

## Fórmulas variadas que aportaron demasiado al mundo científico y tecnológico :)

### 1. Teoría de conjuntos

- ♣ Dado un subconjunto  $B$  de  $A$ , una definición equivalente para la contención de conjuntos se puede expresar como:

$$(A - B) \cup B = A$$

- ♣ La propiedad asociativa en la unión de conjuntos es una operación binaria que verifica:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

- ♣ La cardinalidad del conjunto potencia se obtiene con base en la cantidad  $n$  de algún conjunto base  $\alpha$ .

$$\#\mathcal{P}(\alpha) = 2^n$$

- ♣ Dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , se dice que son iguales si su diferencia es conmutativa.

$$A - B = B - A$$

- ♣ La ley de De Morgan afirma que la equivalencia entre la negación de una disyunción, es la conjunción entre la negación de cada proposición.

$$(A \cup B)^c = B^c \cap A^c$$

### 2. Física

- ♡ La segunda ley de Newton indica un modelo matemático para cuantificar la fuerza resultante debido a su masa y a la aceleración que posee un objeto.

$$\sum_{i=k}^n \vec{F} = m\vec{a}$$

- ♡ El Hamiltoniano de un electrón en un campo electromagnético está dado por:

$$H = \frac{1}{2\mu}(\vec{p} + e\vec{A})^2 - eV = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + \frac{e}{2\mu}\vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{e^2}{2\mu}A^2 - eV$$

Donde  $\mu$  es la masa reducida del sistema. El termino  $A^2$  puede despreciarse, excepto para campos fuertes o para movimientos macroscopicos. Para  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  tenemos  $\frac{e^2 B^2 (x^2 + y^2)}{8\mu}$ .

- ♡ Una superposición de varios osciladores armónicos con la misma frecuencia resulta en otra oscilación armónica, donde  $\Psi$  es la amplitud y son de la forma:

$$\sum_i \hat{\Psi}_i \cos(\alpha_i \pm \omega t) = \hat{\Phi} \cos(\beta \pm \omega t)$$

- La fuerza de Lorentz es una fuerza que siente una partícula cargada y que se mueve a través del campo magnético.

$$\vec{F}_L = Q(\vec{v} \times \vec{B}) = l(\vec{I} \times \vec{B})$$

- ♡ La fórmula gaussiana para los lentes puede deducirse del Principio de Fermat con las aproximaciones  $\cos(\varphi) = 1$  y  $\sin(\varphi) = \varphi$ . Para la refracción en una superficie esférica de radio  $R$  se cumple que:

$$\frac{n_1}{v} - \frac{n_2}{b} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

- ♡ Para encontrar una órbita planetaria se reemplaza la métrica externa de Schwarzschild, donde  $u = \frac{1}{r}$  y  $h = r^2 \varphi = \text{constante}$  y  $3mu$  puede encontrarse usando  $V(r) = -\frac{kM}{r}(1 + \frac{h^2}{r^2})$ .

$$\frac{du}{d\varphi} \left( \frac{d^2u}{d\varphi^2} + u \right) = \frac{du}{d\varphi} \left( 3mu + \frac{m}{h^2} \right)$$

- La ley de inducción electromagnética de Faraday establece que la tensión inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera con el circuito como borde.

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- ♡ El caudal es la cantidad de fluido que circula por unidad de tiempo en determinado sistema o elemento. Se expresa en la unidad de volumen dividida por la unidad de tiempo. En caso de que la velocidad del flujo sea no constante, el caudal se calcula como:

$$Q = \int \int \int_V (\nabla \cdot v) dV$$

- ♡ El campo eléctrico se representa por medio de un modelo que describe la interacción entre cuerpos y sistemas con propiedades de naturaleza eléctrica. Se puede describir como un campo vectorial en el cual una carga eléctrica puntual de valor  $q$  sufre los efectos de una fuerza eléctrica dada por  $F$ .

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q}{r^2} \hat{r} \right)$$

- La aceleración de un determinado objeto que presenta un movimiento armónico simple se expresa como:

$$a = \ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

- ♡ El trabajo efectuado por una fuerza que actúa sobre un objeto en movimiento con trayectoria curvilínea está definido mediante una integral de línea:

$$\vec{W} = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- ♡ La ley de gravitación universal describe la fuerza o interacción gravitatoria entre distintos cuerpos con masa. Predice que la fuerza ejercida entre dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  separados a una distancia  $r$  es igual al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, es decir:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

- La fricción estática es aquella fuerza de oposición que presenta la superficie antes de que un objeto se comience a mover. Se define con la desigualdad:

$$f_s \leq \mu_s N$$

- ♡ La fricción dinámica es aquella fuerza de oposición que presenta la superficie después de que un objeto se comience a mover. Se define con la igualdad:

$$f_k = \mu_k N$$

- ♡ La única ecuación que describe al Movimiento Rectilíneo Uniforme es la que describe la posición de un objeto a través del tiempo.

$$x(t) = vt + x_0$$

### 3. Cálculo

- ★ El teorema del Binomio de Newton nos permite conocer los términos de un binomio mediante la suma de términos que implican un coeficiente binomial.

$$(x + y)^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} x^j y^{n-j}$$

- ◆ Una función  $f$  es par si para todos los elementos de su dominio se verifica ser simétrico respecto al cero. Es decir:

$$f(x) = f(-x)$$

★ Una función  $f$  es impar si para todos los elementos de su dominio se verifica que:

$$-f(x) = f(-x)$$

◆ Una forma de definir al  $\inf(A)$  de un conjunto  $A$ , es mediante el negativo del supremo del conjunto  $-A$  tal que tenga como elementos a los inversos aditivos de  $A$ . Es decir:

$$\inf(A) = -\sup(-A)$$

★ Si  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  no vacíos, tales que  $A \subseteq B$  y  $B$  es acotado, entonces se cumple la siguiente relación entre sus ínfimos y sus supremos:

$$\inf(B) \leq \inf(A) \leq \sup(A) \leq \sup(B)$$