

Actividad 3 Metodos Numericos

ROMMEL NICOLÁS ZAMBRANO GAONA

13 de Agosto 2021

1. EJERCICIOS

1. Resuelva de forma gráfica y utilizando el Simplex el siguiente problema.

$$\text{Maximizar } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Sujeto } 2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\begin{aligned} Z &= -3x_1 - 2x_2 \\ 2x_1 + x_2 &+ s_1 \\ 2x_1 + 3x_2 &+ s_2 \\ 3x_1 + x_2 &+ s_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0 \\ &= 16 \\ &= 40 \\ &= 20 \end{aligned}$$

s_1, s_2, s_3 = variables de holgura

Tabla Simplex

	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R
$R_1 \rightarrow$	1	-3	-2	0	0	0	
$R_2 \rightarrow$	0	2	1	1	0	0	16
$R_3 \rightarrow$	0	2	3	0	1	0	40
$R_4 \rightarrow$	0	3	1	0	0	1	20

x_1 columna pivote
variable mas negativa

$$16/2=8$$

$$40/2=20$$

$$20/3=6.67 \leftarrow \text{Renglon Pivote}$$

③ elemento pivote convertir en 1

Multiplcamos por $1/3$

$$\begin{aligned} a. (3R_4 + R_1) & \quad 1 \quad -3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ b. (-2R_4 + R_2) & \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 16 \\ c. (-2R_4 + R_3) & \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 40 \\ & \quad \downarrow \quad 0 \quad 1 \quad 1/3 \quad 0 \quad 0 \quad 1/3 \quad 20/3 \end{aligned}$$

Resolver para la fila

$$\begin{aligned} a. & \quad 3 \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} \right) + \\ & \quad \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \\ & \quad \left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 20 \end{array} \right] \\ b. & \quad -2 \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} \right) + \\ & \quad \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 16 \end{array} \right) + \\ & \quad \left[\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 1/3 & 1 & 0 & -2/3 & 1/3 \end{array} \right] \\ c. & \quad -2 \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} \right) + \\ & \quad \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) + \\ & \quad \left[\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1 & -2/3 & 80/3 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Nueva Matriz

1	0	-1	0	0	1	20
0	0	1/3	1	0	-2/3	9/3
0	0	1/3	0	1	-2/3	80/3
0	1	1/3	0	0	1/3	20/3

El menor

$$9/3 \div 1/3 = 8$$

$$80/3 \div 1/3 = 11.43$$

$$20/3 \div 1/3 = 20$$

Nuevamente el mas negativo del mismo renglon

Multiplicar $\times 3 R_2$

$$\begin{array}{l} (1R_2 + R_1) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \end{array} \\ (-7/3 R_2 + R_3) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 7/3 & 0 & 1 & -2/3 & 80/3 \\ 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} \\ (-1/3 R_2 + R_4) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} \end{array}$$

Resolver para hacer 0

$$(1R_2 + R_1) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 20 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 & 28 \end{array}$$

$$(-7/3 R_2 + R_3) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} -7/3 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 7/3 & 0 & 1 & -2/3 & 80/3 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & -7 & 1 & 4 & 8 \end{array}$$

$$(-1/3 R_2 + R_4) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} -1/3 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \\ 0 & 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 20/3 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Nueva Matriz

$$\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 & 28 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Repetir hasta que no tenga 0

$$\begin{array}{l} 8 \div -2 = 4 \text{ No tomamos Neg.} \\ 8 \div 4 = 2 \\ 4 \div 1 = 4 \end{array}$$

Divido por 4

$$\begin{array}{l} (R_3 + R_2) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 & 28 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \end{array} \\ (2R_3 + R_2) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & -7/4 & 1/4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -7/4 & 1/4 & 1 & 2 \end{array} \\ (-1R_3 + R_4) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 4 \end{array} \end{array}$$

