Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Факультет прикладної математики

Кафедра обчислювальної математики та математичної кібернетики

**ЗВІТ**

про виконання лабораторної роботи 1

з дисципліни «Методи розв’язання задач дискретної оптимізації»

Виконав:  студент гр. ПМ-22м-1

Щербак Роман

Дніпро

2023

1. Постановка задачі

Задано рівняння Створити алгоритм знаходження всіх розв’язків цього рівняння методом перебору та написати відповідну програму.

1. Алгоритм розв’язку

*Крок 0.* Отримати значення кількості змінних у рівнянні (k), правої частини (n) та обмеження на значення змінних (cond), . Будемо позначати кількість розв’язків на i рівні масиву розв’язків як .

*Крок 1.* i = n.

*Крок 2.* Якщо i < , переходимо на крок 15.

*Крок 3.* Якщо i = n, утворюємо k різних розв’язків довжини k, де одне зі значень у розв’язку дорівнює n, усі інші – 0. Їх записуємо на рівень i масиву розв’язків. Переходимо на крок 13.

*Крок 4.* j = 0.

*Крок 5.* Якщо j досягло значення (тобто було переглянуто всі розв’язки на (i+1) рівні), переходимо на крок 13.

*Крок 6.* Розглядаємо j розв’язок із рівня (i+1). Знаходимо його максимальний елемент та віднімаємо від нього 1, фіксуємо його індекс у розв’язку як max\_ind. Отриманий розв’язок назвемо проміжним розв’язком. Якщо сума його елементів не дорівнює n-1, з цього розв’язку не може утворитися потрібних, переходимо на крок 12.

*Крок 7.* l = 0.

*Крок 8.* Якщо l > k, переходимо на крок 12.

*Крок 9.* Переглядаємо елемент l проміжного розв’язку. Якщо l дорівнює max\_ind, переходимо на крок 11.

*Крок 10.* Збільшуємо значення елементу l на 1. Отриманий розв’язок записуємо до масиву розв’язків i рівня, за умови, що він там не наявний. Проміжний розв’язок змін не зазнає.

*Крок 11.* l = l+1. Переходимо на крок 8.

*Крок 12.* j = j+1. Переходимо на крок 5.

*Крок 13.* Масив розв’язків i рівня записуємо до масиву всіх розв’язків.

*Крок 14.* i = i-1. Переходимо на крок 2.

*Крок 15.* Якщо cond > 0, до кожного елементу всіх розв’язків масиву додаємо значення cond.

Протестуємо алгоритм на прикладі. Нехай задано r = 3, n = 5, cond = 0, тоді рівняння матиме вигляд

Знайдемо кількість розв’язків за формулою: . Отже, рівняння матиме 21 розв’язок.

Розпочнемо роботу з i=5. Умовою виходу буде i < 2.

Оскільки i = n, то утворюємо три початкові розв’язки **[5;0;0], [0;5;0], [0;0;5]**.

Записуємо їх на рівень 5 масиву розв’язків. Тепер у ньому **3** розв’язки.

Зменшуємо i, i=4. Оскільки 4 2, алгоритм продовжується.

j = 0.

Почергово переглядаємо всі розв’язки 5 рівня масиву, збільшуючи j.

Знаходимо максимальний елемент розв’язку [5;0;0] та віднімаємо від нього 1. Отримаємо проміжний розв’язок [4;0;0].

l = 0.

Переглядаємо всі елементи проміжного розв’язку, збільшуючи l. Оскільки в розглянутому розв’язку елемент на 0 місці є максимальним, у проміжному розв’язку не змінюємо його. До елементу на місці 1 додамо 1, отримаємо розв’язок **[4;1;0]**, запишемо його в масив розв’язків 4 рівня. Аналогічно з елементу на 2 місці отримаємо розв’язок **[4;0;1]** та запишемо його в масив розв’язків 4 рівня.

