МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Технологический институт Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЗАПИСКА

к научной проблеме

«ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ К ФОРМИРОВАНИЮ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ КЛАСТЕРОВ В МЕХАНИЗМАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МОЛНИЙ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ»

Выполнил: профессор кафедры физики ТТИ ЮФУ САПОГИН В.Г.

Manohi

Начато: 21 января 2011 г. **Закончено:** 2 июня 2011 г.

г. Таганрог 2011 г.

Глубокоуважаемый, Владислав Иванович!

Сложилось так, что мне пришлось дать несколько консультаций Олегу Кравченко по подготовке дипломного проекта. В основу проекта легла ваша научная работа [1]. Глубоко изучив работу, мне удалось найти аналитическое решение поставленной вами задачи в частном случае, который в статье не обсуждался.

На протяжении последних двух десятков лет я имел дело с уравнениями, самосогласованных которые описывают статические состояния возникающие в газе одноимённых зарядов, взаимодействующих между собой. По-видимому, впервые, результирующее уравнение задачи для распределения потенциала было угадано будущим нобелевским лауреатом Лауэ в 1918 году [2]. Он обнаружил, что оно имеет три возможных класса аналитических решений в случае, в зависимости OT значений некоторой произвольной постоянной. Не выяснив физического смысла произвольной постоянной, он описывают посчитал, что решения ЭТОГО уравнения распределения электростатических полей, возникающих в газе термоэлектронов.

Через 30 лет система уравнений была получена Я.И.Френкелем (повидимому, о работе Лауэ он ничего не знал). Эта система уравнений в плоском случае сводится к уравнению, угаданному Лауэ, и незначительно отличается от него. В [3] он дал однозначную физическую интерпретацию этому уравнению: он считает, что оно описывает возможные равновесия зарядов в статическом самосогласованном поле, которое они сами и создают. Решая граничную задачу для электронов, он не заметил существования закона сохранения в плоской системе, который подтверждает однозначность его интерпретации. Вследствие этого, он объяснил полученные им решения как решения, описывающие распределения термоэлектронов.

Существование закона сохранения полного давления в коллективном взаимодействии дало мне возможность провести однозначную классификацию возможных состояний, существующих в газе зарядов с однородной температурой (это не термоэлектроны, а просто газ одноимённых зарядов), и выявить почти все возможные распределения физических параметров в плоском, цилиндрическом и сферическом случаях. В них есть и распределение напряжённости коллективного поля типа тангенса, которое вы получили в [1], решая автомодельное уравнение в однокомпонентной плоской плазме.

Наличие закона сохранения даёт возможность понять, чем в статике скомпенсировано кулоновское взаимодействие. Как показывает аналитическое исследование, кулоновское взаимодействие скомпенсировано силой Бернулли. Компенсация сил приводит к новой физике, которая следует из закона сохранения: концентрация зарядов (давление) будет больше там, где больше давление самосогласованного поля и наоборот. В ваших решениях проявился похожий результат: где больше квадрат тангенса (а это близко к асимптотам

системы), там и больше давление зарядов. Полученные мною результаты вошли в монографию [4], изданную в 2000 году в Таганроге.

В последние годы мне очень хотелось поставить задачу, которая позволила бы исследовать нестатические состояния такой среды. Я понимал, что задача очень непростая, поскольку в ней будут проявляться свойства переменных самосогласованных полей, о которых мы вообще ничего не знаем. Но моего образования на постановку задачи не хватило, а Случай заставил меня изучать предложенный вами подход, который включал в исследование и распределение полей двухкомпонентной плазмы.

Мне удалось найти приближённые решения ваших уравнений (1) при условиях, которые позволяют предложить физическую интерпретацию в другом аспекте. Начну по порядку. Упростим уравнения (1) статьи [1]:

$$-enE_{x}-kT\frac{\partial n}{\partial x}-mnvv_{x}=0; (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n \upsilon_x) = 0; \tag{2}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi e (n_0 - n). \tag{3}$$

Первое уравнение системы, приводимое в [1], переходит в (1) при условии, что υ_0 =0. Это означает, что однородный фон положительных зарядов плазмы с концентрацией n_0 остаётся неподвижным относительно координаты x, а электронная компонента с концентрацией n(x,t) может совершать движение со скоростью $\upsilon_x = \upsilon_x(x,t)$ под действием коллективного поля $E_x = E_x(x,t)$. Класс возможных решений определяется уравнением непрерывности (2).

