|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 30.10.2021 |
| Номер эссе: 7 | Тема эссе: “КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА” п. 6,7 | |

ЭССЕ

на тему:

«КИНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА»

Выполнил студент группы 20.Б11-пу

Неронов Роман Михайлович

**Движение твердого тела вокруг неподвижной точки**

**Задание движения через углы Эйлера**

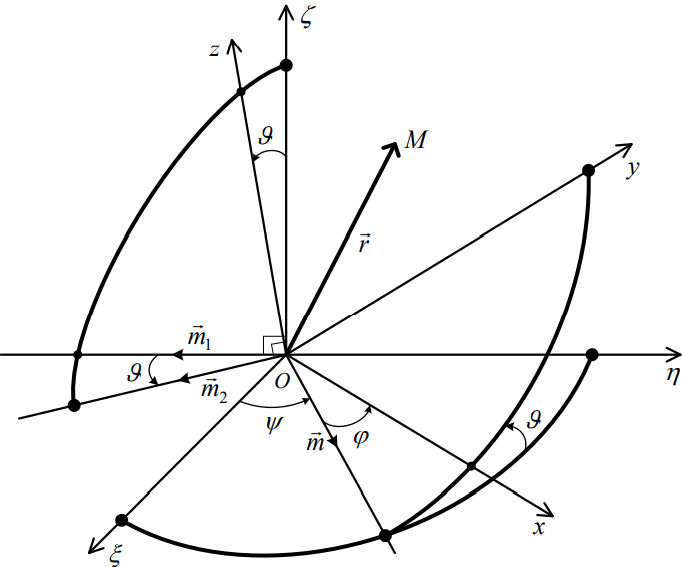
Пусть О – начало подвижного (O, , , ) и неподвижного (O,,,) репера. Из формулы связи координат: .

Выберем любое из двух направлений на прямой, являющейся пересечением плоскостей и , а орт этого направления назовем  . Введем углы:

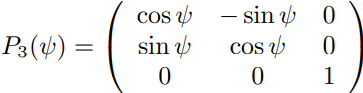
угол ротации (угол собственного вращения) —  ;

угол прецессии —  ;

угол нутации — 

Можно выразить через углы Эйлера:  
 = (, ) = cosψcosϕ − sinψcosθsinϕ,  
 = (, ) = − cosψsinϕ − sinψcosθcosϕ,  
 = (, ) = sinψsinθ,  
 = (, ) = sinψcosϕ + cosψcosθsinϕ,   
 = (, ) = − sinψsinϕ +cosψcosθcosϕ,   
 = (, ) = − cosψsinθ,  
 = ( , ) = sinϕsinθ,   
 = (, ) = cosϕsinθ,   
 = (, ) = cosθ.

**Теорема**

Если , , .

Тогда P = P3(ψ)P1(θ)P3(ϕ).

*Нулевое перемещение тела* - начальное и конечное положения каждой точки этого тела совпадают.

**Теорема Эйлера — Даламбера**

Для любого ненулевого перемещения Π твердого тела вокруг неподвижной точки существует единственная прямая *l* (ось вращения) такая, что перемещение Π можно представить как перемещение в результате поворота этого тела вокруг этой оси на некоторый угол α.

 - угол вращения радиус-вектора произвольной точки твердого тела вокруг некоторой оси.

Если существует = lim∆t→0(/∆t), то прямая, проходящая через неподвижную точку О (вокруг которой движется точка M), параллельная этому вектору – мгновенная ось вращения твердого тела в момент t, а - *мгновенная угловая скоростью в момент t*.

Геометрическое место мгновенных осей вращения в неподвижном и подвижном реперах - *неподвижный аксоид* и *подвижный аксоид*.

Аксоиды — конические поверхности с вершиной в неподвижной точке O.

**Теорема (Пуансо)**

При движении твердого тела, имеющего неподвижную точку, подвижный аксоид катится без скольжения по неподвижному.

***Проекции угловой скорости тела с неподвижной точкой****:*ωx = sinϕsinθ + cosϕ, ωξ = sinψsinθ + cosψ,  
ωy = cosϕsinθ − sinϕ, ωη = −cosψsinθ + sinψ,  
ωz = cosθ + ˙ϕ. ωζ = cosθ + ψ.

***Ускорение точек тела, имеющего неподвижную точку:***

Продифференцируем формулу Эйлера (): ,

где = . Векторы , , - *угловое, вращательное и осестремительное ускорения* тела соответственно. Далее можно получить следующие формулы: , ,

***Скорость точек твердого тела в общем случае***Пусть (O’,,,) – подвижный репер, (O, , , ) – неподвижный репер, (ξ0, η0, ζ0) — координаты точки O’ в неподвижном репере. Связь координат в разных реперах: .

Перемещение точки M: ∆,

где при и при . Далее делим на и переходим к пределу: , где lim∆t→0(/∆t) - мгновенная угловая скорость вращения тела вокруг точки O’, а и — скорости точек M и O’.

**Теорема**

Вектор не зависит от выбора полюса — точки O'. (Вектор - угловая скорость твердого тела в общем случае. Получим формулу – формула Эйлера в общем случае)  
**Следствие:** Проекции скоростей любых двух различных точек абсолютно твердого тела на направление соединяющего их отрезка равны между собой.

***Ускорение точек твердого тела в общем случае***

Продифференцируем формулу Эйлера: , где = - угловое ускорение твердого тела - радиус-вектор точки O’ (полюс); , - скорость и ускорение полюса.  
Представим , где, , , а - векторное удаление мгновенной оси вращения до точки M.

По формуле Эйлера получаем: Так как , то .

- ускорение полюса,

- вращательным ускорением,

- осестремительным ускорением.