سؤال ⇐

تصویر اصلی

۱	۲	۳	۳	۳	۵	۶	۶
۲	۲	۲	٤	۶	۶	۷	۷
۲	۲	۳	٤	۵	۷	۷	۶
۲	۳	۳	۳	۶	۷	۶	۶
۳	٤	۵	۶	۵	٤	٤	۵
۲	۳	۵	۵	٤	٤	٤	۵
۲	٤	٤	٤	٤	۲	۳	٤
۳	٤	٤	۳	۳	۲	۱	٤

$s = L-1-r$ $L = ۸ \Rightarrow s = ۷ - r \Rightarrow$ digital negative (a

۶	۵	٤	٤	٤	۲	۱	۱
۵	۵	۵	۳	۱	۱	Ø	Ø
۵	۵	٤	۳	۲	Ø	Ø	۱
۵	٤	٤	٤	۱	Ø	۱	۱
٤	۳	۲	۱	۲	۳	۳	۲
۵	٤	۲	۲	۳	۳	۳	۲
۵	۳	۳	۳	۳	۵	٤	۳
٤	۳	۳	٤	٤	۵	۶	۳

$\Rightarrow$ digital negative image

bit planes (b

1 = 001   4 = 100   7 = 111
2 = 010   5 = 101
3 = 011   6 = 110

first bit plane $\Rightarrow$
(bit plane Ø)

1	Ø	1	1	1	1	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	1	1
Ø	Ø	1	Ø	1	1	1	Ø
Ø	1	1	1	Ø	1	Ø	Ø
1	Ø	1	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	1	1	1	Ø	Ø	Ø	1
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	1	Ø
1	Ø	Ø	1	1	Ø	1	Ø

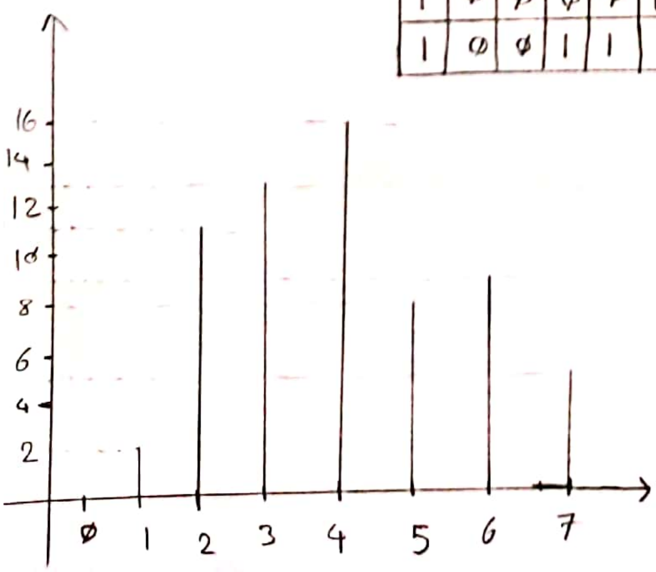
second bit plane
(bit plane 1) $\Rightarrow$

Ø	1	1	1	1	Ø	1	1
1	1	1	Ø	1	1	1	1
1	1	1	Ø	Ø	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	Ø
1	1	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø
1	Ø	Ø	1	1	1	Ø	Ø

third bit plane (bit plane 2)

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	1	1	1
Ø	Ø	Ø	1	1	1	1	1
Ø	Ø	Ø	1	1	1	1	1
Ø	Ø	Ø	Ø	1	1	1	1
Ø	1	1	1	1	1	1	1
Ø	Ø	1	1	1	1	1	1
Ø	1	1	1	1	Ø	Ø	1
Ø	1	1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

histogram (c



∅	∅	1	1	1	1	1	1
∅	∅	∅	1	1	1	1	1
∅	∅	1	1	1	1	1	1
∅	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
∅	1	1	1	1	1	1	1
∅	1	1	1	1	∅	1	1
1	1	1	1	1	∅	∅	1

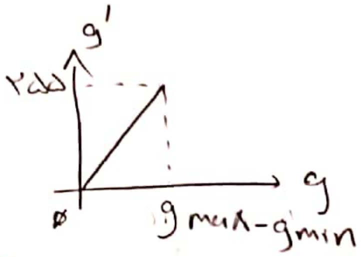
(d valley = 2 ⇒ threshold = 2 ⇒

$$\begin{cases} r > 2 \Rightarrow 1 \\ r \leq 2 \Rightarrow \varnothing \end{cases}$$

(e linear scaling ⇐

عکس اصلی → عکس مطلوب

g ← [0 - 7] → [0 - 255]



$$g' = \left(\frac{۲۵۵ - ۰}{۷ - \varnothing}\right) g \Rightarrow$$ معادل خط‌ها

۳۶	۷۳	۱۰۹	۱۰۹	۱۰۹	۱۸۲	۲۱۹	۲۱۹
۷۳	۷۳	۷۳	۱۴۶	۲۱۹	۲۱۹	۲۵۵	۲۵۵
۷۳	۷۳	۱۰۹	۱۴۶	۱۸۲	۲۵۵	۲۵۵	۲۱۹
۷۳	۱۰۹	۱۰۹	۱۰۹	۲۱۹	۲۵۵	۲۱۹	۲۱۹
۱۰۹	۱۴۶	۱۸۲	۲۱۹	۱۸۲	۱۴۶	۱۴۶	۱۸۲
۷۳	۱۰۹	۱۸۲	۱۸۲	۱۴۶	۱۴۶	۱۴۶	۱۸۲
۷۳	۱۴۶	۱۴۶	۱۴۶	۱۴۶	۷۳	۱۰۹	۱۴۶
۱۰۹	۱۴۶	۱۴۶	۱۰۹	۱۰۹	۷۳	۳۶	۱۴۶

