RIPASSO PRE-ESONERO CALCOLO DIFF

- INSIEMI

- UN VALORE V SI DICE maggiorante DI E SE $x \leq V$ $\forall x \in E$

- UN valore V SI DICE minorante DI E SE $V \leq x$ $\forall x \in E$

ESEMPIO : $E = [1, 5]$ 1: minorante poiché $1 \leq 2, 3, 4, 5$

5 : maggiorante

IN AGGIUNTA AI MAGGIORANTI E MINORANTI CI SONO LE DEFINIZIONI DI MASSIMO E MINIMO :

- $G = \max E$ se G: magg $G \in E$
- $G = \min E$ se G: min $G \in E$

DA QUESTE DEFINIZIONI SI TROVANO QUELLE DI INSIEMI LIMITATI, SUPERIORMENTE E INFERIORMENTE

- SUPERIORMENTE $\longrightarrow$ $\exists x$ t.c x: magg
- INFERIORMENTE $\longrightarrow$ $\exists x$ t.c x: minorant
- LIMITATO $\longrightarrow$ SIA sup SIA inf

INFINE SI HANNO LE DEFINIZIONI DI PUNTI

ESTREMI SUPERIORI e INFERIORI

- $H = \sup E$ se H: magg H: più piccolo DEI MAGGIORANTI
- $H = \inf E$ se H: mino H: più GRANDE DEI MINORANTI

• FUNZIONI : $f : I \subset R \rightarrow R$

LINEARI, TRIGONOM, POLINOMIALI, etc.

- DOMINIO DELLE VARIE FUNZIONI

1. $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+4}$ Dom $f(x) = x^2+4 \neq 0$

2. $f(x) = \sqrt{x^2+4}$ Dom $f(x) = x^2+4 \geq 0$

3. $f(x) = \log_a x^2+4$ Dom $f(x) = x^2+4 > 0$

4. $f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ Dom $f(x) = \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ h(x) > 1 \end{cases}$

5. $f(x) = (x^2+4)^{\sqrt{2}}$ Dom $f(x) = x^2+4 > 0$

6. $f(x) = x^2+4$ Dom $f(x) = \forall x \in R$

- SIMMETRIE DI FUNZIONI

PARI : $f(x) = f(-x)$

DISPARI : $f(-x) = -f(x)$

NÉ PARI NÉ DISPARI

- INIETTIVITÁ, INVERTIBILITÁ E MONOTONIA

1) $f(x)$ é iniettiva se $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

2) SE $f(x)$ é iniettiva ALLORA é INVERTIBILE SE

$$f(f^{-1}(y)) = y \quad , \quad f(f^{-1}(x)) = x$$

ESEMPIO: $y = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = x \end{cases}$

$$\Downarrow$$

$$3x = y + 2 \Rightarrow x = \frac{y+2}{3}$$

3) DICO CHE $f: I \subseteq R \to \mathbb{R}$ é

- CRESCENTE (NON DECRESCENTE) SE

$$x_1, x_2 \in I \qquad x_1 < x_2$$

$$\Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

- DECRESCENTE SE $\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2$

$$\Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

- STRETTAMENTE CRESCENTE SE $\forall x_1 < x_2$

$\Rightarrow f'(x_1) < f'(x_2)$

• SUCCESSIONI E LIMITI

$a_n = a_{n-1} + n$: ESEMPIO DI SUCCESS.

LIMITE DI UNA SUCCESSIONE : $\lim_{n \to \infty} a_n = l$

CALCOLO DEL LIMITE : $\lim_{n \to 1} \frac{n+2}{n} = 3$

OPERAZIONI CON I LIMITI : $\lim_{n \to \infty} a_n = a$

$\lim_{n \to \infty} = b$

- $\lim_{n \to \infty} a_n \pm b_n = a \pm b$

- $\lim_{n \to \infty} a_n \cdot b_n = a \cdot b$

- $\lim_{n \to \infty} a_n / b_n = \frac{a}{b}$

TEOREMA CARABINIERI : $a_n \leq b_n \leq c_n$

se $\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} b_n = l$ ALLORA

$\lim_{n \to \infty} c_n = l$

ALGEBRA DEI LIMITI : $l \in \mathbb{R}$

$$\lim \frac{l}{0} = +\infty \quad , \quad \lim \frac{l}{\pm\infty} = 0$$

$$\lim \frac{\pm\infty}{0} = \pm\infty \quad , \quad \lim \frac{\pm\infty}{l} = \pm\infty$$

$$\lim \frac{0}{\pm\infty} = 0$$

GERARCHIA DEGLI INFINITI :

$$(\log_b n)^b \ll n^\alpha \ll a^n \ll n! \ll n^n$$

LIMITI NOTEVOLI :

1. $$\lim_{n \to \infty} \frac{\sin a_n}{a_n} = 1$$

2. $$\lim_{n \to \infty} \frac{1 - \cos a_n}{a_n^2} = \frac{1}{2}$$

3. $$\lim_{n \to \infty} \frac{\tan a_n}{a_n} = 1$$

4. $$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

5. $$\lim_{n \to \infty} \frac{e^{a_n} - 1}{a_n} = 1$$

CASI PARTICOLARI :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{n^n} = 0 \qquad \lim_{n \to \infty} \frac{n^n}{n!} = +\infty$$

MONOTONIE DELLE SUCCESSIONI :

- STRETTAMENTE CRESCENTE : $a_n < a_{n+1}$
- STRETTAMENTE DECRESCENTE : $a_n > a_{n+1}$

SE LA SUCCESSIONE É O UNA O L'ALTRA ALLORA É MONOTONA

LIMITI DI FUNZIONI

STESSE REGOLE DELLE SUCCESSIONI