UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL

ESCUELA DE CIENCIAS FISICO Y MATEMATICAS

Cálculo de Probabilidades

Docente: Jackson Macoy Romero Plasencia

Alumno: Romeld Jheffry Vilca Torres

Ayacucho,Perú
2019

Práctica 02

1. Demostrar las siguientes propiedades

   a) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

   b) $P(A^c) = 1 - P(A)$
   Demostración
   Recordar $A \cup A^c = \Omega \Rightarrow P(\Omega) = 1$
   $P(A \cup A^c) = P(\Omega)$
   $P(A) + P(A^c) = 1$
   Por lo tanto $P(A^c) = 1 - P(A)$

   c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B); A \cap B \neq \emptyset$
   Demostración
   Tenemos:
   $P(B) = P(B \cap A^c) + P(A \cap B)$
   $P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$
   $\Rightarrow P(A) + P(B) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B) + P(B \cap A^c) + P(A \cap B)$
   $\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B) + P(B \cap A^c)$
   Por lo tanto:
   $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B)$

   d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B); A \cap B = \emptyset$

   e) $P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<1}^{n} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<k}^{n} P(A_i \cap a_j \cap A_k) -$
   $... + (-1)^n P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i)$

2. Dos personas A y B se distribuyen al azar en tres oficinas numerada 1, 2 y 3. Si las dos personas pueden estar en la misma oficina, defina un

espacio muestral adecuado.
Solución
persona 1: A
persona 2: B
Oficinas: 1,2,3

$\Omega = \{(A_1, B_1); (A_2, B_2); (A_3, B_3); \ (A_1, B_2); (A_1, B_3); (A_2, B_1); (A_2, B_2); (A_3, B_1); (A_3, B_2)\}$

3. Durante el día, una máquina produce tres artículos cuya calidad individual, definida como defectuoso o no defectuoso, se determina al final del día. Describa el espacio muestral generado por la producción diaria.
   Solución

   D:Defectuoso
   B:No defectuoso

   $\Omega = \{(DDD); (DDB); (DBD); (BDD); (BBD); (BDB); (DBB; (BBB)\}$

4. De un grupo de transistores producidos bajo condiciones similares, se escoge una sola unidad, se coloca bajo prueba en un ambiente similar a su uso diseñado y luego se prueba hasta que falla. Describir el espacio - muestral
   Solución:
   transitor elegido:$X_i; i = 1, n$
   t; tiempo de vida del transitor x:
   $\Omega = \{0 \leqslant t \leqslant Tesperando\}$

5. Una urna contiene cuatro fichas numeradas: 2,4,6, y 8 ; una segunda urna contiene cinco fichas numeradas: 1,3,5,7, y 9. Sea un experimento aleatorio que consiste en extraer una ficha de la primera urna y luego una ficha de la segunda urna, describir el espacio muestral.
   Solución
   $\Omega = \{(x, y)/x = \{2, 4, 6, 8\}\,; y = \{1, 3, 5, 7, 9\}\}$

6. Una urna contiene tres fichas numeradas: 1,2,3; un experimento consiste en lanzar un dado y luego extraer una ficha de la urna. Describir el espacio muestral.

Solución
$U_1 = \{1, 2, 3\}$ $D_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A: Lanzar un dado y luego extraer una ficha de la urna

$\Omega_A = \{(x, y) / x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}; y \in \{1, 2, 3\}\}$

7. Una línea de producción clasifica sus productos en defectuosos "D" y no defectuosos "N". De un almacén donde guardan la producción diaria de esta línea, se extraen artículos hasta observar tres defectuosos consecutivos o hasta que se hayan verificado cinco artículos. Construir el espacio -muestral.
Solución
$\Omega = \{DDD, DDNDD, DDNDN, DDNND, DDNNN, DNDDD, DNDDN,$
$DNDND, DNDNN, DNNDD, DNNDN, DNNND, DNNNN, NDDD,$
$NDDND, NDDNN, NDNDD, NDNDN, NDNND, NDNNN, NNDDD,$
$NNDDN, NNDND, NNDNN, NNNDD, NNNDN, NNNND, NNNNN\}$

8. Lanzar un dado hasta que ocurra el número 4. Hallar el espacio muestral asociado a este experimento.
Solución
$A = 4$
$B \neq 4$
$\Omega\{A, BA, BBA, BBBA, ...\}$

