

Metodi Matematici per l'Informatica

Esame (a.a. 22/23, I canale) - Docente: Lorenzo Carlucci
- Data: 10 Febbraio 2023

Esercizio 1 *Un gruppo musicale ha composto 6 brani in inglese e 5 in italiano.*

1. *In quanti modi si possono scegliere 6 brani da inserire in un disco? (NB L'ordine non conta).*
2. *In quanti modi si possono scegliere 3 brani in inglese e 3 brani in italiano da inserire in un disco, e tra questi un solo brano (in inglese o in italiano) da pubblicare come singolo? (NB L'ordine non conta).*
3. *In quanti modi si possono scegliere 3 brani in italiano e 3 brani in inglese da inserire in un disco, e tra questi un singolo in inglese e un singolo in italiano? (NB L'ordine non conta).*

Esercizio 2 *Devo posizionare 12 agenti in 3 piani di un palazzo.*

1. *Quanti modi ho di distribuire tutti gli agenti, contando solo quanti agenti sono assegnati a ogni piano?*
2. *Quanti modi con il vincolo che a ogni piano sia assegnato almeno un agente?*
3. *Quante modi con il vincolo che nessun piano abbia più di 4 agenti?*

Esercizio 3 *Siano $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c, d\}$, $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow A$. Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.*

1. *Se f e g sono suriettive allora $(g \circ f)$ è iniettiva.*
2. *È possibile che $(g \circ f)$ sia l'identità su A .*
3. *Se g è la funzione costante che manda tutti gli elementi in 1 allora lo è anche $(g \circ f)$.*

Esercizio 4 *Sia $f : X \rightarrow Y$ e siano A e B due sottinsiemi del dominio X (ossia $A \subseteq X$ e $B \subseteq X$). Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.*

(NB: per un qualunque $S \subseteq X$ con $f(S)$ si indica l'insieme $\{y \in Y : \text{per qualche } s \in S \text{ vale } f(s) = y\}$).

1. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
2. $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
3. $f(A) \cup f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Esercizio 5 *Sia R una relazione binaria su un insieme A tale che per ogni $a \in A$ esiste $b \in A$ tale che $(a, b) \in R$. Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.*

1. *R è transitiva.*
2. *Se R è simmetrica e transitiva allora R è riflessiva.*
3. *Se R è riflessiva e simmetrica allora R è transitiva.*

Esercizio 6 Dimostrare per Induzione che, per ogni $n \geq 1$,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Specificare il Caso Base, l'Ipotesi Induttiva e la dimostrazione del Passo Induttivo.

Esercizio 7 Formalizzare le frasi seguenti in un linguaggio proposizionale e determinare se l'ultima proposizione (che inizia con *Dunque*) è conseguenza logica della precedenti. Potete usare un metodo a piacere (tavole di verità, risoluzione, ragionamento sulla conseguenza logica ad alto livello):

Se il programma supera la fase di testing, il programma va in produzione.

Il programma supera la fase di testing solo se non vengono rilevati bug.

Se il programma va in loop su input 0 o impiega più di 3 ore a dare un output, allora il programma non va in produzione.

Dunque se il programma non impiega più di 3 ore a dare un output e non supera la fase di testing, allora il programma va in loop su input 0.

Esercizio 8 La seguente formula proposizionale in CNF è soddisfacibile?

$$\{\{p, \neg q, r, s\}, \{\neg p, q, \neg r\}, \{\neg r, s\}, \{\neg q, r\}, \{p, \neg s\}\}.$$

Se si risponde SI definire un assegnamento che la soddisfa, se si risponde NO dimostrare l'insoddisfaccibilità usando la regola di Risoluzione.