Resolver para hacer 0

$$(R_3 + R_2) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -7/4 & 1/4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 & 28 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 5/4 & 1/4 & 0 & 30 \end{array}$$

$$(2R_3 + R_2) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 2 & 0 & 0 & 0 & -7/4 & 1/4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & -2 & 8 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/2 & 0 & 12 \end{array}$$

$$(-1R_3 + R_4) \rightarrow \begin{array}{ccccccc} -1 & 0 & 0 & 0 & -7/4 & 1/4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 4 \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 0 & 3/4 & -1/4 & 0 & 2 \end{array}$$

Nueva Matriz

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R
① →	0	0	$5/4$	$1/4$	0	30
0	0	② →	$-1/2$	$1/2$	0	12
0	0	0	$-1/4$	$1/4$	1	2
0	③ →	0	$3/4$	$-1/4$	0	2

$x_1 \wedge x_2$ son ceros
y el primer renglon
es positivo

$$\begin{cases} Z = 30 \\ x_1 = 2 \wedge x_2 = 12 \end{cases} \quad \text{Respuesta en } Z, x_1, x_2$$

Resolución Metodo Grafico

Max $Z = 3x_1 + 2x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 40 \\ 3x_1 + x_2 \leq 20 \end{cases}$$

Convertir Restricción en Igualdad

$$\begin{aligned} ① \quad & 2x_1 + x_2 = 16 \\ ② \quad & 2x_1 + 3x_2 = 40 \\ ③ \quad & 3x_1 + x_2 = 20 \end{aligned}$$

en ① $2x_1 + x_2 = 16$
 $x_2 = 16$
 $2x_1 = 16$
 $x_1 = 8$

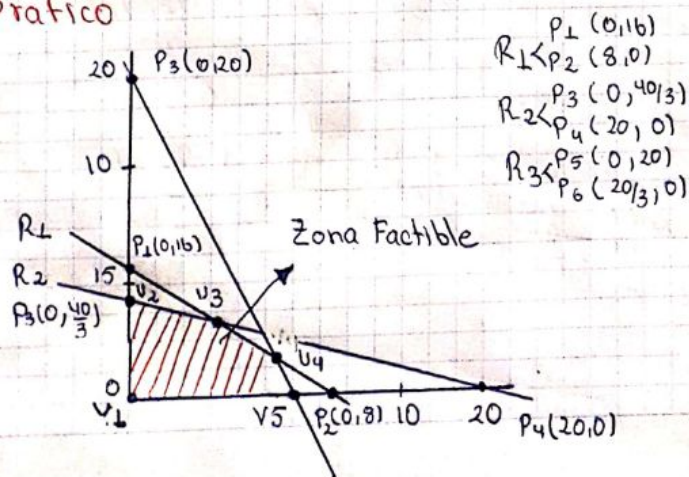
$x_1 \quad x_2$
 $P_1(0, 16)$
 $P_2(8, 0)$

en ② $2x_1 + 3x_2 = 40$
 $x_2 = 40/3$
 $2x_1 = 40$
 $x_1 = 20$

$P_3(0, 40/3)$
 $P_4(20, 0)$

en ③ $3x_1 + x_2 = 20$
 $x_2 = 20$
 $3x_1 = 20$
 $x_1 = 20/3$

Grafico



• Vertices

$$\begin{aligned} V_1 & (0,0) \\ V_2 & (0, \frac{40}{3}) \\ V_5 & (\frac{20}{3}, 0) \end{aligned}$$

$V_3 \rightarrow$ Intersección $R_1 \wedge R_2$

$$\begin{aligned} (1) & [2x_1 + x_2 = 16] - 1 \\ (2) & \underline{2x_1 + 3x_2 = 40} \\ & 2x_2 = 24 \\ & x_2 = 12, x_1 = 2 \end{aligned}$$

$$V_3 (2, 12) //$$

$V_4 \rightarrow$ Intersección $R_1 \wedge R_3$

$$\begin{aligned} (1) & [2x_1 + x_2 = 16] - 1 \\ (3) & \underline{3x_1 + x_2 = 20} \\ & x_1 = 4, x_2 = 8 \end{aligned}$$

$$V_4 (4, 8) //$$

Vertices	x_1	x_2	Z
1	0	0	0
2	0	$\frac{40}{3}$	$\frac{40}{3}$
3	2	12	<u>30</u>
4	4	8	28
5	$\frac{20}{3}$	0	$\frac{20}{3}$

