoires.