

Metodi Matematici per l'Informatica

Esame (a.a. 22/23, I canale) - Docente: Lorenzo Carlucci
- Data: 03 Aprile 2023 (Sessione Straordinaria)

Esercizio 1 *Ho 10 carte, 4 con un numero pari e 6 con un numero dispari. Scarto tutte le carte sul tavolo in sequenza.*

1. *Quanti sono i modi di scartare tutte le carte?*
2. *In quanti modi posso scartare tutte le carte scartando tutti i numeri pari consecutivamente?*
3. *In quanti modi posso scartare tutte le carte scartando tutti i numeri pari consecutivamente e tutti i numeri dispari consecutivamente?*

Esercizio 2 *Sia $f : X \rightarrow Y$ con $Y \subseteq X$.*

1. *Se f è iniettiva allora $(f \circ f) : X \rightarrow Y$ è iniettiva.*
2. *Se $(f \circ f) : X \rightarrow Y$ è suriettiva allora f è suriettiva.*
3. *$f^{-1} = \{(y, x) : f(x) = y\}$ è una funzione di tipo $Y \rightarrow X$.*

Esercizio 3 *Siano R_1 e R_2 due relazioni binarie su un insieme A . Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.*

1. *Se $R_1 \cup R_2$ non è simmetrica allora R_1 non è simmetrica o R_2 non è simmetrica.*
2. *Se R_1 e R_2 sono transitive allora $R_1 \cup R_2$ è transitiva.*
3. *Se $R_1 \cap R_2$ non è riflessiva e simmetrica allora $R_1 \cup R_2$ non è riflessiva.*

Esercizio 4 Dimostrare per Induzione che, per ogni $n \geq 0$, $n(n+1)$ è pari. Indicare con precisione:

1. Caso Base.
2. L'ipotesi induttiva.
3. Dimostrazione del passo induttivo.

Esercizio 5 A una festa vengono invitati Marco, Carla e Toni, che rilasciano le seguenti dichiarazioni.

Marco dice: "O vengo io e non viene Toni oppure veniamo io e Carla." Carla dice: "Non vengono né Marco né Toni." Toni dice: "Marco viene e Carla non viene."

1. Formalizzare le tre affermazioni in logica proposizionale scegliendo un linguaggio adeguato.
2. È possibile che tutti e tre dicano il vero? Argomentare
3. Se tutti dicono il falso, chi parteciperà sicuramente alla festa? Argomentare.

(NB: le argomentazioni vanno svolte preferibilmente in base alla formalizzazione proposta al punto 1 e utilizzando le nozioni formali di assegnamento, soddisfazione, verità logica, tavola di verità etc.).

Esercizio 6 La seguente formula proposizionale in CNF è soddisfacibile?

$$\{\{p, q, r\}, \{p, q, \neg r\}, \{p, \neg q, r\}, \{p, \neg q, \neg r\}, \{\neg p, q, r\}, \{\neg p, q, \neg r\}, \{\neg p, \neg q, r\}, \{\neg p, \neg q, \neg r\}\}.$$

Se si risponde SI definire un assegnamento che la soddisfa, se si risponde NO dimostrare l'insoddisfacibilità usando la regola di Risoluzione.