(f histogram equalization

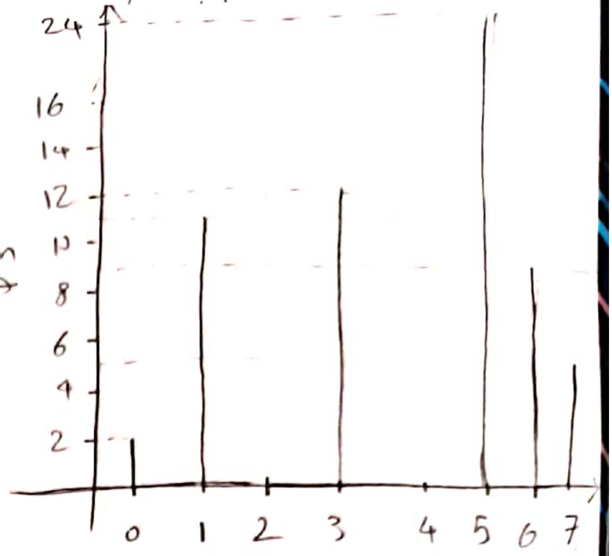
Pixel	0	1	2	3	4	5	6	7
No of pixel	∅	۲	۱۱	۱۳	۱۶	۸	۹	۵
$\sum_{j=0}^{k} n_j$	∅	۲	۱۳	۲۶	۴۲	۵۰	۵۹	۶۴
$s = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$	۰	$\frac{۲}{۶۴}$	$\frac{۱۳}{۶۴}$	$\frac{۲۶}{۶۴}$	$\frac{۴۲}{۶۴}$	$\frac{۵۰}{۶۴}$	$\frac{۵۹}{۶۴}$	۱
s*7	∅	∅	۱	۳	۵	۵	۶	۷

1 → ۰ 2 → 1 ۳ → ۳ ۴ → ۵ ۵ → ۵ ۶ → ۶ ۷ → ۷

۰	۱	۳	۳	۳	۵	۶	۶
۱	۱	۱	۵	۶	۶	۷	۷
۱	۱	۳	۵	۵	۷	۷	۶
۱	۳	۳	۳	۶	۷	۶	۶
۳	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
۱	۳	۵	۵	۵	۵	۵	۵
۱	۵	۵	۵	۵	۱	۳	۵
۳	۵	۵	۳	۳	۱	۰	۵

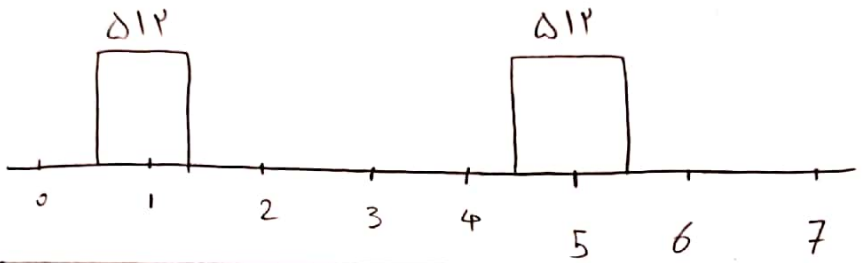
تصویر equalize شده

histogram



هیستوگرام مطلوب

قسمت و)



equalize

pixel	0	1	2	3	4	5	6	7
No of Pixel	۰	۵۱2	۰	۰	۰	۵۱۲	۰	۰
$\sum_{j=0}^{k} n_j$	۰	۵۱۲	۵۱۲	۵۱۲	۵۱۲	۱۰۲٤	۱۰۲٤	۱۰۲٤
$\sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$	۰	$\frac{۵۱۲}{۱۰۲٤} = \frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۱	۱	۱
S*7	۰	٤	٤	٤	٤	۷	۷	۷

به یک صورت دیگر می‌نویسیم

$S = T(r_k)$

Pixel value	mapping value
0	۰
1	۰
2	1
3	3
4	5
5	5
6	6
7	7

Z_k $\quad G(Z_k)$

Pixel value	mapping value
0	۰
1	4
2	4
3	4
4	4
5	7
6	7
7	7

$T(r_k) = G(z_k)$

$z_k = G^{-1}(T(r_k))$

$G(z_k) - s_k \geq 0$

قسمت h

$$P_r = \frac{e^r - 1}{e-2} \qquad r \in [0, 1] \longrightarrow \text{histogram of image}$$

$$\underbrace{T(r) = \int_{w=0}^{1} P_r(w)\,dw}_{\text{CDF}} = \int_{w=0}^{1} \frac{e^w - 1}{e-2}\,dw = \frac{1}{e-2}\left(\int_{w=0}^{1} e^w - 1\,dw\right) =$$

$$\frac{1}{e-۲}\left(\underbrace{\int_0^1 e^w}_{e^w|_0^1} - \underbrace{\int_0^1 1\,dw}_{1}\right) = \frac{1}{e-2}\left(e-1-1\right) = \boxed{1}$$

CDF تابع چگالی احتمال را به عنوان تبدیل gray-level در نظر بگیریم اینکار را که انجام دهیم متوجه می‌شویم تابع چگالی احتمال برای متغیر transform شده برای 1 می‌شود یعنی یک توزیع یکنواخت دارد.

$$P_s(s)\,ds = P_r(r)\,dr$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = d\left(\int_0^r P_r(w)\,dw\right) = P_r(r)$$

$$P_s(s) = P_r(r) \times \frac{dr}{ds} = P_r(r) \times \frac{1}{P_r(r)} = 1$$

س۲ ⇐

تصویر اصلی:

۰	۷	۷	۰	۰	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۳	۷	۳
۰	۷	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۳	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۷	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۳
۳	۳	۰	۰	۰	۷	۰	۷

a)

-۱	-۱	-۱
-۱	8	-۱
-۱	-۱	-۱

-۱۴	۴۲	۴۲	-۷	-۶	۱۱	۵	۱۱
-۲۱	۳۲	-۳۴	-۱۶	-۱۵	۲	۳۲	۵
-۲۱	۳۹	۰	۱۸	۸	۱	-۲	۱۱
-۱۴	۳۹	-۲۷	-۱۹	-۲۲	۲۸	-۲۲	-۹
-۱۵	-۲۴	۴۱	-۲۵	۸	۲	۸	-۶
۱۷	-۳۱	۴۲	-۳۰	۹	۰	۶	-۱۲
۴۷	-۳۰	۴۶	-۲۰	۸	۲	-۲	۱۱
۱۴	۷	-۱۵	-۱۵	-۱۳	۴۷	-۲۳	۵۰

⇒

۰	۷	۷	۰	۰	۷	۵	۷
۰	۷	۰	۰	۰	۲	۷	۵
۰	۷	۰	۷	۷	۱	۰	۷
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۷	۲	۷	۰
۷	۰	۷	۰	۷	۰	۶	۰
۷	۰	۷	۰	۷	۲	۰	۷
۷	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۷

b)

-۱	۰	۱
-۱	۰	۱
-۱	۰	۱

⇒

۱۴	۷	-۱۴	-۷	۶	۱۰	۰	-۱۵
۲۱	+۱۰	-۱۹	-۷	۶	۱۵	۰	-۱۳
۲۱	۳	-۱۸	۰	۱۰	۷	-۷	-۱۵
۱۴	۱۵	-۱۱	-۴	۱۰	۰	-۱۰	-۶
۷	۱۱	-۷	-۸	۱۳	۰	-۱۳	-۶
۰	۱۱	۰	-۱۲	۹	۰	-۶	-۹
۳	۱	-۳	-۸	۱۳	۰	-۳	-۶
۳	-۳	-۳	-۴	۱۵	۰	۰	-۳

⇒

۷	۷	۰	۰	۶	۷	۰	۰
۷	۷	۰	۰	۶	۷	۰	۰
۷	۳	۰	۰	۷	۷	۰	۰
۷	۷	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۷	۷	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۰	۷	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۳	۱	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۷	۰	۰	۰

c)

-۱	-۱	۰
-۱	۰	۱
۰	۱	۱

⇒

۱۴	۱۴	-۷	-۷	۶	۱۳	۱۰	۰
۱۴	۳	-۱۵	-۱	۹	۱۵	۰	-۱۵
۱۴	۳	-۱۱	۰	۷	۴	-۱۵	-۱۳
۷	۰	-۱۵	-۳	۷	۰	-۱۵	-۶
۳	۷	۰	-۱	۹	-۱	-۷	-۳
۷	۱۱	۰	-۸	۶	۰	-۳	-۳
۳	۰	-۷	-۱۱	۷	۱	۱	۱
-۴	-۱۵	-۱۵	-۷	۴	-۶	-۶	-۶

⇒

۷	۷	۰	۰	۶	۷	۷	۰
۷	۳	۰	۰	۷	۷	۰	۰
۷	۳	۰	۰	۷	۴	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۳	۷	۰	۰	۷	۰	۰	۰
۷	۷	۰	۰	۶	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۷	۱	۱	۱
۰	۰	۰	۰	۴	۰	۰	۰

d)

۰	-۱	۰
-۱	۴	-۱
۰	-۱	۰

⇒

-۷	۱۴	۲۱	-۷	-۳	۶	-۱	۶
-۷	۱۴	-۱۷	-۳	-۶	-۱	۱۶	-۱
-۷	۱۱	۲	۶	۶	-۴	-۱	۶
-۷	۲۱	-۱۷	-۳	-۱۳	۲۲	-۱۳	-۳
-۳	-۱۴	۲۱	-۱۵	۶	-۴	۶	-۳
۵	-۱۵	۱۴	-۱۵	۳	۰	۳	-۶
۲۲	-۱۷	۲۱	-۱۵	۶	-۴	۳	۲
۲	۹	-۱۵	۰	-۱۵	۲۵	-۱۷	۲۵

⇒

۰	۷	۷	۰	۰	۶	۰	۶
۰	۷	۰	۰	۰	۰	۷	۰
۰	۷	۲	۶	۶	۰	۰	۶
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۶	۰	۶	۰
۵	۰	۷	۰	۳	۰	۳	۰
۷	۰	۷	۰	۶	۰	۳	۲
۲	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۷

c)

۱	۱	۱
۱	۱	۱
۱	۱	۱

⇒

۱۴	۲۱	۲۱	۷	۶	۱۶	۲۲	۱۶
۲۱	۳۱	۳۴	۱۶	۱۵	۲۵	۳۱	۲۲
۲۱	۲۴	۲۷	۹	۱۹	۲۶	۲۹	۱۶
۱۴	۲۴	۲۷	۱۹	۲۲	۲۵	۲۲	۹
۱۰	۲۴	۲۱	۲۰	۱۹	۲۵	۱۹	۶
۱۰	۳۱	۲۱	۳۰	۱۸	۲۷	۲۱	۱۲
۱۶	۳۰	۱۷	۲۰	۱۹	۲۵	۲۹	۱۶
۱۳	۲۰	۱۰	۱۰	۱۳	۱۶	۲۳	۱۳

⇒

۷	۷	۷	۷	۶	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۶
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷

۰	۷	۷	۰	۰	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۳	۷	۳
۰	۷	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۳	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۷	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۳
۳	۳	۰	۰	۰	۷	۰	۷

f)

-۱	-۱	-۱
۲	۲	۲
-۱	-۱	-۱

⇒

۷	۲۱	۲۱	۱۴	۳	۲	۵	۲
۰	-۱۰	-۲۳	-۱۶	-۶	۵	۸	۸
۰	۶	۱۲	۱۸	۸	۱	-۲	۲
۷	-۳	-۶	-۱۹	-۱	-۴	-۱	-۹
-۱۰	-۳	۰	۱۰	-۱	۲	-۱	۳
-۱	-۱	۰	۰	۰	۰	-۳	-۱۵
۵	۱۲	۴	۱۰	-۱	۲	-۲	۲
۵	-۲	-۱	-۱۰	۸	۵	۱۹	۸

⇒

۷	۷	۷	۷	۳	۲	۵	۲
۰	۰	۰	۰	۰	۵	۷	۷
۰	۶	۷	۷	۷	۱	۰	۲
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۷	۰	۲	۰	۳
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۷	۴	۷	۰	۲	۰	۲
۵	۰	۰	۰	۷	۵	۷	۷

g)

۰	-۱	-۱
۱	۰	-۱
۱	۱	۰

⇒

-۷	۰	۱۴	۷	-۳	۰	۱۰	۱۳
-۱۴	-۴	۱۳	۶	۰	-۷	۰	۱۰
-۱۴	-۳	۱۱	۰	-۳	-۳	-۳	۰
-۱۴	-۱۰	۸	۱	-۱۰	۰	۷	۰
-۴	-۱۱	۷	۱۱	-۷	-۱	۹	۶
۷	-۴	۰	۸	-۶	۰	۶	۹
۰	-۱	-۴	۱	-۹	۱	۴	۱۰
-۱۰	-۴	-۴	-۳	-۱۳	-۶	-۶	-۳

⇒

۰	۰	۷	۷	۰	۰	۷	۷
۰	۰	۷	۶	۰	۰	۰	۷
۰	۰	۷	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۷	۱	۰	۰	۷	۰
۰	۰	۷	۷	۰	۰	۷	۶
۷	۰	۰	۷	۰	۰	۶	۷
۰	۰	۰	۱	۰	۱	۴	۷
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

h)

-۱	۲	-۱
-۱	۲	-۱
-۱	۲	-۱

-۱۴	۲۱	۰	-۷	-۶	۲	۸	۲
-۲۱	۳۲	-۴	-۷	-۶	۲	۸	۵
-۲۱	۲۹	-۱۸	۰	-۱۰	۱۳	۱	۲
-۱۴	۱۸	۳	-۱۰	-۴	۱۴	-۴	۰
-۱	-۳	۲۱	-۲۰	-۱	۱۴	-۱	-۶
۲۰	-۳۱	۴۲	-۳۰	۹	۰	۶	-۳
۲۳	-۲۱	۲۵	-۲۰	-۱	۱۴	-۱۱	۱۴
۱۷	-۱۱	۱۱	-۱۰	-۴	۱۴	-۱۴	۱۷

⇒

۰	۷	۰	۰	۰	۲	۷	۲
۰	۷	۰	۰	۰	۲	۷	۵
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۱	۲
۰	۷	۳	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۰	۷	۰	۰
۷	۰	۷	۰	۷	۰	۶	۰
۷	۰	۷	۰	۰	۷	۰	۷
۷	۰	۷	۰	۰	۷	۰	۷

۰	۷	۷	۰	۰	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۳	۷	۳
۰	۷	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۳	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۰
۷	۰	۷	۰	۳	۳	۳	۳
۳	۳	۰	۰	۰	۷	۰	۷

تصویر اصلی

$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$
$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$
$x_۷$	$x_۸$	$x_۹$

$\Longrightarrow$

۲	۲	۲	۱	۱	۲	۲	۲
۲	۳	۴	۲	۲	۳	۳	۲
۲	۳	۳	۱	۲	۳	۳	۲
۲	۳	۳	۲	۲	۳	۲	۱
۱	۳	۲	۲	۲	۳	۲	۱
۱	۳	۲	۳	۲	۳	۲	۱
۲	۳	۲	۲	۲	۳	۳	۲
۱	۲	۱	۱	۱	۲	۳	۱

$۲ = ۷x_۶ + ۷x_۹$

$۲ = ۷x_۶ + ۷x_۸ + ۷x_۵$

$۲ = ۷x_۴ + ۷x_۷ + ۷x_۵ \Rightarrow x_۴ = \frac{۱}{۷}$ با $\Rightarrow ۷x_۷ + ۷x_۵ = ۱$

$۷(x_۷ + x_۵) = ۱ \Rightarrow$

$x_۷ + x_۵ = \frac{۱}{۷}$

$۱ = ۷x_۴ \Longrightarrow \boxed{x_۴ = \frac{۱}{۷}}$

$۱ = ۳x_۶ + ۳x_۹$

(*) $۲ = ۳x_۵ + ۳x_۸ + ۳x_۶ + ۷x_۹$

$۲ = ۳x_۴ + ۳x_۵ + ۳x_۶ + ۳x_۷ + ۷x_۸ + ۳x_۹$

چون $۳x_۶ + ۳x_۹ = ۱ \Leftarrow$

$۳x_۴ + ۳x_۵ + ۳x_۷ + ۷x_۸ = ۱ \longrightarrow x_۴ = \frac{۱}{۷} \Rightarrow$

$۳x_۵ + ۳x_۷ + ۷x_۸ = \frac{۴}{۷} \Rightarrow ۳\underbrace{(x_۵ + x_۷)}_{\frac{۱}{۷}} + ۷x_۸ = \frac{۴}{۷}$

