

# Structure de données II

## Projet: listes des heuristiques et attribution par groupes

Université de Mons – Année académique 2021 – 2022

Professeur V. Bruyère – Assistant G. Devillez

### 1 Introduction

Ce document fait suite au document “Enoncé du projet” dans lequel il est précisé que, par rapport à la construction des arbres BSP, chaque groupe d’étudiants fournira:

- une heuristique construisant un arbre BSP aléatoirement (tel que décrit dans le chapitre 12 de [1]);
- une heuristique construisant un arbre BSP en choisissant de partitionner le plan en prenant la droite qui contient le premier segment de la liste, puis le second, ...
- une autre heuristique spécifique pour créer un arbre BSP et qui sera attribuée à ce groupe d’étudiants.

Ce document contient la liste des heuristiques spécifiques et l’attribution de ces heuristiques aux groupes.

Veuillez noter que vous êtes *libre d’implémenter plus que les 3 heuristiques* demandées ci-dessus – dans le but d’étoffer les résultats de vos tests :

- soit en ajoutant une heuristique décrite dans ce document mais qui ne vous a pas été attribuée;
- soit en imaginant vous-même une autre façon de construire de “bons” arbres BSP.

### 2 Notations et définitions

Nous supposons que nous travaillons dans le plan  $\mathbb{R}^2$ .

#### Plans et régions

Dans  $\mathbb{R}^2$ , une droite  $d$  peut être représentée par une équation  $ax + by + c = 0$ . Chaque droite  $d$  divise le plan en trois parties : deux demi-plans que l’on note  $d^+$  et  $d^-$ , et la droite  $d$  elle-même. Par exemple, la droite  $d \equiv 2x + 3y - 6 = 0$  divise le plan en (illustration en figure 1) :

- un demi-plan ouvert *positif*  $d^+$ , qui représente la partie du plan constituée de tous les points dont les coordonnées  $(x, y)$  respectent l’inégalité  $2x + 3y - 6 > 0$ ;
- un demi-plan ouvert *négatif*  $d^-$  qui est quant à lui défini par l’inégalité  $2x + 3y - 6 < 0$ ;
- la droite  $d$ .

L’intersection d’un ensemble fini d’inégalités (représentant des demi-plans) définit donc une *région du plan*. Par exemple, les 4 inégalités suivantes représentent une région de la forme d’un carré :

$$x - 1 < 0 \tag{1}$$

$$x > 0 \tag{2}$$

$$y - 1 < 0 \tag{3}$$

$$y > 0 \tag{4}$$

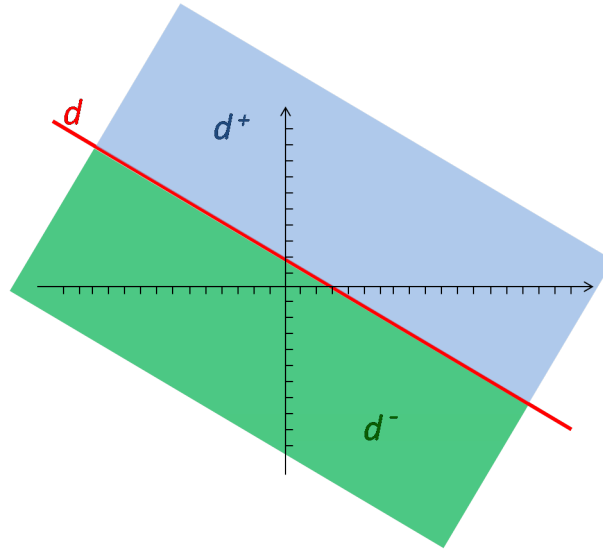


Figure 1: Division du plan ( $\mathbb{R}^2$ ) en 3 parties par la droite  $d \equiv 2x + 3y - 6 = 0$ .

### Arbres BSP

Soit  $S$  un ensemble de segments dans  $\mathbb{R}^2$ . Soit  $\mathcal{T}$  un arbre BSP associé à l'ensemble des segments  $S$ . Rappelons que chaque nœud interne  $v$  de  $\mathcal{T}$  contient l'équation d'une droite  $d_v$ . Le sous-arbre gauche de  $v$  est un arbre BSP pour le demi-plan  $d_v^-$  et le sous-arbre droit pour  $d_v^+$ . A chaque nœud  $v$  de l'arbre, on peut donc associer :

- une région  $\mathcal{R}_v$  du plan (déterminée par les droites définies dans les nœuds allant de la racine jusqu'au nœud  $v$ );
- un ensemble  $I_v$  des segments se trouvant dans  $\mathcal{R}_v$  : soit un segment de  $S$ , soit un fragment d'un segment de  $S$ .

Soient un nœud  $v$  donné et un segment  $s \in I_v$ . On note  $d$  la droite supportant le segment  $s$ . Nous pouvons alors calculer, parmi l'ensemble de segments  $I_v$ , les valeurs suivantes :

- le nombre  $f_d$  de segments de  $I_v$  intersectés par  $d$ ;
- le nombre  $f_d^+$  de segments de  $I_v$  (entièrement) contenus dans  $d^+$ ;
- le nombre  $f_d^-$  de segments de  $I_v$  (entièrement) contenus dans  $d^-$ ;
- la proportion  $\sigma_d$  de segments intersectés par  $d$  définie par

$$\sigma_d = \frac{f_d}{|I_v|}.$$

- le nombre  $g_s$  de droites  $d'$  supportant un segment  $s' \neq s$  de  $I_v$  qui intersectent le segment  $s$ .

