

# Metodi Matematici per l'Informatica

Esame (a.a. 22/23, I canale) - Docente: Lorenzo Carlucci - Data: 7 Luglio 2023

## Parte 1

**Esercizio 1** Il menu di un ristorante comprende 5 antipasti (di tre tipi: 2 di carne, 1 di pesce, 2 vegetariani), 8 primi (di tre tipi: 4 di carne, 2 di pesce e 2 vegetariani) e 7 secondi (di tre tipi: 3 di carne, 2 di pesce e 2 vegetariani).

1. In quanti modi posso scegliere un pasto completo (antipasto, primo e secondo)? [1 punto]
2. In quanti modi posso scegliere un pasto completo senza piatti di carne? [2 punti]
3. Mario non mangia carne e Maria non mangia pesce. Quante sono le possibili ordinazioni di due pasti completi fatte da Mario e Maria? [2 punti]

**Esercizio 2** Siano  $f : X \rightarrow Y$  e  $g : Z \rightarrow Y$  dove  $Z \subseteq X$ . Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false. (NB: per un qualunque  $S \subseteq X$  con  $f(S)$  si denota l'insieme  $\{y \in Y : \text{per qualche } s \in S \text{ vale } f(s) = y\}$ . Analogamente per  $g(S)$ ).

1. Se  $f$  è iniettiva allora  $g$  è iniettiva. [1 punto]
2.  $f(X - Z) \subseteq f(X) - f(Z)$ . [2 punti]
3.  $Y = f(X) \cup g(Z)$ . [2 punti]

**Esercizio 3** Consideriamo la seguente relazione  $\prec$  definita su coppie di intervalli chiusi dell'insieme dei numeri interi relativi:  $[x, y] \prec [w, z]$  se e solo se  $[x, y] \subseteq [w, z]$  oppure  $y < z$ . Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1. La relazione  $\prec$  è riflessiva. [1 punto]
2. La relazione  $\prec$  non è simmetrica. [2 punti]
3. La relazione  $\prec$  è transitiva. [2 punti]

## Parte 2

**Esercizio 4** Dimostrare per Induzione che, per ogni  $n \geq 1$ , se  $X$  e  $Y$  sono insiemi di  $n$  elementi, il numero di funzioni biiettive tra  $X$  e  $Y$  è  $n!$ .

1. Caso Base [1 punto]
2. L'ipotesi induttiva (che posso assumere quando dimostro il caso generico  $n + 1$ ) è: [2 punti]
3. Dimostrazione del passo induttivo: [2 punti]

**Esercizio 5** Mario, Claudia e Gianni hanno fatto un test di ammissione. Rilasciano le seguenti dichiarazioni.

Mario dice: “O io ho superato il test e Gianni non lo ha superato o Gianni e Claudia hanno superato il test.” Claudia dice: “O Mario e Gianni superano entrambi il test o nessuno dei due lo ha superato.” Gianni dice: “Se Mario non ha superato il test allora Claudia ha superato il test.”

1. Formalizzare le tre affermazioni in logica proposizionale scegliendo un linguaggio adeguato.
2. È possibile che tutti e tre dicano il vero? Argomentare.
3. Se tutti dicono il falso, posso dire chi ha superato sicuramente il test? Argomentare.

(Indicazione: usare le tavole di verità).

**Esercizio 6** La seguente formula proposizionale in CNF è soddisfacibile?

$$\{\{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{p, q\}, \{s, p\}, \{\neg s, p, \neg q\}\}.$$

Se si risponde “SI” definire un assegnamento che la soddisfa, se si risponde “NO” dimostrare l'insoddisfacibilità usando la regola di Risoluzione.