$\frac{۳}{۷} + ۷x_۸ = \frac{۴}{۷} \Rightarrow ۷x_۸ = \frac{۱}{۷}$

$\Leftarrow \boxed{x_۸ = \frac{۱}{۴۹}}$

$۲ = ۷x_۶ + ۷\times\frac{۱}{۴۹} + ۷x_۵ \Rightarrow$

$۲ - \frac{۱}{۷} = ۷(x_۶ + x_۵) = \frac{۱۳}{۷} \Rightarrow x_۵ + x_۶ = \frac{۱۳}{۴۹}$

$۳\underbrace{(x_۵ + x_۶)}_{\frac{۱۳}{۴۹}} + ۳\times\frac{۱}{۴۹} + ۷x_۹ = ۲ \Rightarrow \frac{۳۹}{۴۹} + \frac{۳}{۴۹} + ۷x_۹ = ۲ \Rightarrow ۷x_۹ = ۲ - \frac{۴۲}{۴۹} = \frac{۵۶}{۴۹}$

$۲ = ۷(x_۶ + x_۹) \Rightarrow x_۶ + \frac{۸}{۴۹} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow \quad \leftarrow \boxed{x_۹ = \frac{۸}{۴۹}}$

$x_۶ = \frac{۱۴}{۴۹} - \frac{۸}{۴۹} = \frac{۶}{۴۹} \Rightarrow \boxed{x_۶ = \frac{۶}{۴۹}}$

$x_۵ + x_۶ = \frac{۱۳}{۴۹} \Rightarrow \boxed{x_۵ = \frac{۷}{۴۹} = \frac{۱}{۷}}$

$\underbrace{x_۵ + x_۷}_{\frac{۱}{۷}} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow \boxed{x_۷ = ۰}$

$$7x_3 + 7x_6 + 7x_9 = 2 \longrightarrow x_6 = \frac{6}{49},\quad x_9 = \frac{8}{49} \Rightarrow 7x_3 + 7\left(\frac{14}{49}\right) = 2 \Rightarrow$$

$$7x_3 = 0 \Rightarrow \boxed{x_3 = 0}$$

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_7 = 1 \Rightarrow 3(x_1 + x_2) = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$$

$$3x_1 + \underbrace{3x_4}_{\frac{3}{7}} + \underbrace{3x_7}_{0} + \underbrace{3x_8}_{\frac{3}{49}} = 1 \Rightarrow \frac{49}{49} - \frac{24}{49} = 3x_1 \Rightarrow$$

$$\frac{25}{49} = 3x_1 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{25}{3 \times 49}}$$

$$x_2 = \frac{1}{3} - \frac{25}{3 \times 49} = \frac{24}{3 \times 49} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{8}{49}}$$

کنون ما کار deconvolution را به این صورت انجام میدیم که یک فیلتر با مقادیر مجهول در نظر می‌گیریم و با توجه به ضرایب ماتریس اصلی در جواب های کانولوشن یک معادله براساس مجهول به دست میاوریم. با به دست آوردن این معادله ها و حل کردن آنها می‌توانیم به مقادیر فیلتر دست پیدا کنیم. تمام معادله های بالای نوشته شده از محاسبه کانولوشن به دست آمده است.

۱	٤	۳	۱	۱	۲	۳	۲
۲	٤	۳	۱	۱	۳	۴	۳
۲	٤	۳	۲	۲	۳	۳	۲
۱	۳	۳	۱	۲	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۲	۲	۳	۲	۱
۲	۳	٤	۳	۲	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۲	۲	۳	۳	۲
۲	۲	۱	۱	۱	۳	۳	۲

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$$7x_6 + 7x_9 = 1 \Rightarrow x_6 + x_9 = \frac{1}{7}$$

$$7(x_3 + \underbrace{x_6 + x_9}_{\frac{1}{7}}) = 2 \Rightarrow 7x_3 = 1 \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{1}{7}}$$

$$\underbrace{7x_3}_{1} + 7x_6 = 1 \Rightarrow \boxed{x_6 = 0} \Rightarrow \boxed{x_9 = \frac{1}{7}}$$

$$7x_2 + 3x_5 + 3x_6 = 2$$

$$3x_2 + 7x_5 + 3x_8 + \underbrace{3x_9}_{\frac{3}{7}} = 3 \Rightarrow 3x_2 + 7 \times \frac{2}{3} + 0 + \frac{3}{7} = 3 \Rightarrow$$

$$3x_5 + 7x_8 = 2$$

$$\underbrace{7x_3}_{1} + 3x_8 = 1 \Rightarrow \boxed{x_8 = 0} \rightarrow 3x_5 = 2 \Rightarrow \boxed{x_5 = \frac{2}{3}}$$

$$3x_2 = 3 - \frac{3}{7} - \frac{14}{3}$$

$$3x_2 = \frac{63 - 9 - 98}{21}$$

$$3x_2 = \frac{-44}{21} \Rightarrow$$

$$\boxed{x_2 = -\frac{44}{63}}$$

$$7x_1 + \underbrace{3x_3}_{\frac{3}{7}} = 1 \Rightarrow 7x_1 = \frac{4}{7} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{4}{49}}$$

$$3x_4 + 7x_2 = 2 \Rightarrow 3x_4 - \frac{44}{9} = 2 \Rightarrow 3x_4 = \frac{18 + 44}{9} = \frac{62}{9} \Rightarrow \boxed{x_4 = \frac{62}{27}}$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	5	0	0	0	0	0
0	0	0	0	∅	∅	7	7
7	7	2	2	3	0	3	6
1	4	∅	∅	∅	2	∅	∅
∅	∅	0	0	0	0	∅	∅
0	1	7	7	2	∅	∅	∅
7	7	7	7	7	7	7	7