Valor óptimo
el Máx //

Respuesta $\begin{cases} Z = 30 \\ x_1 = 2 \\ x_2 = 12 \end{cases} R_{11}$

2. Escriba el problema dual de los siguientes problemas primales.

$$\text{maximizar } z = -5x_1 + 2x_2$$

$$\text{sujeto } -x_1 + x_2 \leq -2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema dual

Minimizar $Z_y = -2y_1 + 5y_2$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^T$$

Sujeto a

$$-y_1 + 2y_2 \geq -5$$

$$y_1 + 3y_2 \geq 2$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

$$\text{minimizar } z = 6x_1 + 3x_2$$

$$\text{sujeto } 6x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Problema dual

Maximizar $Z_y = 2y_1 + 5y_2$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^T$$

Sujeto a

$$6y_1 + 3y_2 \geq 6$$

$$-3y_1 + 4y_2 \geq 3$$

$$1y_1 + 1y_2 \geq 0$$

$$y_1, y_2 \leq 0$$

3. Una compañía fabrica dos productos, A y B. Los ingresos unitarios son 2\$ y 3\$, respectivamente. Las disponibilidades diarias de dos materias primas, M_1 y M_2 utilizadas en la fabricación de los dos productos son de 8 y 18 unidades, respectivamente. Una unidad de A utiliza 2 unidades de M_1 y 2 unidades de M_2 , y una unidad de B utiliza 3 unidades de M_1 y 6 unidades de M_2 .

Materiales	Producto A	Producto B	Disponibilidad
M_1	2	3	8
M_2	2	6	18
Ingreso por Unidad	2	3	

Identificación de Variables

X_1 = número de producto A

X_2 = número de productos B

- Determine los precios duales de M_1 y M_2 y sus intervalos de factibilidad.

Función objetivo y restricción

Maximizar $Z = 2x_1 + 3x_2$

Sujeto a $2x_1 + 2x_2 \leq 8$
 $3x_1 + 6x_2 \leq 18$

$x_1, x_2 \geq 0 \quad i=1,2$

$x_1 = 0$
 $2x_1 + 3x_2 = 8 \rightarrow P_1(0, 8/3)$
 $x_2 = 8/3$

$x_2 = 0$
 $2x_1 + 3x_2 = 8 \rightarrow P_2(4, 0)$
 $2x_1 = 8 \rightarrow x_1 = 4$
 $x_2 = 8/2 = 4$
 $P_3(0, 3)$
 $P_4(9, 0)$

Valor óptimo

	x_1	x_2	Z
Z	0	2.67	4
Z	2	0	4
ZC	0	2.67	8
ZC	4	0	8
M_1	0	2.67	
M_1	4	0	
M_2	0	3	
M_2	9	0	

Precio Dual M_1, M_2 por Unidad

Disponibilidad mínima = 8,000 U

Disponibilidad máxima = 18 U

$M_1 = 1/3 \wedge M_2 = 0$

M_2 es paralela a M_1 no afecta

$Z = 8 \wedge x_1 = 0 \wedge x_2 = \frac{8}{3}$

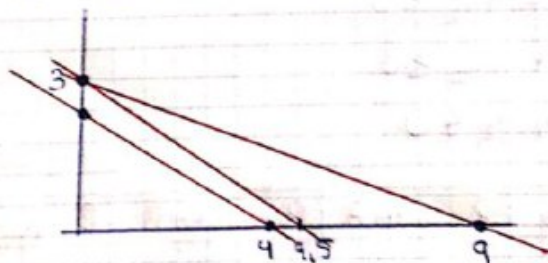
Precios Duales de M_1 y M_2

$2x_1 + 3x_2 \leq 9$

$x_1 = 0$
 $2x_1 + 3x_2 = 9$
 $x_2 = 9/3$
 $x_2 = 3$
 $V_1 = (0, 3)$

$2x_1 + 3x_2 = 9$
 $2x_1 = 9$
 $x_1 = 9/2$
 $V_2 = (4.5, 0)$

$Z_0 = 2x_1 + 3x_2$
 $Z_0 = 2(0) + 3(3)$
 $Z_0 = 9$



Factibilidad $9 \leq M_1 \leq 18$

- Suponga que pueden adquirirse 4 unidades más de M_1 al costo de 30 centavos por unidad. ¿Recomendaría la compra adicional?

