

Liste des sujets de la session 2006

LEÇONS D'ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

- 101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 103 Congruences dans \mathbf{Z} , anneau $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.
- 104 Propriétés élémentaires liées à la notion de nombre premier.
- 105 PGCD, PPCM dans \mathbf{Z} , théorème de Bézout. Applications.
- 106 PGCD dans $K[X]$, où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 107 Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.
- 108 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une application linéaire.
- 109 Formes linéaires, hyperplans, dualité (on pourra se limiter à des espaces vectoriels de dimension finie). Exemples.
- 110 Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie, polynômes d'endomorphisme.
- 111 Changements de bases en algèbre linéaire (applications linéaires, formes bilinéaires ...). Applications.
- 112 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.
- 113 Déterminants. Applications.
- 114 Groupe des homothéties et translations dans le plan affine. Applications.
- 115 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimensions 2, de dimension 3.
- 116 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien (dimension finie). Applications.
- 117 Formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie (les généralités sur les formes quadratiques seront supposées connues). Applications géométriques.
- 118 Applications géométriques des nombres complexes.
- 119 Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
- 120 Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.
- 121 Géométrie du triangle.
- 122 Barycentres. Applications.
- 123 Droites et plans dans l'espace.
- 124 Projecteurs et symétries dans un espace affine de dimension finie.
- 125 Cercles dans le plan affine euclidien.
- 126 Cinématique du point : vitesse, accélération. Exemples de mouvements. On pourra se limiter aux mouvements plans.
- 127 Division euclidienne.
- 128 Utilisation de groupes en géométrie.
- 129 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. Racines, polynômes irréductibles, factorisation.

- 130** Rang en algèbre linéaire.
- 131** Utilisation de transformations en géométrie.
- 132** Coniques.
- 133** Courbes planes paramétrées.
- 134** Diverses notions d'angle et leurs utilisations.
- 135** Équations et géométrie.
- 136** Factorisation de matrices. Cas des matrices symétriques réelles. Applications.
- 137** Formes réduites d'endomorphismes. Applications.
- 138** Résolution de problèmes modélisés par des graphes.
- 139** Trigonométrie.

LEÇONS D'ANALYSE ET PROBABILITÉS

- 201** Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence.
- 202** Séries à termes réels positifs.
- 203** Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).
- 204** Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.
- 205** Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation de fonctions.
- 206** Parties compactes de \mathbf{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples.
- 207** Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
- 208** Théorème du point fixe. Applications.
- 209** Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
- 210** Séries entières. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
- 211** Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés. Exemples.
- 212** Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre π .
- 213** Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
- 214** Théorème de Rolle. Applications.
- 215** Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
- 216** Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
- 217** Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
- 218** Calcul de valeurs approchées d'une intégrale. Exemples d'estimation de l'erreur.
- 219** Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle ouvert de \mathbf{R} . Exemples
- 220** Intégrale d'une fonction numérique continue sur un intervalle compact. Propriétés.
- 221** Intégrales de fonctions dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
- 222** Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a , b , c sont des fonctions continues sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs réelles ou complexes.
- 223** Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants ; écriture matricielle ; exponentielle d'une matrice. Exemples.
- 224** Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentielle. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Fonctions composées.
- 225** Fonctions définies sur une partie convexe de \mathbf{R}^n . Inégalité des accroissements finis. Applications.
- 226** Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli, variable aléatoire de loi binomiale, approximations de cette loi.
- 227** Probabilité conditionnelle et indépendance. Couples de variables aléatoires. Exemples.
- 228** Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.
- 229** Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 230** Approximation d'un nombre réel. Théorèmes et méthodes.

- 231** Équations et systèmes différentiels.
- 232** Exponentielles et logarithmes
- 233** Fonctions définies sur un intervalle, à valeurs dans \mathbf{R} ou \mathbf{R}^n . Dérivabilité, théorème des accroissements finis, exemples.
- 234** Intégrales et primitives.
- 235** Le nombre π .
- 236** Recherche d'extremums.
- 237** Suites de fonctions. Divers modes de convergence. Exemples.
- 238** Suites de nombres réels.
- 239** Utilisations de la dérivée d'une fonction numérique.

