| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 06.04.2022 |
| --- | --- | --- |
| Номер эссе: 18 | Тема эссе: “УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА” | |

# Уравнения Лагранжа второго рода

Рассмотрим механическую систему из N материальных точек массы , все условия связи независимые, голономные и идеальные, s - число степеней свободы, - независимые обобщенные координаты. Тогда можно положить, что , затем и так далее. В итоге, из получаем уравнения Лагранжа второго рода:

Чтобы для конкретной механической системы выписать их явно, необходимо:

1. Получить кинетическую энергию T и обобщенные силы как функции аргументов и подставить их в левую часть уравнений Лагранжа, продифференцировав.
2. Найти через потенциал , где – потенциальная энергия этой системы.
3. Ввести функцию Лагранжа: L = T - П
4. Уравнения Лагранжа можно представить в виде: , так как

Как видим, для того, чтобы выписать уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил, достаточно составить величину L как функцию аргументов и подставить их в левую часть уравнений , продифференцировав.

Из алгоритма следует, что уравнения Лагранжа не изменяют своего вида при замене одних обобщённых координат на другие.

Уравнения Лагранжа второго рода инвариантны относительно какого-то класса преобразований, если каждое преобразование этого класса не изменяет функцию Лагранжа L (T и )

# Разрешимость уравнений Лагранжа второго рода

# относительно старших производных.

Покажем, что уравнения Лагранжа второго рода разрешимы относительно вторых производных обобщенных координат.

Рассмотрим кинетическую энергию в декартовых координатах и перейдем к обобщенным:

где

Используя эти обозначения запишем уравнения Лагранжа в следующем виде:

где величины не зависят от обобщенных ускорений. Отсюда следует, что для доказательства разрешимости уравнений Лагранжа второго рода относительно обобщенных ускорений достаточно доказать, что

, тогда рассмотрим квадратичную форму

Применив критерий Сильвестра, получаем, что нам необходимо доказать, что для любых . Пусть при некотором выполнено равенство , то тогда с учетом того, что , получаем, что

Чтобы столбцы матрицы были линейно зависимы, ранг должен быть меньше s, в то время как, мы ранее доказывали, что он равен s.