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$$7\,9 + 7x_6 + 7x_3 = \emptyset \Rightarrow \underbrace{x_3 + x_6}_{1} + x_9 = \emptyset \Rightarrow \boxed{x_9 = -1}$$

$$3x_8 + 7x_3 = 1$$

$$7x_3 + 7x_6 = 7 \Rightarrow x_3 + x_6 = 1$$

$$7x_2 + 7x_5 + 7x_8 + 7x_3 + 3x_9 = 4$$

$$7x_1 + 7x_4 + 7x_7 + 7x_2 + 3x_8 + \underbrace{3x_9}_{-3} = 5 \rightarrow 7(\underbrace{x_1 + x_2 + x_7}_{2}) + 3x_8 = 8$$

$$3x_8 = -6 \Rightarrow \boxed{x_8 = -2}$$

$$7x_4 = \emptyset \Rightarrow \boxed{x_4 = \emptyset}$$

$$3(\underbrace{x_4}_{\emptyset} + x_5 + x_6) = \emptyset \Rightarrow x_5 + x_6 = \emptyset$$

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_7 = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_7 = 2$$

$$3(x_1 + x_2 + x_3) + \underbrace{7x_4}_{\emptyset} + 3(x_7 + \underbrace{x_8}_{-2}) = 3 \Rightarrow 3(x_1 + x_2 + x_3 + x_7) = 9$$

$$3(x_1 + x_2 + x_3) + 7x_5 + 3(x_7 + \underbrace{x_8 + x_9}_{-3}) = \emptyset \Rightarrow \underbrace{3(x_1 + x_2 + x_3 + x_7)}_{9} + 7x_5 = 9$$

$$\boxed{x_5 = \emptyset}$$

$$\boxed{x_3 = 1} \Leftarrow \boxed{x_6 = \emptyset}$$

$$7x_2 + \emptyset - 14 + 7 - 3 = 4 \Rightarrow$$

$$7x_2 = 14 \Rightarrow \boxed{x_2 = 2}$$

$$3x_7 + \underbrace{7x_2}_{14} + \underbrace{7x_6}_{\emptyset} + \underbrace{7x_9}_{-7} = 4 \Rightarrow 3x_7 = -3 \Rightarrow \boxed{x_7 = -1} \Rightarrow$$

$$x_1 + \underbrace{x_2}_{2} + \underbrace{x_7}_{-1} = 2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$$

1	2	1
∅	∅	∅
-1	-2	-1

۷	۷	۷	۷	۳	۶	۷	۶
۷	۷	۷	۰	۳	۷	۷	۷
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۶
۷	۷	۷	۰	۷	۷	۷	۰
۰	۷	۷	۷	۶	۷	۶	۳
۳	۷	۷	۷	۶	۷	۶	۳
۷	۷	۷	۷	۶	۷	۷	۶
۶	۶	۳	۰	۷	۷	۷	۶

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$\Rightarrow$

$$7x_6 + 7x_9 = 7 \Rightarrow x_6 + x_9 = 1$$

$$7x_3 + 7x_6 + 7x_9 = 7 \Rightarrow 7(x_3 + \overbrace{x_6 + x_9}^{1}) = 7 \Rightarrow \boxed{x_3 = 0}$$

$$7x_3 + 3x_8 = 0 \Rightarrow \boxed{x_8 = 0}$$

$$3x_5 + \underbrace{7x_8}_{0} = 3 \Rightarrow \boxed{x_5 = 1}$$

$$\underbrace{7x_5}_{7} + 3x_2 + \underbrace{3x_8}_{0} = 7 \Rightarrow 3x_2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = 0}$$

$$\underbrace{7x_2}_{0} + \underbrace{3x_5}_{3} + 3x_6 = 6 \Rightarrow 3x_6 = 3 \Rightarrow \boxed{x_6 = 1} \rightarrow x_6 + x_9 = 1 \Rightarrow \boxed{x_9 = 0}$$

$$7x_1 + \underbrace{7x_3}_{0} + 3x_4 + \underbrace{3x_5}_{3} = 6 \Rightarrow \underbrace{7x_1 + 3x_4 = 3}$$

$$3x_4 + \underbrace{7x_2}_{0} = 3 \Rightarrow \boxed{x_4 = 1} \rightarrow 7x_1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

$$\underbrace{3x_1}_{0} + \underbrace{3x_4}_{3} + 3x_7 + \underbrace{3x_8}_{0} = 3 \Rightarrow \boxed{x_7 = 0}$$

۰	۰	۰
۱	۱	۱
۰	۰	۰

$\Rightarrow$ فیلتر این عکس

0	5	2	0	0	2	3	2
0	7	3	1	1	3	4	3
0	7	1	1	1	4	3	2
0	5	3	1	2	4	2	1
1	2	5	5	2	4	2	0
3	0	7	0	3	3	3	1
4	1	5	0	2	4	2	3
3	1	2	0	1	3	1	3

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$$7x_6 + 7x_9 = 0 \Rightarrow x_6 + x_9 = 0$$

$$7x_3 + \underbrace{7x_6 + 7x_9}_{0} = 0 \Rightarrow \boxed{x_3 = 0}$$

$$\underbrace{7x_3}_{0} + 3x_8 = 1 \Rightarrow \boxed{x_8 = \frac{1}{3}}$$

$$3x_5 + \underbrace{7x_8}_{\frac{7}{3}} = 3 \Rightarrow 3x_5 = \frac{9}{3} - \frac{7}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{x_5 = \frac{2}{9}}$$

$$3x_2 + \underbrace{7x_5}_{\frac{14}{9}} + \underbrace{3x_8}_{1} + 3x_9 = 4 \Rightarrow 3(x_2 + x_9) = 3 - \frac{14}{9} \Rightarrow$$

