|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 05.12.2021 |
| Номер эссе: 12 | Тема эссе: “УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ” п. 10-13 | |

ЭССЕ

на тему:

«УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»

Выполнил студент группы 20.Б11-пу

Неронов Роман Михайлович

**Движение точки в центральном поле сил**

Движение механической системы, состоящей из одной точки M с массой m, определяется действующей на нее внешней силой, а также ее начальным положением и скоростью. Если уравнение Ньютона автономно (), то в каждый момент времени t сила однозначно определяется положением точки M. Вектор функция – *силовое поле*, а точка M движется в *поле сил* .

Поле сил называют *центральным* в области D∈E3, если существует такая точка O (центр сил), что на материальную точку единичной массы, помещенную в любую точку M, действует сила, направленная вдоль прямой, проходящей через точки O и M.

Уравнение Ньютона для движения материальной точки M массы m в центральном поле сил:

,

где , , .

**Уравнения Ньютона для:**

* **Двух гравитирующих точек**

Рассмотрим инерциальную систему координат с началом O и движение двух материальных точек M и M0 с массами m и m0 под действием сил их взаимного притяжения по закону всемирного тяготения. Обозначим: , , , , .

Используя второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения, получаем:

, ( - всемирная гравитационная постоянная).

Вычитая первое уравнение из второго, получаем уравнения движения точки M в центральном силовом поле с центром в M0: .

* **Для двух электрических зарядов**

Рассмотрим инерциальную систему координат с началом O и движение двух материальных точек M и M0 с массами m и m0 и зарядами q и q0 соответственно под действием сил их взаимного притяжения или отталкивания по закону Кулона. Введём: , , , , .

Используя второй закон Ньютона и закон Кулона, получаем:

, ().

(минус соответствует случаю притягивающихся точек)

Вычитая первое уравнение из второго, получаем уравнения движения точки M в центральном силовом поле с центром в M0:

, 

* **Для точки в поле силы Гука**

Рассмотрим движение материальной точки M массы m относительно системы координат с началом O под действием силы Гука ( – постоянная , зависящая от контекста задачи). Используя второй закон Ньютона и формулу для силы Гука, получаем уравнение движения точки M в центральном силовом поле с центром силы в точке равновесия

￼.

При движении материальной точки в центральном поле, главный момент внешних сил относительно центра сил O равен нулю. Следовательно: . - интеграл площадей, – постоянные площадей. Если x, y, z — координаты радиус-вектора , то данное уравнение можно переписать:

, .

Умножив эти равенства на x, y, z и сложив их, получаем плоскость Лапласа: .  
Следовательно, если , то движение точки происходит в плоскости Лапласа, проходящей через центр сил O.

Геометрическая интерпретация интеграла площадей, говорит о том, что в задаче о движении материальной точки в центральном поле сил наличие этого интеграла является обобщением закона Кеплера о постоянстве секторной скорости планеты.

Если - радиус-вектор точки M(t) в момент t > t0 , то ее *секторная скорость* – вектор , S(t) — площадь фигуры, лежащей в плоскости Лапласа, между векторами и и дугой траектории этой точки. Вектор (ортогонален плоскости Лапласа)  
**Теорема**

Пусть материальная точка M(t) массы m движется в центральном поле сил с центром сил O ∈ E3 и - радиус-вектор этой точки. Если - секторная скорость точки M(t), то: , где - постоянная площадей.

**Изменение кинетического момента, вычисляемого относительно подвижного полюса**

Введём новые обозначения:

радиус-вектор центра масс системы - ,

главный вектор ее количества движения -

радиус вектор точки A -

скорость точки A -

ускорение точки A - , A∈E3 – движется относительно некоторого репера с началом в O

главным моментом внешних сил -

главный момент количества движения - механической системы относительно подвижного полюса A.

**Теорема об изменении кинетического момента**

Производная кинетического момента механической системы относительно подвижного полюса A и ее главный момент внешних сил относительно того же полюса связаны равенством: .

**Следствие**

Если при любом t полюс A = A(t) совпадает с центром масс системы или движется прямолинейно и равномерно, то

**Работа силы и изменение кинетической энергии материальной точки**

Рассмотрим уравнение движения в E3 материальной точки M массы m, на которую действует сила :

.

Умножив скалярно данное уравнение на , получим теорему об изменении кинетической энергии материальной точки в дифференциальной форме (дифференциал кинетической энергии материальной точки равен элементарной работе главного вектора сил, приложенных к этой точке):

, *T* - кинетическая энергия материальной точки

Это уравнение записано в терминах бесконечно малых величин, но можно получить его в терминах относительно конечных величин, умножив скалярно на или разделив на :

.

A - *работа по перемещению материальной точки* под действием силы из точки M0 в точку M вдоль дуги , где , , t > t0: , где . Обозначая символами X, Y, Z координаты вектора , получим:

Если задать дугу в параметрической форме, то работу можно записать как определенный интеграл по параметру (обычно используется время t или естественная координата s): , где , .

Мощность - . Используя получаем, что *производная кинетической энергии материальной точки равна мощности работы, выполняемой главным вектором сил, действующих на эту точку.*

**Условия потенциальности силового поля**

Рассмотрим движение точки M (массы *m*) в E3 относительно репера в поле сил , где , , – открытое связное множество в R3.

Если существует функция : , то поле сил – *потенциальное в D, а – силовая функция (силовой потенциал или потенциал поля* *).*

Если , то , что равносильно .

Так же можно получить следующую формулу: .

, отсюда, необходимым и достаточным условием потенциальности силового поля является равенство

.

Если *A* - работа по перемещению материальной точки в потенциальном поле силы из точки M0 в точку M вдоль дуги (M0,M), то получаем: . Работа *A* зависит только от конечных точек дуги траектории и не зависит от выбора дуги, соединяющей эти точки. Множество точек , удовлетворяющее равенству – *эквипотенциальная поверхность.* Работа при перемещении точки из произвольной точки одной эквипотенциальной поверхности в произвольную точку другой эквипотенциальной поверхности равно разности .

Если поле имеет потенциал *U*, то, учитывая и , получаем: , где - *постоянная механической энергии*, а – *интеграл механической энергии.* *Потенциальная энергия* материальной точки *.*

**Примеры:**

* *Поле силы тяжести*

Сила (действует на материальную точку *M* массы *m*), направлены так, что . Получаем: . Так как потенциальна, можно предположить: . Тогда интеграл энергии равен .

* *Центральное поле сил*

*.* В силу , получаем: ), т.е. центральное поле сил является потенциальным и , а интеграл энергии равен

* Сила сопротивления среды

(*-* коэффициент сопротивления среды). По теореме об изменении кинетической энергии получаем: - сила сопротивления среды вызывает рассеяние кинетической энергии движущейся материальной точки, — это пример *диссипативных* сил. В отличие от них, потенциальные силы являются примером *консервативных* сил.