b)

Tengamos en cuenta que M_1 valor de unidad es de 1\$ para la compra adicional sería $4\$ (0,30\$) = 1,20$

Dado así, es recomendable comprar al comprar la 4 unidades nos da 13,20\$

- ¿Cuánto es lo máximo que la compañía debe pagar por unidad de M_2 ?

c)

El precio en M_2 dio 0\$ así que es innecesario para la compañía agregar.

- Si la disponibilidad de M_2 se incrementa en 5 unidades, determine el ingreso óptimo asociado.

d)

Si se incrementa la 5 unidades para el precio de M_2 nos daría un resultado óptimo.

$Z=8$ restricción innecesario

4. Plantee el siguiente problema y resuélvalo utilizando un software de programación lineal. Una refinería fabrica dos tipos de combustible para avión, F_1 y F_2 , mezclando cuatro tipos de gasolina, A, B, C y D. El combustible F_1 incluye las gasolinas A, B, C y D en la proporción 1 : 1 : 2 : 4, y el combustible F_2 incluye la proporción 2 : 2 : 1 : 3. Los límites de abasto de A, B, C y D son 1000, 1200, 900 y 1500 barriles/día, respectivamente. Los costos por barril de las gasolinas A, B, C y D son \$ 120, \$ 90, \$ 100 y \$ 150, respectivamente. Las combustibles F_1 y F_2 se venden a \$ 200 y \$ 250 por barril, respectivamente. La demanda mínima de F_1 y F_2 es de 200 y 400 barriles/día, respectivamente.

	GA	GB	GC	GD
P. Combustible F1	1	1	2	4
P. Combustible F2	2	2	1	3
Costo por barril	120	90	100	150
Límite de abasto	1000	1200	900	1500

	Combustible F1	Combustible F2
Precio	200	250
Demanda mínima	200	400

Variables de desicion

$X_{1,1}$ Barriles de gasolina A utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_1

$X_{1,2}$ Barriles de gasolina B utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_1

$X_{1,3}$ Barriles de gasolina C utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_1

$X_{1,4}$ Barriles de gasolina D utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_1

$X_{2,1}$ Barriles de gasolina A utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_2

$X_{2,2}$ Barriles de gasolina B utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_2

$X_{2,3}$ Barriles de gasolina C utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_3

$X_{2,4}$ Barriles de gasolina D utilizada en la produccion produccion diaria del combustible F_4

Funcion Objetiva y restricciones

Minimizar

$$z = 120(x_{1,1} + x_{2,1}) + 90(x_{1,2} + x_{2,2}) + 100(x_{1,3} + x_{2,3}) + 150(x_{1,4} + x_{2,4})$$

sujeto a

$$0,125x_{1,1} + 0,125x_{1,2} + 0,25x_{1,3} + 0,5x_{1,4} \geq 200$$

$$0,25x_{2,1} + 0,25x_{2,2} + 0,125x_{2,3} + 0,375x_{2,4} \geq 400$$

$$x_{1,1} + x_{2,1} \leq 1000$$

$$x_{1,2} + x_{2,2} \leq 1200$$

$$x_{1,3} + x_{2,3} \leq 900$$

$$x_{1,4} + x_{2,4} \leq 1500$$

Software de programación lineal.

■ Excel Solver

Libro1 - Excel

Rommel Zambrano

Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Ayuda ¿Qué desea hacer?

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4	Variables de decisión								
5	min	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$
6	$z=543000$	1000	1200	900	0	0	0	0	1500
7									
8									
9			Restricciones						
10			R_1	500	\geq	200			
11			R_2	562,5	\geq	400			
12			R_3	1000	\leq	1000			
13			R_4	1200	\leq	1200			
14			R_5	900	\leq	900			
15			R_6	1500	\leq	1500			
16									