Повторюючи ці дії з розв’язками [0;5;0] та [0;0;5], отримаємо розв’язки **[1;4;0], [0;4;1], [1;0;4]** та **[0;1;4]**. Запишемо їх у масив розв’язків 4 рівня, після чого його додамо до загального масиву розв’язків. Тепер у ньому **9** розв’язків.

Зменшуємо i, i=3. Оскільки 3 2, алгоритм продовжується.

j = 0.

Почергово переглядаємо всі розв’язки 4 рівня масиву, збільшуючи j.

Знаходимо максимальний елемент розв’язку [4;1;0] та віднімаємо від нього 1. Отримаємо проміжний розв’язок [3;1;0].

l = 0.

Переглядаємо всі елементи проміжного розв’язку, збільшуючи l. Оскільки в розглянутому розв’язку елемент на 0 місці є максимальним, у проміжному розв’язку не змінюємо його. До елементу на місці 1 додамо 1, отримаємо розв’язок **[3;2;0]**, запишемо його в масив розв’язків 3 рівня. Аналогічно з елементу на 2 місці отримаємо розв’язок **[3;1;1]** та запишемо його в масив розв’язків 3 рівня.

Повторюючи ці дії з розв’язками [4;0;1], [1;4;0], [0;4;1], [1;0;4] та [0;1;4], отримаємо розв’язки [3;1;1], **[3;0;2]**, **[2;3;0], [1;3;1],** [1;3;1], **[0;3;2], [2;0;3], [1;1;3]**, [1;1;3] та **[0;2;3]**. Ті розв’язки, які не виділено жирним, виключаємо з розгляду через те, що вони дублюють інші вже наявні, усі інші запишемо в масив розв’язків 3 рівня, після чого його додамо до загального масиву розв’язків. Тепер у ньому **18** розв’язків.

Зменшуємо i, i=2. Оскільки 2 2, алгоритм продовжується.

j = 0.

Почергово переглядаємо всі розв’язки 3 рівня масиву, збільшуючи j.

Знаходимо максимальний елемент розв’язку [3;2;0] та віднімаємо від нього 1. Отримаємо проміжний розв’язок [2;2;0].

l = 0.

Переглядаємо всі елементи проміжного розв’язку, збільшуючи l. Оскільки в розглянутому розв’язку елемент на 0 місці є максимальним, у проміжному розв’язку не змінюємо його. До елементу на місці 1 додамо 1, отримаємо розв’язок [2;3;0], уже наявний у масиві розв’язків, тому виключаємо його з розгляду. Аналогічно з елементу на 2 місці отримаємо розв’язок **[2;2;1]** та запишемо його в масив розв’язків 2 рівня.

Повторюючи ці дії з розв’язками [3;0;2], [2;3;0], [1;3;1], [0;3;2], [2;0;3], [1;1;3] та [0;2;3], отримаємо розв’язки **[2;1;2]**, [2;0;3], [3;2;0], [2;2;1], [2;2;1], **[1;2;2]**, [1;2;2], [0;2;3], [3;0;2], [2;1;2], [2;1;2], [1;2;2], [1;2;2] та [0;3;2]. Ті розв’язки, які не виділено жирним, виключаємо з розгляду через те, що вони дублюють інші вже наявні, усі інші запишемо в масив розв’язків 2 рівня, після чого його додамо до загального масиву розв’язків. Тепер у ньому **21** розв’язок.

Зменшуємо i, i=1. Оскільки 1 2, усі розв’язки вже знайдено. Оскільки обмеження на х задано як 0, додавати до них жодного числа не треба, усі розв’язки знайдено.

Наведемо їх: [5;0;0], [0;5;0], [0;0;5], [4;1;0],[4;0;1], [1;4;0], [0;4;1], [1;0;4], [0;1;4], [3;2;0], [3;1;1], [3;0;2], [2;3;0], [1;3;1], [0;3;2], [2;0;3], [1;1;3], [0;2;3], [2;2;1], [2;1;2], [1;2;2].

1. Код програми

https://github.com/Romchyk-S/MRZDO\_Lab\_1

1. Скриншоти роботи програми











