Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра прикладной математики

Направление подготовки: 01.03.04 – Прикладная математика

ОТЧЁТ

По дисциплине «Численные методы»
на тему:
«Вычисление интеграла с помощью квадратурных формул»

Выполнил:
Романов И.И. 09-222 группа.

Руководитель:
Глазырина О.В.

Казань 2024

Содержание

1 Постановка задачи **3**

2 Ход работы **4**

3 Выводы **5**

4 Листинг программы **6**

1 Постановка задачи

Необходимо изучить и сравнить различные способы приближённого вычисления функции ошибок

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2} dt$$

1. Протабулировать erf(x) на отрезке [a,b] с шагом h и точностью ε, основываясь на ряде Тейлора, предварительно вычислив его

   $$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}$$

   где a = 0, b = 2, h = 0.2, $\varepsilon = 10^{-6}$. Получив таким образом таблицу из 11 точек

   $x_0\ x_1\ x_2\ \dots$
   $f_0\ f_1\ f_2\ \dots$

   $f_i = \mathrm{erf}(x_i)$, $x_i = a + i \cdot h$, $i = 0, \dots, n$.

2. Вычислить erf(x) при помощи пяти составных квадратурных формул:

   (a) Формула Правых прямоугольников:

   $$J_N(x) = \sum_{i=2}^{n+1} h \cdot g(x_i),\ h = (x_{i+1} - x_i)$$

   (b) Формула Центральных прямоугольников:

   $$J_N(x) = \sum_{i=1}^{n} h \cdot g\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right)$$

   (c) Формула трапеции:

   $$J_N(x) = \sum_{i=1}^{n} h \cdot \frac{g(x_i) + g(x_{i+1})}{2}$$

   (d) Формула Симпсона:

   $$J_N(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{h}{6} \cdot \left[g(x_i) + 4g\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) + g(x_{i+1})\right]$$

   (e) Формула Гаусса:

   $$J_N(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{h}{2} \cdot \left[g\left(x_i + \frac{h}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) + g\left(x_i + \frac{h}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)\right]$$

Вычисления проводятся от начала интегрирования до каждой из 11 точек, увеличивая количество разбиений между точками в 2 раза до тех пор, пока погрешность больше ε.

2 Ход работы

Выберем точки на отрезке [a,b] с шагом h.

$$x_i = a + i \cdot h.$$

Для каждой точки x_i найдём значение $f(x_i)$ и составим таблицу результатов (Таблица 1).

x_i	$f(x_i)$
0,0	0,0

Таблица 1 - точки x_i и значения ряда Тейлора $f(x_i)$

3 Выводы

4 Листинг программы