Введём безразмерные функции $E_x/E_*=y(\xi,\tau); \upsilon_x/\upsilon_*=u(\xi,\tau);$ $n/n_0=z(\xi,\tau)$ относительно переменных $\xi=x/r_d, \ \tau=t/T_*.$ Здесь индекс «*» означает масштаб соответствующей величины. Для введённых вами масштабов величин

$$E_* = \sqrt{4\pi n_0 kT / \varepsilon_0}; \quad r_d = \sqrt{\varepsilon_0 kT / (4\pi e^2 n_0)};$$
$$T_* = mvr_d^2 / (kT); \quad \upsilon_* = eE_* / (mv);$$

для функций $y(\xi,\tau), u(\xi,\tau), z(\xi,\tau)$ получим систему уравнений

$$zy + \frac{\partial z}{\partial \xi} + zu = 0; (4)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (zu) = 0; \tag{5}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} = 1 - z \,. \tag{6}$$

Исключая из уравнений (4) и (6) функции z и u, придём к уравнению (3a) статьи относительно проекции напряжённости поля $y(\xi,\tau)$, в котором нужно положить y_0 =0:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - y \left(1 - \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \right]. \tag{7}$$

Интегрируем (7) один раз по ξ

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - y \left(1 - \frac{\partial y}{\partial \xi} \right). \tag{8}$$

Уравнение (8) отличается от уравнения (3б) статьи [1] тем, что в нём постоянная интегрирования $const(\tau) = -j$ принята равной нулю, поскольку движение фона зарядов отсутствует.

Получим пару симметричных автомодельных уравнений для плоских волн с параметрами: $\lambda = 2\pi r_d$ и $T = 2\pi T_*/\gamma$, где $\gamma = \upsilon_f/\upsilon_*$ - приведённая фазовая скорость. Для фазы плоской волны $\theta = \xi + \gamma \tau$, из (8) получаем первое автомодельное уравнение. Запишем его относительно функции $y_1(\theta)$ (в уравнении (5) статьи [1] эта функция обозначена буквой z):

$$y_1'' - y_1(1 - y_1') - y_1' = 0. (9)$$

Штрихом обозначено дифференцирование по θ . Второе автомодельное уравнение для функции $y_2(\psi)$ получим для фазы волны, бегущей навстречу $\psi = \xi - \gamma \tau$:

$$y_2'' - y_2(1 - y_2') + \gamma y_2' = 0. (10)$$

Штрихом обозначено дифференцирование по ψ .

Сумма решений уравнений (9) и (10) описывает нелинейные процессы протекания электрической неустойчивости, которая возникает на встречных продольных волнах в первоначально однородной плазме.

Распределение коллективного статического поля в плазме

При γ =0 уравнения (9) и (10) переходят в одно уравнение статики, поскольку $\theta \Rightarrow \xi$ и $\psi \Rightarrow \xi$:

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} + y\left(\frac{dy}{d\xi} - 1\right) = 0. \tag{11}$$

Уравнение (11) точных решений в элементарных функциях не имеет. Найдём приближённые решения. Для этого в (11) понизим порядок введением функции $p(y) = \frac{dy}{d\xi}$:

$$p\frac{dp}{dy} + py - y = 0. (12)$$

При $p \neq 0$, мы приходим к уравнению с разделяющимися переменными, которое имеет два решения в неявных функциях. Решения не помогают найти физически осмысленный результат. Из (12) видно, что при y = 0, $\frac{dp}{dy} = 0$. В связи с этим будем искать решение (12) для класса периодических функций в виде ряда, состоящего из двух слагаемых

$$p = p_0 + \alpha y^2, \tag{13}$$

где $\alpha > 0$ и $p_0 > 0$ - постоянные. Подставляя (13) в (12), сохраним слагаемые пропорциональные y. Тогда из требования

$$y(2p_0\alpha + p_0 - 1) = 0 (14)$$

найдём связь между α и p_0

$$p_0 = 1/(1+2\alpha); \quad \alpha = (1/p_0 - 1)/2.$$
 (15)