## 3 Heuristiques de construction des arbres BSP

### Idée de base commune à toutes les heuristiques

Pour construire un nœud  $v$  d'un arbre BSP, on va déterminer quelle est la “meilleure” droite  $d^*$  qui va lui être attribuée en fonction de l'heuristique imposée :

1. pour tout segment  $s \in I_v$ ,
  - (a) déterminer la droite  $d$  qui supporte le segment  $s$ ;
  - (b) évaluer la “qualité” de  $d$  selon les critères de l'heuristique.
2. la droite  $d^*$  attribuée au nœud  $v$  est la “meilleure” selon ces critères.

La spécificité des heuristiques décrites ci-après dépend de la manière dont on définit la “qualité” d'une droite.

### 3.1 Heuristique $H_1$

*Auteurs:* Krishnaswamy, Alijani, Su [2]

*Détermination de la partition:* on choisit un segment  $s$  qui *maximise*

$$g_s.$$

*Intuition:* En maximisant  $g_s$ , espérer que par la suite, le nombre  $f_d$  de fragments sera petit.

### 3.2 Heuristique $H_2$

*Auteurs:* Krishnaswamy, Alijani, Su [2]

*Détermination de la partition:* on choisit un segment  $s$  et la droite  $d$  qui le supporte, qui

- *minimisent*  $f_d$ ;
- s'il y a plusieurs tels segments  $s$ , on en choisit un qui *maximise*  $g_s$ .

*Intuition:* Minimiser le nombre des segments interceptés par  $d$ .

### 3.3 Heuristique $H_3$

*Auteurs:* Thibault, Naylor [4]

*Détermination de la partition:* on choisit une droite  $d$  qui *maximise*

$$f_d^+ f_d^- - w f_d,$$

où  $w$  est un poids à ajuster<sup>1</sup>. Vous êtes invités à faire des expérimentations sur la valeur de  $w$ .

*Intuition:* Equilibrer le nombre de segments de chaque côté de  $d$ , et minimiser le nombre de segments intersectés par  $d$ , avec priorité donnée à l'équilibre.

### 3.4 Heuristique $H_4$

*Auteur:* Teller [3]

*Détermination de la partition:* on choisit une droite  $d$  qui

- *maximise*  $\sigma_d$  si  $\sigma_d \geq \tau$ ,
- *minimise*  $f_d$  sinon,

où  $\tau$  est un seuil fixé<sup>2</sup>. Vous êtes invités à faire des expérimentations sur la valeur de  $\tau$ .

*Intuition:* S'il y a beaucoup de segments colinéaires, cette heuristique va couper peu de segments.

### 3.5 Heuristique $H_5$

Implémentez l'amélioration *free splits* de l'heuristique aléatoire, telle que décrite à la page 265 du Chapitre 12 du livre de référence [1] (donné sur moodle).

## 4 Attribution des heuristiques spécifiques à chaque groupe

Les attributions suivantes ont été générées aléatoirement.

---

<sup>1</sup>Les auteurs proposent d'utiliser  $w = 8$  dans le cas d'un ensemble de rectangles  $S$  dans l'espace

<sup>2</sup>Les auteurs proposent d'utiliser  $\tau = 0.5$

N°	Étudiant 1	Étudiant 2	Heuristique
1	Kouamé Brou	Valentin Marchand	$H_4$
2	Simon MICHEL	Virgil SURIN	$H_2$
3	Roméo IBRAIMOVSKI	Maxime NABLI	$H_3$
4	Alvaro GOMILA OTERO	Amira MASTOURI	$H_5$
5	Yorick ESTIEVENART	Hugo VENTUROSO	$H_1$
6	Ingrid FONDJA TCHOUMBA	Emmanuel Pondi Djon	$H_4$
8	Clément SAMAIN	Nicolas Sournac	$H_3$
9	Noa Foucoux	Adrien Vandekerckhove	$H_1$
10	Nathan AMORISON	Emilien LEMAIRE	$H_5$
11	Lorentz BOIVIN	Amanzio DI NICOLO	$H_2$
12	Moustapha AIT SALAH	Ali Tazribine	$H_4$
13	Louis DASCOTTE	Nicolas Gerard	$H_2$
14	Jean Koagne Takam	Christian Menkoncho	$H_3$
15	Maksym IAKOVENKO	Alessandro SPINOSI	$H_1$
16	Valentin Gailliez	Adjany Linda TATCHOU KEMADJOU	$H_5$
17	Matilde SUBTIL GALVAO	Nicolas VALLOIS	$H_2$
19	Philippe Etene	Gerard Pongo Elongé	$H_3$
20	Alexandre-Alain Delcour	Lionnel MBIANDA DAHGANG	$H_4$
21	Loris Danese	Clément MASSE	$H_5$
23	Ogün ARK	Nicolas MOREAU	$H_1$

## Références

- [1] DE BERG, M., VAN KREVELD, M., OVERMARS, M., AND SCHWARZKOPF, O. *Computational Geometry – Algorithms and Applications*. Second Ed., Springer, 2000.
- [2] KRISHNASWAMY, R., ALIJANI, G.S., AND SU, S.-C. On constructing binary space partitioning trees. In *CSC '90: Proceedings of the 1990 ACM annual conference on Cooperation* (New York, 1990), ACM Press, pp. 230–235.
- [3] TELLER, S.J. *Visibility Computations in Densely Occluded Polyhedral Environments*. PhD thesis, University of California, 1992.
- [4] THIBAUT, W.C., AND NAYLOR, B.F. Set operations on polyhedra using binary space partitioning trees. In *Proc. SIGGRAPH 87, Comput. Graph.* (1987), vol. 21, ACM SIGGRAPH, pp. 153 – 167.