EXERCICES D'ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

- 301** Exercices sur les groupes.
- 302** Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbf{Z} .
- 303** Exercices faisant intervenir la division euclidienne.
- 304** Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.
- 305** Exercices faisant intervenir les nombres premiers.
- 306** Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés.
- 307** Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 308** Exercices faisant intervenir les relations entre coefficients et racines d'un polynôme.
- 309** Exercices faisant intervenir polynômes et fractions rationnelles sur \mathbf{R} ou \mathbf{C} .
- 310** Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 311** Exercices faisant intervenir la notion de rang.
- 312** Exercices faisant intervenir des matrices inversibles.
- 313** Exercices faisant intervenir des systèmes linéaires.
- 314** Exercices faisant intervenir des déterminants.
- 315** Exemples de recherche et d'emploi de vecteurs propres et valeurs propres.
- 316** Exercices faisant intervenir la réduction des endomorphismes.
- 317** Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
- 318** Exercices faisant intervenir des projecteurs ou des symétries.
- 319** Exemples de méthodes et d'algorithmes de calcul en algèbre linéaire.
- 320** Exercices sur les isométries vectorielles dans les espaces euclidiens en dimension 2 et en dimension 3.
- 321** Exercices faisant intervenir la réduction des matrices réelles symétriques.
- 322** Exercices sur les formes quadratiques.
- 323** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 324** Exercices faisant intervenir des similitudes planes directes ou indirectes.
- 325** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimension 2 et en dimension 3.
- 326** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre.
- 327** Exercices faisant intervenir des applications affines.
- 328** Exercices sur les aires et les volumes.
- 329** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimension 2 et en dimension 3.
- 330** Exercices sur la cocyclicité.
- 331** Exercices sur les cercles.
- 332** Exercices de géométrie plane faisant intervenir des triangles isométriques ou semblables.
- 333** Exercices sur les coniques.

- 334** Exemples d'étude de courbes planes.
- 335** Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 336** Exercices sur les propriétés métriques des courbes de l'espace.
- 337** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
- 338** Exemples de groupes en géométrie.
- 339** Exercices de construction en géométrie plane.
- 340** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.
- 341** Exercices de cinématique du point.
- 342** Exercices de cinématique du point.
- 343** Exercices sur les triangles.

EXERCICES D'ANALYSE ET PROBABILITÉS

- 401 Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.
- 402 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
- 403 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
- 404 Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.
- 405 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
- 406 Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence ou de divergence.
- 407 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.
- 408 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
- 409 Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.
- 410 Comparaison sur des exemples de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions d'une variable réelle.
- 411 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
- 412 Exemples de développements en série entière. Applications.
- 413 Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles.
- 414 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
- 415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une variable réelle.
- 416 Exemples d'approximations de fonctions numériques ; utilisations.
- 417 Exemples d'utilisation de développements limités.
- 418 Exemples d'utilisation d'intégrales pour l'étude de suites et de séries.
- 419 Exemples d'utilisation de suites ou de séries pour l'étude d'intégrales.
- 420 Exemples de calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
- 421 Exemples d'étude d'intégrales impropres.
- 422 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
- 423 Exemples de calculs d'aires et de volumes.
- 424 Exemples de calculs d'intégrales multiples.
- 425 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 426 Exemples de résolution d'équations différentielles scalaires, linéaires ou non linéaires.
- 427 Exemples de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 428 Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie.
- 429 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable, d'une fonction numérique de deux variables.
- 430 Exemples d'approximations d'un nombre réel.
- 431 Approximations du nombre π .

- 432** Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 433** Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.
- 434** Exemples de calcul de primitives.
- 435** Exemples de variables aléatoires et applications.
- 436** Exemples de problèmes de dénombrement.
- 437** Exemples de calculs de la norme d'une application linéaire continue.
- 438** Exemples de calculs de la longueur d'un arc de classe \mathcal{C}^1 .
- 439** Exemples de systèmes différentiels linéaires $Y' = AY$ à coefficients réels constants en dimension 2. Allure des trajectoires.