Algèbre et géométrie pour l'Agrégation de Mathématiques

Jean-Étienne ROMBALDI

26 août 2017

Sommaire

Table des matières

Avant-propos

Cet ouvrage est dédié à un très cher ami, Richard André-Jeannin, décédé en 2011

Ce livre destiné aux candidats à l'agrégation interne et externe de Mathématiques complète le cours d'analyse et probabilités de Jean-François Dantzer dans la même collection publié par les éditions Vuibert en juin 2016.

Le niveau de connaissance suffisant pour la lecture de ce cours est celui du premier cycle universitaire.

Le but est de couvrir une grande partie des thèmes d'algèbre et géométrie proposés pour les épreuves orales et j'ai pris soin de faire suivre chaque théorème important d'une série d'applications.

Ce cours est aussi l'occasion de réviser des notions de base pour l'écrit et les nombreux exercices proposés, tous corrigés en détail, outre le fait qu'ils peuvent constituer un bon entraînement, peuvent être utilisés pour des développements dans les leçons d'oral de l'agrégation externe et interne ainsi que pour des leçons d'oral 2 de l'agrégation interne.

Les premiers chapitres sont consacrés à l'étude des groupes et leur utilisation en géométrie, en traitant en particulier des actions de groupe et du groupe symétrique. Le lien entre groupes et géométrie fait l'objet d'un chapitre particulier. On s'intéresse également à l'utilisation des nombres complexes en géométrie, au groupe linéaire et aux représentations de groupes finis.

L'arithmétique est étudiée dans un cadre général avec l'étude des anneaux principaux et euclidiens. L'arithmétique sur l'anneau $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs, l'étude des nombres premiers et des anneaux $\dfrac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$ est l'objet de chapitres particuliers, de même que l'étude des polynômes à coefficients dans un corps commutatif ou un anneau commutatif unitaire. Ces notions d'arithmétique sont approfondies avec l'étude des corps finis.

Pour ce qui est de l'algèbre linéaire et bilinéaire, on s'intéresse à la dualité, aux déterminants avec une attention particulière pour le résultant, aux formes quadratiques, aux coniques et à la réduction des endomorphismes. On s'intéresse aussi aux séries matricielles et à l'exponentielle de matrice.

La plupart des chapitres de ce livre correspondent à des leçons d'oral de l'agrégation interne et externe, mais il ne s'agit pas de modèles de leçons.

Je tiens à remercier Marie-Cécile Darracq et Gérard Vinel qui ont accepté la tâche ingrate de relire quelques chapitres. Leurs conseils me furent très utiles.