

5.3.7 Les attentes du jury

Comme on l'aura compris dans les paragraphes qui précèdent, le jury base son évaluation sur un ensemble de critères variés permettant d'apprécier à leur juste valeur les prestations des candidats. Sans entrer dans les détails, le jury attache de l'importance aux points suivants :

- le candidat maîtrise les mathématiques au niveau attendu pour le concours (notamment en ce qui concerne les énoncés des définitions et théorèmes, ainsi que le raisonnement logique) ;
- le candidat présente un réel contenu mathématique ;
- le candidat sait mobiliser ses connaissances mathématiques en vue de résoudre un problème avec rigueur ou d'expliquer un phénomène ;
- le candidat sait motiver ses choix et ses actions, expliquer clairement les raisons de sa démarche ;
- le candidat assure une cohérence entre les différents éléments qu'il présente ;
- le candidat sait communiquer efficacement en se servant de différents supports (oral, tableau, écran projeté) ;
- le candidat fait preuve d'esprit d'initiative et d'une bonne réactivité en réponse aux questions posées.

5.4 Liste des sujets de la session 2012

Leçons d'algèbre et géométrie

101 : Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

102 : Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

103 : Congruences dans \mathbb{Z} , anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

104 : Nombres premiers.

106 : PGCD dans $K[X]$, où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.

107 : Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

109 : Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.

110 : Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

112 : Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.

113 : Déterminants. Applications.

114 : Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.

117 : Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

119 : Utilisation des nombres complexes en géométrie.

120 : Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications.

121 : Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications géométriques.

123 : Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.

125 : Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.

128 : Barycentres. Applications.

129 : Droites et plans dans l'espace.

131 : Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

137 : Droites et cercles dans le plan affine euclidien.

142 : Utilisation de groupes en géométrie.
143 : Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
144 : Différentes notions de rang en algèbre linéaire.
146 : Coniques.
148 : Angles dans le plan.
150 : Diverses factorisations de matrices.
151 : Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
155 : Systèmes linéaires.
156 : Valeurs propres. Recherche et utilisation.
157 : Arithmétique dans \mathbb{Z} .
158 : Actions de groupes. Exemples et applications.
159 : Algorithme d'Euclide. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.
160 : Algorithme du pivot de Gauss. Applications.
163 : Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.
164 : Combinatoire et dénombrements.
165 : Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.
166 : Diverses méthodes de codage et de cryptage.

Leçons d'analyse et probabilités

201 : Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.
202 : Séries à termes réels positifs. Applications.
203 : Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).
204 : Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.
205 : Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.
206 : Parties compactes de \mathbb{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.
207 : Théorème des valeurs intermédiaires. Applications en analyse, en analyse numérique.
208 : Théorème du point fixe. Applications.
209 : Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
210 : Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
212 : Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.
213 : Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre π .
215 : Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
216 : Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.
217 : Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
218 : Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
219 : Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
220 : Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

221 : Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de \mathbf{R} (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

222 : Intégrale d'une fonction numérique continue par morceaux sur un segment. Propriétés.

223 : Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

224 : Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs réelles ou complexes.

225 : Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants ; écriture matricielle. Exemples.

227 : Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité. Fonctions composées. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Exemples.

228 : Extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

229 : Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variable aléatoire de loi binomiale. Approximations de cette loi.

230 : Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Variance, covariance.

231 : Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.

232 : Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

235 : Fonction exponentielle de variable réelle, complexe, matricielle. . .

236 : Continuité, dérivabilité, prolongements des fonctions d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.

237 : Intégrales et primitives.

241 : Diverses notions de convergence en analyse ou en probabilités. Exemples.

243 : Différentiabilité d'une fonction numérique de deux variables réelles, gradient ; applications.

244 : Inégalités en analyse ou en probabilités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité. . .

246 : Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (longueur, aire, volume. . .).

249 : Loi normale en probabilités et statistique.

251 : Algorithmes de résolution approchée d'une équation numérique.

252 : Algorithmes de calcul approché d'intégrales.

253 : Algorithmes d'approximation des solutions d'une équation différentielle.

254 : Algorithmes d'approximation du nombre π .

256 : Vitesse de convergence, accélération de convergence.

257 : Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.

258 : Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.

259 : Utilisation de la loi binômiale en probabilités et en statistique.

Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

301 : Exercices sur les groupes.

302 : Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbf{Z} .

304 : Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.

305 : Exercices faisant intervenir les nombres premiers.

306 : Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés.

307 : Exercices faisant intervenir des dénombrements.

309 : Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles sur \mathbf{R} ou \mathbf{C} .

310	: Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
311	: Exercices illustrant l'usage de la notion de rang dans des domaines variés.
312	: Exercices illustrant l'emploi de matrices inversibles dans des domaines variés.
313	: Exercices illustrant l'utilisation de systèmes linéaires.
314	: Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.
315	: Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.
317	: Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
319	: Exercices faisant intervenir des algorithmes de calcul matriciel.
321	: Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.
322	: Exercices sur les formes quadratiques.
323	: Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
325	: Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.
326	: Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.
328	: Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.
329	: Exercices sur les aires et les volumes.
330	: Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.
334	: Exercices sur les coniques.
335	: Exercices sur les courbes planes ou de l'espace de dimension 3.
339	: Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
340	: Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.
342	: Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.
345	: Exercices sur les triangles.
346	: Exemples de problèmes modélisés par des graphes.
347	: Exercices faisant intervenir la trigonométrie.
348	: Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.
349	: Exemples de méthodes de cryptage ou de codage.
350	: Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice.
351	: Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.
353	: Exercices utilisant la notion d'élément nilpotent.
354	: Exercices sur les cercles et les sphères.

Exemples et exercices d'analyse et probabilités

401	: Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.
402	: Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
403	: Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
404	: Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.
405	: Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
406	: Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence.
407	: Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

408	: Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
409	: Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.
410	: Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.
411	: Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
412	: Exemples de développements en série entière. Applications.
413	: Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles.
414	: Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
415	: Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
417	: Exemples illustrant divers modes d'approximation de fonctions numériques.
418	: Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.
421	: Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
422	: Exemples d'étude d'intégrales impropres.
423	: Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
425	: Exemples de calculs d'aires et de volumes.
426	: Exemples et applications de calculs d'intégrales multiples.
427	: Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
428	: Exemples d'étude et de résolution d'équations différentielles scalaires.
429	: Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.
430	: Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie.
431	: Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.
432	: Exemples d'approximations d'un nombre réel.
433	: Approximations du nombre π .
434	: Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
435	: Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.
436	: Exemples d'applications de l'intégration par parties.
437	: Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
438	: Exemples de problèmes de dénombrement. Utilisation en probabilités.
439	: Exemples d'étude et de calcul de la norme d'une application linéaire continue.
440	: Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure. ...).
441	: Exemples de systèmes différentiels linéaires en dimension 2 ou 3. Allure des trajectoires.
442	: Exercices illustrant l'utilisation des probabilités dans des domaines variés des mathématiques.
443	: Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(X) = 0$, X désignant une variable réelle ou vectorielle.
444	: Exemples d'algorithmes de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série.
445	: Exemples de résolution exacte et de résolution approchée d'équations différentielles scalaires.
447	: Exemples d'équations fonctionnelles.
448	: Exemples d'utilisation d'intervalles de fluctuation et d'intervalles de confiance.