Řešení

Generování množiny permutací $<\{f_1, f_2\}>$ z permutací f_1, f_2 nad operací $\circ$ se systematicky provede postupným vyplňováním Caleyho tabulky. Pokud se při vyplňování tabulky vypočte nová permutace f_n, je tabulka rozšířena o tuto permutaci a dopočteny příslušné buňky.

$\circ$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
f_1	f_3	f_5	f_1	f_6	f_2	f_4
f_2	f_4	f_6	f_2	f_5	f_1	f_3
f_3	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
f_4	f_2	f_1	f_4	f_3	f_6	f_5
f_5	f_6	f_4	f_5	f_2	f_3	f_1
f_6	f_5	f_3	f_6	f_1	f_4	f_2

postupný výpočet tabulky:

$f_1 \circ f_1 = f_1(f_1(x)) = x$ ... je nová permutace, takže $f_3 = x$.

$f_2 \circ f_1 = f_2(f_1(x)) = \frac{1}{x}$ ... je nová permutace, takže $f_4 = \frac{1}{x}$.

$\vdots$

pozn. jelikož operace $\circ$ není komutativní $f \circ g \neq g \circ f$, je nutné poctivě vypočítat vždy obě varianty $f_2 \circ f_1$ i $f_1 \circ f_2$.

Po vypočtení tabulky jsme dostali 6 permutací, které tvoří podgrupu generovanou permutacemi f_1, f_2:

$f_1(x) = \frac{x}{x-1}$

$f_2(x) = \frac{x-1}{x}$

$f_3(x) = x$ (je neutrálním prvkem)

$f_4(x) = \frac{1}{x}$

$f_5(x) = 1 - x$

$f_6(x) = \frac{-1}{x-1}$

Výsledek $<\{f_1, f_2\}> = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$.