Требование $\alpha > 0$ определяет диапазон изменения p_0 : $0 < p_0 < 1$. Интегрируя (13), получаем решение в классе периодических функций

$$y = \frac{1}{\sqrt{\alpha(1+2\alpha)}} tg\left(\sqrt{\frac{\alpha}{1+2\alpha}}\xi\right). \tag{16}$$

Из (16) видно, что напряжённость статического коллективного поля плазмы в плоскости ξ =0 обращается в нуль, а его пространственный период зависит от параметра состояния системы α . На асимптотах системы $(\xi_2 > \xi_1)$ $\xi_{1,2} = \pm \pi / \left(2\sqrt{\alpha / (1 + 2\alpha)}\right)$ напряжённость поля терпит разрыв. Вектор напряжённости в области $0 < \xi < \xi_2$ направлен по оси ξ , а в области $\xi_1 < \xi < 0$ против оси ξ . Поскольку электроны плазмы перераспределяются коллективным полем, то вблизи плоскости нулевого давления поля (там, где y^2 =0) они образуют области с высокой концентрацией. Закон распределения концентрации находится из (6) и имеет вид

$$z = 1 - \frac{dy}{d\xi} = 1 - (1 + 2\alpha)^{-1} \cos^{-2} \left(\sqrt{\frac{\alpha}{1 + 2\alpha}} \xi \right).$$
 (17)

Из (17) видно, что максимум распределения концентрации электронов плазмы приходится на плоскость ξ =0:

$$z_M = 1 - 1/(1 + 2\alpha), \tag{18}$$

а кластер ограничен нулями концентрации в координатах $\xi_{3,4}$, значение которых зависит от параметра состояния системы α :

$$\xi_{3,4} = \pm \sqrt{(1+2\alpha)/\alpha} \arccos(1/\sqrt{1+2\alpha}).$$

Поскольку максимальное значение концентрации электронов всегда меньше, чем концентрация положительных зарядов фона, то полученное решение описывает ограниченный в пространстве электронный кластер в дырочной плазме.

Ещё один класс приближённых периодических решений уравнения (11) существует для функции $p=-p_0-\alpha y^2$. Связь между параметрами $\alpha>1/2$ и $p_0>0$ изменяется: $p_0=1/(2\alpha-1)$; $\alpha=(p_0+1)/(2p_0)$. Для них распределение поля имеет вид

$$y_2 = -\frac{1}{\sqrt{\alpha(2\alpha - 1)}} tg\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2\alpha - 1}}\xi\right),\tag{19}$$

а распределение концентрации

$$z_2 = 1 - \frac{dy}{d\xi} = 1 + (2\alpha - 1)^{-1} \cos^{-2} \left(\sqrt{\frac{\alpha}{2\alpha - 1}} \xi \right).$$
 (20)

Этот класс решений описывает распределение коллективного электрического поля в плазме с образованием электронного кластера в электронной плазме, имеющего в плоскости *ξ*=0 минимум концентрации

$$z_{2m} = 1 + (2\alpha - 1)^{-1} > 1$$
.

Приближённые решения (16) — (20) дают качественную картину распределения поля и зарядов плазмы. Она точна в области значений поля y <<1, что эквивалентно условию $|\xi| <<1$. Уточнить картину распределения можно из численного моделирования решения точного уравнения (11) с начальными условиями, взятыми из приближённых решений (16) и (19).