9. Una moneda se lanza tres veces. Describa los siguientes eventos:
A = "ocurre por lo menos 2 caras".
$A = \{CCS, CSC, SCC, CCC\}$ B = "ocurre sello en el tercer lanzamiento".
$B = \{CCS, CSS, SCS, SSS\}$ C = "ocurre a lo más una cara".
$C = \{SSS, CSS, SCS, SCC\}$

10. En cierto sector de Lima, hay cuatro supermercados (numeradas 1,2,3,4).Seis damas que viven en ese sector seleccionan al azar y en forma independiente, un supermercado para hacer sus compras sin salir de su sector.

    (a) Dar un espacio muestral adecuado para este experimento.
    $DAMAS = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $SUPERMERCADOS = \{1, 2, 3, 4\}$
    $\Omega = \{(x, y) / x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

(b) Describir los siguientes eventos:

A: "Todas las damas escogen uno de los tres primeros supermercados"
$A = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4)\}$

B: "Dos escogen el supermercado N°2 , dos el supermercado N°3 y las - otras dos el N°4".
$B = \{($

C: "Dos escogen el supermercado N°2 y las otras diferentes supermercados".

A : "Todas las damas escogen uno de los tres primeros supermercados"
B : "Dos escogen el supermercado N°2 , dos el supermercado N°3 y las otras dos el N°4 ".
C : "Dos escogen el supermercado N°2 y las otras diferentes supermercados".

11. Tres máquinas idénticas que funcionan independientemente se mantienen funcionando hasta darle de baja y se anota el tiempo que duran. Suponer que ninguno dura más de 10 años.

(a) Definir un espacio muestral adecuado para este experimento.
$\Omega = \{(x,y)/x \in \{1,2,3\}; y \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}\}$

(b) Describir los siguientes eventos:

A: "Las tres máquinas duran más de 8 años".

$A = \{(1,8),(1,9),(1,10),(2,8),(2,9),(2,10),(3,8),(3,9),(3,10)\}$

B: "El menor tiempo de duración de los tres es de 7 años".
$A = \{(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,7),(2,8),(2,9),(2,10),(3,7)(3,8),(3,9),(3,10)\}$

C: "El menor tiempo de duración de los tres es de 7 años".
$A = \{(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,7),(2,8),(2,9),(2,10),(3,7)(3,8),(3,9),(3,10)\}$

D: El mayor tiempo de duración de los tres es de 9 años".
$D = \{(x,y)/x \in \{1,2,3\}; y \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}\}$

A : "Las tres máquinas duran más de 8 años".
B : "El menor tiempo de duración de los tres es de 7 años".
C : "Ninguna es dada de baja antes de los 9 años".
D : "El mayor tiempo de duración de los tres es de 9 años".

12. En el espacio muestral del problema 4, describe los siguientes eventos:
A : "Ocurre al menos 2 artículos no defectuosos".
B : "Ocurre exactamente 2 artículos no defectuosos".

A: "Ocurre al menos 2 artículos no defectuosos".

$$A = \{DNN, NDN, NND, NNN\}$$

B: "Ocurre exactamente 2 artículos no defectuosos"
$A = \{DNN, NDN, NND\}$

13. En el problema 16, describir el evento, "se necesitan por lo menos 5 lanzamientos".
Solución
Se necesitan por lo menos 5 lanzamientos $= \{xxxx4.xxxxx4, xxxxxx4, ...\}$
; donde x = obtener un número diferente de 4 .

14. El gerente general de una firma comercial, entrevista a 10 aspirantes a un puesto. Cada uno de los aspirantes es calificado como: Deficiente, Regular, Bueno, Excelente.

15. Considere el experimento de contar el número de carros que pasan por un punto de una autopista. Describa los siguientes eventos:

A; "Pasan un número par de carros".
$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, ...\}$

B; "El número de carros que pasan es múltiplo de 6 ".
$B = \{0, 6, 12, 18, ...\}$

C; "Pasan por lo menos 20 carros"
$C = \{20, 21, 22, 23, 24, ...\}$

D; "Pasan a lo más 15 carros".
$D = \{1, 2, 3, 4, ..., 14, 15\}$