

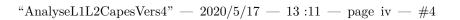


Table des matières

A	ant-propos	7
1	Le corps \mathbb{R} des nombres réels 1.1 Ensembles ordonnés	
2	Suites numériques 2.1 Généralités 2.2 Suites convergentes ou divergentes 2.3 Valeurs d'adhérence 2.4 Comparaison des suites numériques 2.5 Suites réelles monotones 2.6 Suites adjacentes 2.7 Le critère de Cauchy 2.8 Le théorème de Cesàro 2.9 Exercices	•
3	Limites, continuité, dérivabilité des fonctions d'une variable réelle 3.1 Limite finie en un point 3.2 Limites à l'infini 3.3 Continuité en un point, continuité sur I 3.4 Définition séquentielle de la continuité 3.5 Prolongement par continuité 3.6 Opérations sur les fonctions continues 3.7 Propriétés globales des fonctions continues 3.8 Dérivabilité en un point, dérivabilité sur I 3.9 Opérations sur les fonctions dérivables 3.10 Extrema et dérivation 3.11 Le théorème de Darboux 3.12 Exercices	
4	Comparaison des fonctions et développements limités 4.1 Prépondérance, domination et équivalents	









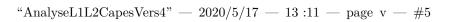


iv

	4.6	Exercices	. 83
5	Inté 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 5.7 5.8 5.9	Subdivisions. Intégrale des fonctions en escalier Fonctions Riemann-intégrables Exemples de fonctions intégrables Intégrale de Riemann et primitives Les fonctions logarithme népérien et exponentielle Calculs d'intégrales et de primitives Calculs de primitives particulières Sommes de Riemann Exercices	. 91 . 98 . 103 . 105 . 107 . 109
6	Thé 6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 6.6 6.7 6.8 6.9	Le théorème de Rolle	. 127 . 130 . 131 . 135 . 136
7	Équ 7.1 7.2 7.3 7.4	Équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2 Équations différentielles linéaires du premier ordre	. 147 . 149
8	Séri 8.1 8.2 8.3 8.4 8.5 8.6 8.7	Convergence d'une série numérique Séries alternées Convergence absolue, semi-convergence Séries à termes réels positifs Produit de deux séries La transformation d'Abel Exercices	. 163 . 164 . 165 . 176
9	Inté 9.1 9.2 9.3 9.4 9.5 9.6 9.7	Egrales impropres Définitions et exemples d'intégrales généralisées	. 198 . 199 . 201 . 202 . 207











10 Espaces vectoriels normés	219
10.1 Semi-normes et normes	 . 219
10.2 Topologie associée à une norme	 . 220
10.3 Applications linéaires continues	
10.4 Normes équivalentes	
10.5 Espaces vectoriels normés de dimension finie	
10.6 Exercices	
11 Fonctions de plusieurs variables réelles	239
11.1 Fonctions différentiables	 . 239
11.2 Dérivée suivant un vecteur, dérivées partielles	 . 243
11.3 Différentielles d'ordre supérieur	 . 247
11.4 Théorème et inégalité des accroissements finis	 . 250
11.5 Formule de Taylor-Lagrange	 . 251
11.6 Recherche d'extrema	 . 253
11.7 Exercices	 . 256
12 Suites de fonctions	263
12.1 Convergence simple et convergence uniforme	 . 263
12.2 Propriétés des fonctions stables par convergence uniforme \dots	
12.3 Approximation uniforme des fonctions continues sur un segment	
12.4 Le théorème de Weierstrass	
12.5 Exercices	 . 281
13 Séries de fonctions	289
13.1 Convergence simple, uniforme et normale	
13.2 Propriétés de la somme d'une série de fonctions convergente	
13.3 Exercices	 . 294
14 Séries entières	301
14.1 Rayon de convergence d'une série entière	
14.2 Opérations sur les séries entières	
14.3 Fonctions développables en série entière	
14.4 Séries entières et équations différentielles	
14.5 Exercices	 . 315
15 Série de Fourier d'une fonction périodique	323
15.1 Séries entières et séries de Fourier	 . 323
15.2 L'espace préhilbertien \mathcal{D} de Dirichlet	
15.3 Polynômes trigonométriques et séries de Fourier	
15.4 L'inégalité de Bessel	
15.5 Convergence ponctuelle des séries de Fourier	
15.6 Approximation uniforme par des polynômes trigonométriques	
15.7 Le théorème de Dirichlet	
15.8 Exercices	 . 342







"Analyse L1L2Capes
Vers4" — 2020/5/17 — 13 :11 — page vi
 — #6



vi

	blème																			353
16.1	Capes	1999,	épre	uve 1													 			353
16.2	Capes	2000,	épre	euve	1												 			367
16.3	Capes	2004,	épre	euve	1												 			383
16.4	Capes	2007,	épre	euve	1												 			402
16.5	CAPE	ES 200	8, ép	reuv	e 1												 			417
16.6	Capes	2009,	épre	euve	1												 			435
16.7	Capes	2011,	épre	euve i	1	•	•				•						 			465
\mathbf{Bib}	liograp	ohie																		485
Inde	$\mathbf{e}\mathbf{x}$																			487









Avant-propos

Ce cours d'analyse s'adresse aux étudiants préparant le Capes de mathématiques. Les élèves en classes préparatoires aux grandes écoles pourront aussi tirer profit de cet ouvrage. C'est le premier volume d'une série qui en comporte 3, le deuxième volume étant consacré à l'algèbre et la géométrie et le troisième à la théorie des probabilités. Il ne s'agit pas de manuels de « méthodes » où l'on sacrifie la notion de rigueur qui est l'essence même des mathématiques. Les notions étudiées le sont de façon rigoureuse en démontrant tous les résultats énoncés. Chaque chapitre se termine par une série d'exercices tous corrigés en détails. C'est ce type d'exercices qu'il est utile de savoir faire avant de travailler sur des épreuves écrites du concours.

Ce premier volume est consacré aux notions d'analyse réelle habituellement enseignées en première et deux année de licence (L1 et L2), à savoir l'étude des suites et séries numériques, des fonctions d'une variable réelle, de l'intégration, des espaces vectoriels normés, des équations différentielles d'ordre 1 ou 2 et des suites et séries de fonctions. Le dernier chapitre est consacré à quelques épreuves d'analyse du Capes, le niveau d'exigence pour cette épreuve ne dépassant pas le niveau de connaissance acquis en première et deuxième année d'université ou de classe préparatoire aux grandes écoles. Les problèmes de Capes étant souvent trop longs pour être traités en cinq heures, à titre d'entrainement, on peut se contenter de travailler sur les deux premières parties d'un problème, la suite du problème pouvant être étudiée par la suite à titre d'approfondissement. Nous espérons que ce travail sera utile aux candidats au Capes.

Pour conclure, nous tenons à remercier les éditions De Boeck et en particulier Alain Luguet pour la confiance qu'ils nous accordent en publiant ce travail.



