

Score de Brier

Roméo BEX

2024-03-01

Le score de Brier est une fonction de Score qui mesure l'exactitude des prédictions probabilistes. Pour les prédictions unidimensionnelles, elle est strictement équivalente à l'erreur quadratique moyenne aux probabilités prédites.

Définition dans le cas d'une variable binaire :

Considérons une variable à prévoir qui ne peut prendre que deux valeurs (réalisation ou non d'un évènement). Si on dispose d'un ensemble de n prévisions de la probabilité de réalisation de cet évènement et des observations correspondantes, le score de Brier est défini par :

$$B_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - o_i)^2$$

où les p_i sont les probabilités prévues correspondantes à la réalisation de l'évènement, les o_i (déterministes) sont la i -ème observation valant 1 si l'évènement est réalisé et 0 sinon et n le nombre de prévisions.

Définition générale :

Dans le cas où une variable peut prendre plus de 2 valeurs. Le score de Brier est alors défini par :

$$B_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (p_{i,j} - o_{i,j})^2$$

où R est le nombre de classes possibles dans lesquelles l'évènement peut tomber, et N le nombre total d'instances de toutes les classes. $p_{i,j}$ représente la probabilité prédite pour la classe i , $o_{i,j}$ vaut 1 si la i ème observation est de la catégorie j et 0 sinon.

Le score de Brier peut être décomposé en 3 composantes additives : incertitude, fiabilité et résolution

$$B_s = F - R + I$$

I : terme d'incertitude qui prend en compte la dispersion des observations F : terme de fiabilité qui mesure dans quelle circonsstances les probabilités prévues sont proches des probabilités réelles compte tenu d'une prévision. R : terme de résolution qui mesure la distance entre les probabilités d'occurrence

Interprétation et décomposition :

Plus la valeur du score de Brier sera faible plus la prédiction sera bonne et une prévision parfaite obtiendra un score de 0. A l'inverse le plus mauvais score sera de 1.

On peut aussi décomposer le score de Brier de la façon suivante :