

Metodi Matematici per l'Informatica

Esame (a.a. 21/22, I canale) - Docente: Lorenzo Carlucci - Data: 8 Febbraio 2022

Parte 1

Esercizio 1 *Un gruppo musicale ha composto 8 brani in inglese e 12 in italiano.*

1. *In quanti modi si possono scegliere 6 brani da inserire in un disco?*
2. *In quanti modi si possono scegliere 3 brani in inglese e 3 brani in italiano da inserire in un disco, e tra questi un solo brano (in inglese o in italiano) da pubblicare come singolo?*
3. *In quanti modi si possono scegliere 3 brani in italiano e 3 brani in inglese da inserire in un disco, e tra questi un singolo in inglese e un singolo in italiano?*

Esercizio 2 *Siano $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$, $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow A$. Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.*

1. *Se f e g sono iniettive allora $(g \circ f)$ è iniettiva.*
2. *È impossibile che $(g \circ f)$ sia l'identità su A .*
3. *Se g è la funzione costante che manda tutti gli elementi in 1 allora lo è anche $(g \circ f)$.*

Esercizio 3 *Sia S un insieme. Sia $A = \{f : f : S \rightarrow \mathbb{R}\}$ (l'insieme delle funzioni con dominio S e codominio \mathbb{R}). Definiamo la relazione $R \subseteq A \times A$ come segue:*

$$fRg \text{ se e solo se per ogni } x \in S \text{ vale } f(x) \leq g(x).$$

1. *La relazione R è transitiva.*
2. *La relazione R è antisimmetrica.*
3. *La relazione R è totale.*

Parte 2

Esercizio 4 Dimostrare per Induzione che, per ogni $n \geq 0$, $n^2 + n$ è pari. Indicare con precisione:

1. Caso Base.
2. L'ipotesi induttiva.
3. Dimostrazione del passo induttivo.

Esercizio 5 Formalizzare le seguenti frasi in linguaggio proposizionale e decidere se l'ultima è conseguenza logica dell'insieme delle precedenti (usando tavole di verità o un ragionamento sulla definizione di conseguenza logica). Dichiarare un linguaggio proposizionale indicando l'interpretazione informale delle variabili.

1. O il testimone è stato corrotto o, se Marcello è scappata in Francia, ha avvertito il suo complice.
2. Se il testimone è stato corrotto, allora Marcello non è scappata in Francia.
3. Se ha avvertito il suo complice allora Marcello è scappata in Francia.

Esercizio 6 La seguente formula proposizionale in CNF è soddisfacibile?

$$\{\{p, q\}, \{\neg q, q\}, \{\neg q, r\}, \{\neg r\}, \{\neg p\}\}$$

Se si risponde “SI” definire un assegnamento che la soddisfa, se si risponde “NO” dimostrare l'insoddisfacibilità usando la regola di Risoluzione.