$$x_2 + x_9 = \frac{13}{9 \times 3} = \frac{13}{27}$$

$$7x_2 + \underbrace{3x_5}_{\frac{6}{9}} + 3x_6 = 3 \Rightarrow 7x_2 + 3x_6 = \frac{21}{9} \quad \text{چون} \quad x_6 = -x_9 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 7x_2 - 3x_9 = \frac{21}{9} \\ x_2 + x_9 = \frac{13}{27} \quad \times 3 \end{cases} \Rightarrow 10x_2 = \frac{39}{27} + \frac{63}{27} \Rightarrow$$

$$\boxed{x_2 = \frac{102}{27 \times 10} = \frac{102}{270}}$$

$$\underbrace{x_2}_{\frac{102}{270}} + x_9 = \frac{13}{27} \Rightarrow \boxed{x_9 = \frac{28}{270}} \Rightarrow \boxed{x_6 = -\frac{28}{270}}$$

$$7x_1 + \underbrace{7x_3}_{0} + 3x_4 + \underbrace{3x_5}_{\frac{6}{9}} = 1 \Rightarrow 7x_1 + 3x_4 = \frac{3}{9}$$

$$3x_4 + 7x_2 = 2 \Rightarrow 3x_4 = 2 - 7 \times \frac{102}{270} \Rightarrow \frac{540 - 714}{270} = \boxed{\frac{-174}{270 \times 3}} \quad x_4$$

$$3x_1 + 3x_4 + 3x_7 + \underbrace{3x_8}_{1} = 1 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_7 = 0 \Rightarrow \boxed{x_7 = 0}$$

$$3x_1 + 3x_4 + \underbrace{3x_5}_{\frac{2}{3}} + \underbrace{7x_8}_{\frac{7}{3}} = 3 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0$$

$$3x_1 + \underbrace{3x_2}_{\frac{306}{270}} + \underbrace{7x_5}_{\frac{14}{9}} = 3 \Rightarrow 3x_1 = \frac{-726}{270} + \frac{3 \times 270}{270} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{84}{270 \times 3} = \frac{28}{270}}$$

۲	۰	۰	∅	۱	۰	۰	۰
۴	۰	۴	۳	۲	۰	۰	۰
۴	۰	۱	∅	∅	۰	∅	۰
۲	۰	۳	۴	۲	۰	۲	۲
۲	۳	۰	۳	∅	∅	۰	۱
۰	۵	۰	۵	∅	∅	۰	۲
۰	۳	۰	۳	∅	∅	۱	۰
۰	۱	∅	۳	۱	∅	۲	۰

$$۷(x_۶+x_۹)=۲ \Rightarrow x_۶+x_۹=\frac{۲}{۷}$$

$$۷(x_۳+x_۶+x_۹)=۴ \Rightarrow x_۳+\underbrace{x_۶+x_۹}_{\frac{۲}{۷}}=\frac{۴}{۷} \Rightarrow \boxed{x_۳=\frac{۲}{۷}}$$

$$۷(\underbrace{x_۳}_{\frac{۲}{۷}}+x_۶)=۲ \Rightarrow \boxed{x_۶=\emptyset} \rightarrow \boxed{x_۹=\frac{۲}{۷}}$$

$$۳x_۷+\underbrace{۷x_۳}_{۲}=۲ \Rightarrow \boxed{x_۷=\emptyset}$$

$$۷x_۲+۳x_۶=\cancel{\emptyset} \Rightarrow$$

$$۷x_۱+۳\underbrace{x_۳}_{\frac{۶}{۷}}=۳ \Rightarrow ۷x_۱=\frac{۲۱}{۷}-\frac{۶}{۷} \Rightarrow$$

$$۷x_۱=\frac{۱۵}{۷} \Rightarrow \boxed{x_۱=\frac{۱۵}{۴۹}}$$

$$۷x_۴+۷x_۶+۳(x_۱+x_۲+x_۳)=۲$$

$$۳x_۲+\underbrace{۳x_۳}_{\frac{۶}{۷}}+\underbrace{\cancel{۷}x_۶}_{\emptyset}=۱ \Rightarrow ۳x_۲=\frac{۱}{۷} \Rightarrow \boxed{x_۲=\frac{۱}{۲۱}}$$

$$۳(x_۴+\underbrace{x_۷}_{\emptyset})=۱ \Rightarrow x_۴=\frac{۱}{۳}$$

$$۳(x_۱+x_۴+\underbrace{\cancel{x_۷}}_{۰}+x_۸)=۲ \rightarrow \frac{۱۵}{۴۹}+\frac{۱}{۳}+x_۸=\frac{۲}{۳} \Rightarrow$$

$$x_۸=\frac{۱}{۳}-\frac{۱۵}{۴۹} \Rightarrow \frac{۴۹-۴۵}{۴۹\times۳}=\boxed{\frac{۴}{۴۹\times۳}}$$

$x_۸$

$$۷x_۱+۷x_۲+۳x_۴+۳x_۵=۱$$

$$\frac{۱۵}{۷}+۲+۱+۳x_۵=۱ \Rightarrow ۳x_۵=-\frac{۱۴}{۷}-\frac{۱۵}{۷} \Rightarrow \boxed{x_۵=\frac{-۲۹}{۲۱}}$$

۰	۷	۷	۰	۰	۷	۲	۷
۰	۷	۰	۰	۰	۲	۷	۲
۰	۷	۵	۷	۷	۰	۲	۷
۰	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۰
۰	۰	۷	۰	۷	۰	۷	۰
۷	۰	۷	۰	۶	۳	۶	۰
۷	۰	۷	۰	۷	۰	۶	۵
۵	۷	۰	۰	۰	۷	۰	۷

