

## 4. Groupes et géométrie

Les diverses notions sur les groupes devront être illustrées dans des situations géométriques (par exemple isométries d'un tétraèdre régulier, d'un cube).

Groupes, morphismes, sous-groupe engendré par une partie. Groupes cycliques, ordre d'un élément. Théorème de Lagrange. Image et noyau.

Sous-groupe distingué (ou normal). Groupe quotient.

Groupe opérant sur un ensemble, orbites. Stabilisateurs. Formule des classes. Éléments conjugués, classes de conjugaison, classes de sous-groupes conjugués. Signification géométrique des notions de conjugaison. Automorphismes intérieurs d'un groupe.

Polygones réguliers et groupes diédraux.

Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique ; cycles, génération par les transpositions. Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints. Signature. Groupe alterné.

Groupes  $GL(E)$  et  $SL(E)$  où  $E$  est un espace vectoriel de dimension finie. Groupes  $O(E)$  et  $SO(E)$  où  $E$  est un espace vectoriel euclidien. Groupes  $U(E)$  et  $SU(E)$  où  $E$  est un espace hermitien. Groupe affine, groupe des homothéties et translations d'un espace affine. Groupe des isométries et des déplacements d'un espace affine euclidien. Formes réduites des isométries affines en dimension 2 et 3. Groupe des isométries laissant stable une partie de l'espace. Groupe des similitudes directes et indirectes d'un plan affine euclidien.