|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 24.10.2021 |
| Номер эссе: 6 | Тема эссе: “КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА” п. 5 | |

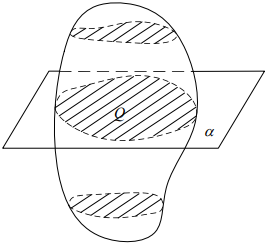
ЭССЕ

на тему:

«КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА»

Выполнил студент группы 20.Б11-пу

Неронов Роман Михайлович

 **Плоское движение твердого тела**  
*Плоское* или *плоско-параллельное* движение твердого тела: в неподвижном пространстве существует плоскость α (плоскость параллелизма) такая, что сечение, состоящее из точек твердого тела, лежащих в α в момент t0 ∈ J, принадлежит α при всех t ∈ J.   
Связь между координатами точки M в подвижном и неподвижном репере: (ξ(t), η(t), ζ(t) – в подвижном репере; x,y,z – в неподвижном базисе)

ζ остается постоянной во времени, а преобразование координат ξ, η происходит по формулам:

ξ = a1 + p1,1x + p1,2y, η = a2 + p2,1x + p2,2y.

При изучении плоского движения твердого тела можно ограничиться рассмотрением движения плоской фигуры Q на плоскости α, то есть твердого тела в E2. Для того, чтобы найти ai, pi,j , получим связь между ξ, η и x, y непосредственно для плоского движения.  
Полагая = , = , = , получаем = + . Проектируя это равенство на неподвижные оси приходим к искомым соотношениям:

ξ = ξ0 + xcosϕ − ysinϕ, η = η0 + xsinϕ + ycosϕ,

где (ξ0, η0) ∼ M0, а ϕ — угол между и .

**Теорема (Шаль)**

Пусть

Π — некоторое перемещение твердого тела в E2,

C — произвольная точка этого тела в E2,

C1, C2 — ее начальное и конечное положения в перемещении Π.

Тогда:  
 1) Перемещение Π представимо в виде композиции

Π = Πпост(C) ◦ Πвращ(C1) = Πвращ(C2) ◦ Πпост(C),

где Πпост(C) — поступательное перемещение тела вместе с точкой C, а Πвращ(Ci ) — вращательное перемещение тела вокруг точки Ci ;  
 2) Углы поворота перемещений Πвращ(C1), Πвращ(C2) равны и их общее значение не зависит от выбора полюса C.

**Теорема (Эйлер)**

Любое непоступательное перемещение твердого тела в E2 - вращательное перемещение вокруг некоторого полюса (центра вращения).

**Фоpмула Эйлеpа и ее следствие**Пусть = (t) — радиус-вектор произвольной точки плоского сечения твердого тела в неподвижной системе координат. Рассмотрим значение перемещения этой точки ∆= (t + ∆t) − (t). По теореме Шаля, эта величина складывается из ∆A = A(t + ∆t) − A(t) — величины поступательного перемещения вместе с полюсом A, и ∆вращ — величины перемещения вращения вокруг оси, проходящей через полюс A и перпендикулярной плоскости параллелизма. Получаем: ∆вращ = × ( − A) + (∆t) и ∆= ∆A + × (− ∆A) + (∆t).

Вектор и вектор = lim∆t→0(/∆t) = d (t)/dt не зависят от выбора полюса A и точки M. Здесь (t) - полярный угол . Вектор (ω(t) = dϕ(t)/dt, )- угловая скорость твердого тела при его плоском движении. Разделив полученное ранее равенство на ∆t и перейдя к пределу при ∆t → 0, получим формулу Эйлера:

= A + × ( − A).  
**Следствие**

При плоском движении твердого тела, проекции скоростей концов отрезка, расположенного в плоскости параллелизма, на направление этого отрезка равны между собой.

**Центр скоростей. Центроиды. Теоpема Пуансо**

**Теорема**

Если движение твердого тела является плоскопараллельным, и плоскость Q жестко связана с этим телом, двигаясь в плоскости параллелизма α, то, если в данный момент времени угловая скорость тела не равна нулю, существует единственная точка C плоскости Q, скорость которой равна нулю в этот момент.

Точка C - *мгновенным центром скоростей* в плоском движении твердого тела. По формуле Эйлера, можно сказать, что C – *центр вращения*.

*Неподвижная* *центроида (подвижная центроида*) - геометрическое место мгновенных центров скоростей в неподвижной плоскости α (в подвижной плоскости Q). Обе центроиды — некоторые кривые.

**Теорема Пуансо**

При плоском непоступательном движении твердого тела подвижная центроида катится без скольжения по неподвижной.

**Ускорение точек твердого тела в плоском движении**Продифференцировав формулу Эйлера по t, получим:

= A + 1 + 2,

где 1 = × ( − A), =, 2 = × ( − A). В силу ⊥(− A) получаем:

2= −ω2 (− A).

Векторы , 1, 2 - угловое ускорение, вращательное ускорение и осестремительное ускорение твердого тела в плоском движении.

Спроектируем продифференцированную по t формулу Эйлера на неподвижные орты ξ, η и на подвижные орты ,: ξ = A − (η − ηA) − (ξ − ξA), η = A + (ξ − ξA) − (η − ηA), x = A,x − y − x, y = A,y + x − y. Так как проекции , вектора на неподвижные орты равны A, A , то его проекции A,x, A,y на подвижные орты, повернутые относительно неподвижных ортов на угол ϕ, равны: A,x = Acosϕ + Asinϕ, A,y = −Asinϕ + Acosϕ. Запишем вышенаписанные формулы в комплексной форме: W = WA + (i − )z, W = wx + iwy, z = x + iy.

*Мгновенный центр* *ускорений* в плоском движении твердого тела - точка D(t) плоскости Q, ускорение которой в данный момент t равно нулю.

**Теорема**

Если движение твердого тела является плоскопараллельным, плоскость Q жестко связана с этим телом и движется в плоскости параллелизма α, ϕ — угол между подвижными и неподвижными ортами и W = WA + (i − )z, W = wx + iwy, z = x + iy, получаем, что при 2+ ≠ 0, существует единственный мгновенный центр ускорений с координатами z = zD , и имеют место формулы: zD = WA·(2+ )−1 ·( + i), = wA(ε2 +ω4 )−1/2 , tgψ = εω−2 , где ψ ∈ [−π/2, π/2] — угол между векторами и .