|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 17.10.2021 |
| Номер эссе: 5 | Тема эссе: “КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА” п. 1-4 | |

ЭССЕ

на тему:

«КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА»

Выполнил студент группы 20.Б11-пу

Неронов Роман Михайлович

***Движение механической системы*** *Механическая система* в момент t0или *положение системы* в момент t0 - семейство M = {Mτ}τ∈T точек в En(аффинное евклидово пространство).  
*Движение* этой системы - семейство DM = {Dτ : J → En }τ∈T дважды непрерывно дифференцируемых функций от времени t такое, что (∀τ ∈ T) (Dτ (t0) = Mτ ).

*Перемещение* механической системы за время от t1 до t2 - семейство векторов .

***Твердое тело***Различные множества движений DM - *класс движений*.

*Неизменяемая на классе движений* система - механическая система такая, что

(∀t ∈ J) (∀τ1, τ2 ∈ T) ((((t), (t)) = (, )

для любого движения этого класса.

Механическая система - *сплошная связная* *среда на классе движений*, если каждое ее положение есть область или замкнутая область в En.

*Твердое тело* или *абсолютно твердое тело* *на классе движений* - сплошная связная неизменяемая механическая система на этом классе движений.

***Число степеней свободы***  
Движение DM = {Dτ}τ∈T может быть выражено через систему скалярных функций

qi : J → R, i = 1,...,m, если:

(∀τ ∈ T) (∃(q1, . . . , qm) → fτ (q1, . . . , qm)) и (∀t ∈ J) (Dτ (t) = fτ (q1(t), . . . , qm(t))).  
Механическая система имеет s степеней свободы положения на классе движений, если любое движение этого класса может быть выражено через систему скалярных функций qi : J → R, i = 1, ..., s и ни одно движение этого класса не может быть выражено через какую систему из меньшего числа скалярных функций.

Механическая система из N точек, стесненная m голономными связями - подкласс всех движений системы, для которых координаты , ν = 1, . . . , N ее точек удовлетворяют уравнениям

,

причем  независимы при t ∈ J.

*Поступательное движение*: любые два положения в этом движении имеют вид

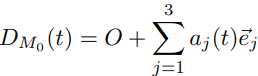


(у подвижного репера, связанного с этим телом, с течением времени может изменяться только начало репера)

*Вращение вокруг точки O*: любые два положения твердого тела имеют вид  и 

(с течением времени не меняются координаты (в неподвижной системе) некоторой точки O этого тела.)

***Группа движений твердого тела***  
Всякое движение твердого тела может быть задано через шесть скалярных функций a1, a2, a3, ϕ, ψ, θ (ϕ, ψ, θ - углы Эйлера) по формулам:

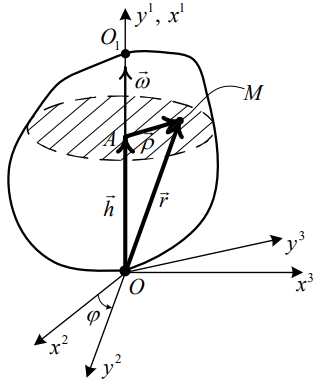
при  ( - движение точки M0)

следовательно, всякому перемещению соответствует преобразование D: E3 → E3. Задавая всевозможные движения и фиксируя всевозможные моменты t ∈ J, мы будем получать те или иные перемещения твердого тела и соответствующие ему биекции D: E3 → E3. Семейство D3 всех таких биекций называют группой движений в E3.

***Подгруппы движений***  
**Поступательное движение твердого тела**  
Движение твердого тела - *поступательное*, если направленный отрезок, соединяющий любые две несовпадающие точки этого тела, перемещается параллельно самому себе во все время движения. Эквивалентное определение: движение твердого тела называют *поступательным*, если у подвижного репера, связанного с этим телом, с течением времени может изменяться только начало репера.  
**Теорема:**

Поступательное движение твердого тела обладает свойствами:   
α) положение тела определяется положением любой его точки  
β) перемещения всех точек тела за время от t0 до t1 равны между собой  
γ) скорости всех точек тела равны между собой  
δ) ускорения всех точек тела равны между собой  
ε) твердое тело на классе поступательных движений имеет три степени свободы.

***Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси***

*Вращение вокруг неподвижной оси* - движение твердого тела, для которого в пространстве, связанном с этим телом, существует прямая, все точки которой имеют постоянные координаты в неподвижном репере. Если точка M тела имеет координаты y1, y2, y3 и x1(t), x2(t), x3(t) в подвижном и неподвижном реперах соответственно, то можно получить равенство (t) + (t) = +. Таким образом, траектория любой точки твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси - окружность с центром на оси вращения.  
Пусть A — точка пересечения оси вращения с плоскостью, перпендикулярной этой оси вращения и проходящей через точку M тела, а , , , ∆ϕ = ϕ(t + ∆t) − ϕ(t), ∆ = (t + ∆t) − (t). Введем в рассмотрение векторы: скорости = точки M, угла поворота = (∆ϕ)и угловой скорости = = lim∆t→0(/∆t).

**Теорема:**

В принятых обозначениях истинны формулы:

∆= × + (∆t) при ∆t → 0,

= × (формула Эйлера).

Угловая скорость не зависит от выбора точки твердого тела. Она называется *угловой скоростью твердого тела* в момент t при его вращении вокруг неподвижной оси.