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

با پیکسل های سیاه معادله می نویسیم

$$3x_5 + 7x_2 + 3x_6 = 5$$

$$3x_1 + 3x_4 + 3x_5 + 7x_8 = 5$$

$$3x_1 + 7x_4 + 3x_7 + 3(x_2 + x_5 + x_8) = 2$$

$$3x_1 + 3x_4 + 3x_2 + 7x_5 + 3x_3 + 3x_6 = 2$$

$$7x_1 + 3x_3 = 0$$

$$3(x_2 + x_5 + x_8 + x_3 + x_6 + x_9) = 6 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 = 2$$

$$3(x_1 + \underbrace{x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9}_{2}) = 3 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_7 = -1$$

$$3(\underbrace{x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_7}_{-1} + x_8 + x_9) = 6 \Rightarrow x_2 + x_5 + x_8 + x_9 = 3$$

$$\boxed{x_3 + x_6 = -1}$$

$$7(\underbrace{x_1 + x_4 + x_7}_{-1}) + 3x_5 + 3x_6 = 5 \Rightarrow 3(x_5 + x_6) = 12 \Rightarrow \boxed{x_5 + x_6 = 4}$$

$$3(\underbrace{x_5 + x_6}_{4}) + 7x_2 = 5 \Rightarrow \boxed{x_2 = -1}$$

$$\boxed{x_5 + x_8 + x_9 = 4}$$

$$3(x_1 + \underbrace{x_2}_{-1} + x_4 + \underbrace{x_5 + x_6}_{4}) + 7(x_7 + x_9) = 6$$

$$3(3 + x_1 + x_4) + 7(x_7 + x_9) = 6 \Rightarrow 3x_1 + x_4 + 7x_7 + 7x_9 = -3$$

$$3x_7 + \underbrace{3x_2}_{-3} + 3x_5 + 3x_8 + 3x_3 + 3x_9 + 7x_6 = 2 \Rightarrow 3x_7 + 3x_3 + 7x_6 = -7$$

$$3(\underbrace{x_1 + x_4}_{(-1-x_7)} + x_5 + \underbrace{x_6 + x_3}_{-1}) + 7(x_7 + \underbrace{x_2}_{-1}) = 2 \Rightarrow -3 - 3x_7 + 3x_5 - 3 + 7x_7 - 7 = 2 \Rightarrow$$

$$4x_7 + 3x_5 = 15$$

$$\underbrace{3x_1 + 3x_7}_{3(-1-x_4)} + 7x_4 + \underbrace{3x_5 + 3x_8}_{3(4-x_9)} = 5$$

$$4x_4 - 3x_9 = -4$$

7	0	0	7	6	0	0	0
7	0	7	7	7	0	0	0
7	0	0	0	0	0	2	0
7	0	7	7	7	0	7	7
7	7	0	7	0	0	0	6
0	7	0	7	0	0	0	7
0	7	0	7	0	0	2	0
0	0	7	7	7	0	7	0

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$$7x_7 = 7 \Rightarrow \boxed{x_7=1}$$

$$3x_6+3x_9 = 6 \Rightarrow x_6+x_9=2$$

$$3x_4+3x_7 = 6 \Rightarrow x_4+x_7=2 \rightsquigarrow \boxed{x_4=1}$$

$$3x_1+3x_2+\underbrace{3x_4}_{3}+9x_5+3x_6+\underbrace{7x_7}_{7}+7x_9=2$$

$$3(x_1+x_2+x_5+x_6)+7x_9=-8$$

$$3(x_1+x_2+x_3+\underbrace{x_4}_{1}+x_5+x_6+\underbrace{x_7}_{1}+x_8+x_9)=0$$

$$3x_1+7x_2+3x_3+\underbrace{3x_4}_{3}+3x_5+3x_6+\underbrace{7x_7}_{7}=2 \Rightarrow 3x_1+7x_2+3x_3+3x_5+3x_6=-8$$

$$7(x_1+\underbrace{x_4+x_7}_{2})+3(x_5+x_6)=0 \Rightarrow 7x_1+3x_5+3x_6=-14$$

$$7x_2+3x_5+3x_6<0 \qquad x_1+x_2+x_3+x_5+x_8=-4$$

$$\Rightarrow 3x_1+3x_2+3x_5+3x_6+7(2-x_6)=-8$$

$$3x_1+7x_2+3x_3+\underbrace{3x_5+3x_6}_{-14-7x_1}=-8 \Rightarrow -4x_1+7x_2+3x_3=6$$

$$3(x_1+x_4+x_7+x_8)>7 \Rightarrow x_1+x_8+2>\frac{7}{3} \Rightarrow x_1+x_8>\frac{1}{3}$$

$$3x_1+3x_2+\underbrace{3x_7}_{3}>7 \Rightarrow 3(x_1+x_2)>4 \Rightarrow x_1+x_2>\frac{4}{3}$$

$$7x_3+3x_8>7$$

$$7(x_3+x_6)>7 \Rightarrow x_3+x_6>1$$

$$3x_1+\underbrace{7x_4}_{4}+\underbrace{3x_7}_{3}+3x_8<0 \Rightarrow 3x_1+3x_8<7 \Rightarrow x_1+x_8<\frac{7}{3}$$

$$3x_2+3x_3+7x_6>7 \Rightarrow 7x_1+3x_2+6x_3+7x_6>14$$

$$7x_1+3x_3>7$$

$$7x_1+7x_3+\underbrace{3x_4}_{3}+3x_5<0 \Rightarrow 7x_1+7x_3+3x_5<-3 \Rightarrow$$

$$7x_2+7x_5+\underbrace{3x_7}_{3}<0 \Rightarrow x_2+x_5<\frac{3}{7}$$

$$7x_2+3x_5+3x_6<0$$