Jelikož nebylo řečeno, že $(\mathbb{Q}, \odot)$ je algebra, mělo by se i dokázat, zda je operace $\odot$ na množině $\mathbb{Q}$ uzavřena. Bude-li uzavřena, můžeme říci, že $(\mathbb{Q}, \odot)$ je algebra. Pak budeme postupně dokazovat další vlastnosti a považovat tento grupoid za pologrupu/monoid/grupu. Komutativnost zkusíme dokázat hned na počátku, jelikož velmi zjednodušuje důkazy ostatních vlastností.

Uzavřenost operace $\odot$ na množině $\mathbb{Q}$:
$\forall x, y \in \mathbb{Q} \ : \ x \odot y \in \mathbb{Q}$

$x \odot y \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow x + y - xy \in \mathbb{Q}$

Což zřejmě platí, jelikož operace $+$, $-$ a $.$ jsou na $\mathbb{Q}$ uzavřeny. $(\mathbb{Q}, \odot)$ je tedy grupoid.

Komutativita $\odot$:
$\forall x, y \in \mathbb{Q} \ : \ x \odot y = y \odot x$

$x \odot y = y \odot x \Leftrightarrow x + y - xy = y + x - yx$

Což opět zřejmě platí, jelikož operace $+$ a $.$ jsou na $\mathbb{Q}$ uzavřeny (operace $-$ komutativní není,

ale také její operandy se nemění).
Asociativita $\odot$:
$\forall x, y, z \in \mathbb{Q} \ : \ (x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$

$(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z) \Leftrightarrow (x + y - xy) + z - (x + y - xy)z = x + (y + z - yz) - x(y + z - yz)$

$L = (x + y - xy) + z - (x + y - xy)z = x + y - xy + z - xz - yz + xyz$

$P = x + (y + z - yz) - x(y + z - yz) = x + y + z - yz - xy - xz + xyz$

$L = P$

Tedy operace $\odot$ je asociativní ($(\mathbb{Q}, \odot)$ je pologrupa).

Existence neutrálního prvku e:
Jelikož je operace $\odot$ komutativní, hledáme přímo neutrální prvek a ne pravý a levý neutrální

prvek.
$\forall x \in \mathbb{Q} \ : \ \exists e \ : \ x \odot e = e \odot x = x$

$x \odot e = x \Leftrightarrow x + e - xe = x \Rightarrow e = 0$

Našli jsme neutrální prvek operace $\odot$ a $(\mathbb{Q}, \odot)$ je tedy monoid.

Invertibilita prvků:
Opět využíváme komutativity operace k usnadnění důkazu.

$\forall x \in \mathbb{Q} \ : \ \exists x' \ : \ x \odot x' = e$

$x \odot x' = e \Leftrightarrow x + x' - xx' = 0$

Takový prvek však pro $\forall x \in \mathbb{Q}$ nemůžeme najít.

$(\mathbb{Q}, \odot)$ je tedy komutativní monoid, který není grupou.