

Řešení

1. předpoklad: $\forall x\varphi \vdash \forall x\varphi$
2. axiom subst.: $\vdash \forall x\varphi \rightarrow \varphi$
3. MP: $\forall x\varphi \vdash \varphi$
4. předpoklad: $\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$
5. axiom subst.: $\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
6. MP: $\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \varphi \rightarrow \psi$
7. MP 3,6: $\forall x(\varphi \rightarrow \psi), \forall x\varphi \vdash \psi$
8. VD: $\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \forall x\varphi \rightarrow \psi$
9. VD: $\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x\varphi \rightarrow \psi)$