

## Бакалавры ФИИТ — 4 семестр Вычислительная математика

### Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений

1. Реализовать  $LU$ -разложение матрицы  $A$  с выбором ведущего элемента по столбцу или по всей матрице. Проверить разложение сравнением матриц  $LU$  и  $PA$  (или  $PAQ$ ), где  $P$  — матрица перестановки строк, а  $Q$  — столбцов. Выполнить для системы произвольной размерности, генерировать случайную матрицу для демонстрации работы программы.

С использованием  $LU$ -разложения найти:

- a) Определитель матрицы  $A$ ;
- b) Решение СЛАУ  $Ax = b$ , выполнить проверку равенства  $Ax - b = 0$ ;
- c) Матрицу  $A^{-1}$  (выполнить проверку  $AA^{-1}$  и  $A^{-1}A$ );
- d) Число обусловленности матрицы  $A$ .

2. Модифицировать алгоритм для нахождения ранга вырожденных матриц: при выборе ведущего элемента только по столбцу надо приводить матрицу к ступенчатой форме, что потребует обнулять элементы не только под диагональю; при выборе ведущего элемента по всей матрице никаких изменений не требуется — в этом случае матрица приводится к трапецевидной форме). Проверять так же систему с вырожденной матрицей на совместность и выдавать любое частное решение, если она совместна.

3. Реализовать  $QR$ -разложение матрицы  $A$ . Проверить разложение перемножением матриц  $Q$  и  $R$ . С его помощью найти решение невырожденной СЛАУ  $Ax = b$ .

4. Реализовать метод Якоби и метод Зейделя решения СЛАУ. Сравнить на примере СЛАУ с матрицей с диагональным преобладанием и с положительно определённой матрицей без диагонального преобладания (генерировать случайные матрицы по размерности). Дать априорную оценку числа необходимых итераций, сравнить с апостериорной оценкой.

### Литература:

- 1. Лекции.
- 2. Иванов А. П. Методические указания по вычислительному практикуму. Задание №3: Решение СЛАУ.  
<http://www.apmath.spbu.ru/ru/structure/depts/is/>
- 3. Калиткин Н. Н. Численные методы. 1978 г. 512 с.
- 4. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: Учебник для вузов — М.: Высш. шк., 2002.