

# TIN - Domáca úloha č. 3

Roman Dobiáš - xdobial1@stud.fit.vutbr.cz

27. decembra 2018

## Úloha č.1

### Identifikácia funkcie

Zjavne sa jedná o *Fibonacciho postupnosť*. Páska č. 1 indikuje číslo  $N$  v zápise 1tiiek, pre ktoré je funkcia *Fib* vypočítaná. Pásky 2 a 3 sl'úžia na uchovanie predchádzajúcich dvoch hodnôt postupnosti.

Fibonacciho postupnosť je možné matematicky zdefinovať nasledujúco:

$$Fib(n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ Fib(n-1) & n = 1 \\ Fib(n-1) \times Fib(n-2) & \text{inak} \end{cases} \quad (1)$$

### Vyjadrenie funkcie pomocou primitívnej rekurzcie

Najprv zavedieme pomocnú funkciu *mul*:

$$mul(x, 0) = \xi \quad mul(x, y+1) = plus(x, mul(y))$$

$$Fib(0) = \xi()$$

$$Fib(x+1) = neq(x, 0) \times Fib(xmonus1) + Fib(x)$$

## Úloha č.2

Diagonalizáciou ukážeme, že počet ohodnotení unárneho predikátu  $u$  nad spočtým univerzom je nespočetný. Počet ohodnotení predikátu je totiž rovný  $2^{\mathbb{N}}$ , pretože pre každý  $z \in \mathbb{N}$  prkov univerza môžeme definovať  $p(x)$  alebo  $\neg p(x)$ .

## Úloha č.3

## Úloha č.4

Rozhodovací problém farbenia grafov je jazyk  $\text{ColorGraph} = \{ \langle V \rangle, \langle E \rangle \# k \mid G = \langle V \rangle, \langle E \rangle \text{ je graf ofarbitelný k farbami} \}$ . Redukcia z farbenia grafov na problem tedy Kvety

### Algoritmus prevodu

Každú inštanciu jazyka *ColorGraph* sme schopný previesť na problém Tety Kvety nasledujúci:

- Pre každý uzol  $E$  vygenerujeme  $K+1$  surovín, kde každá surovina má kapacitu 1 (teda, Teda Kveta má práve 1 túto surovinu).  $K$  surovín reprezentuje jednotlivé z  $K$  farieb a  $K+1$  surovina je použitá pre detekovanie, či už je vrchol ofarbený. Jednotlivé z  $K+1$  surovín označme ako  $E_i, 0 \leq i < k$ .

- Pre každé ofarbenie uzla E farbou F
  - vypočítame množinu vrcholov I takých, že existuje hrana medzi vrcholom E a vrcholom z I a prizjednotíme vrchol E
  - vytvoríme "pečivo"  $E_F$ , ktorého ingrediencie sú suroviny  $a_i, a \in I, i = F$  a surovina  $E_F$ .
- Pre takto zakódovaný problém riešime problém Tety Kvety pre počet priateľok  $k$ , kde  $k = |V|$ .
- Graf je ofarbitel'ný práve vtedy, ak môžeme každý vrchol ofarbiť farbou tak, že priliehajúce vrcholy nemajú tú istú farbu.
- Zrejme platí, že ak upečiem pečivo  $E_F$ , potom toto pečivo bude pre daný vrchol jediné (vd'aka surovine K+1) a zároveň priliehajúce vrcholy nebudú mať rovnaké pečivo (farbu), pretože surovina ich farby už bola vyčerpaná pri pečení  $E_F$ .
- Teda platí, že ak je možné upiecť N rôznych pečív, kde N je počet vrcholov a zároveň platia tézy vyššie, potom graf je K-ofarbitel'ný.

## Príklad

Uvažujme graf A-B, B-C, C-D, D-A. Reprezentáciu úlohy môžeme vyjadriť tabulkou: TODO suroviny ako hlavička, pečio ako riadky, Y osa ako vybrané pečivá

## Úloha č.5