Электрическая неустойчивость электронного кластера в дырочной плазме

Исследуем развитие электрической неустойчивости в неподвижной однородной плазме. Для этого понизим порядок уравнения (9) введением новой функции $p(y_1) = \frac{dy_1}{d\theta}$ (далее индекс «1» убираем):

$$p\frac{dp}{dy} = y + p(\gamma - y). \tag{21}$$

Поскольку при y=0 $\frac{dp}{dy}=\gamma$, то найдём приближённое решение (21) в виде ряда из двух слагаемых

$$p = p_0 + \gamma y, \tag{22}$$

где $p_0 > 0$. Величина p_0 в (22) играет роль начальной скорости нарастания напряжённости коллективного поля по отношению к фазовому времени θ . Подставляя (22) в (21) и сохраняя линейные по y слагаемые, получим

$$p = 1 + \gamma \gamma \,, \tag{23}$$

где $p_0 = 1$. Интегрируя (23) второй раз, приходим к результату

$$y_1 = \left[\exp(\gamma \theta) - 1 \right] / \gamma . \tag{24}$$

Решение второго автомодельного уравнения получаем аналогично в том же приближении

$$y_2 = \left[1 - \exp(-\gamma \psi)\right] / \gamma . \tag{25}$$

Сумма двух решений имеет вид

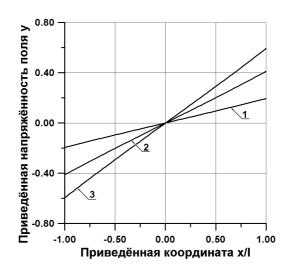
$$y = 2\exp(\gamma^2 \tau) sh(\gamma \xi) / \gamma. \tag{26}$$

Соотношение (26) описывает пространственно-временное распределение нестационарного самосогласованного поля системы на линейной по полю стадии развития неустойчивости. Это ограничивает изменение приведённой напряжённости поля в интервале значений |y| << 1.

Поскольку инкремент нарастания неустойчивости на начальной стадии пропорционален квадрату приведённой фазовой скорости γ^2 , то из (26) видно, что возникающая неустойчивость будет «взрывной» только на быстрых встречных волнах, то есть при $\gamma > 1$.

Из (26) следует, что нарастающее во времени поле всегда равно нулю в плоскости ξ =0. Проекция напряжённости в области ξ >0 имеет положительное значение, а в области ξ <0 – отрицательное. Пространственная область, в которой справедливо рассматриваемое приближение, удовлетворяет условию $|\xi|$ <<1. Для других ξ оно даёт только качественную картину распределения.

Распределение проекции напряжённости на двух единичных масштабах системы представлено на рис. 1 для трёх значений τ : τ_1 =-14,4 (кривая 1); τ_2 =-10,0 (кривая 2); τ_3 =-7,75 (кривая 3). При расчётах выбрано γ =0,4. Под термином «приведённая координата x/l» понимается координата ξ .



Puc. 1

Пространственно-временное распределение концентрации найдём из (6)

$$z(\xi,\tau) = 1 - \frac{\partial y}{\partial \xi} = 1 - 2\exp(\gamma^2 \tau) ch(\gamma \xi). \tag{27}$$

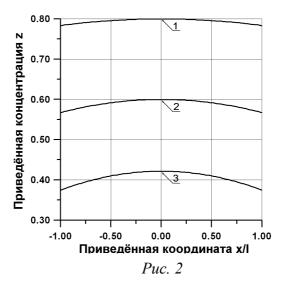
Из (27) видно, что распределение концентрации электронов в нестационарной плазме всегда имеет максимум в плоскости ξ =0:

$$z_M = 1 - 2\exp(\gamma^2 \tau), \tag{28}$$

величина которого зависит от времени. Из (28) видно, что исследуемая неустойчивость описывает рождение/распад электронного кластера в дырочной плазме, поскольку реализуется случай $z_M < 1$. Сгусток электронов ограничен в пространстве координатами $\xi_{1,2}$, значения которых также зависят от времени

$$\xi_{1,2} = \pm \frac{1}{\gamma} Arch \left[exp\left(-\gamma^2 \tau / 2\right) \right]. \tag{29}$$

Распределение приведённой концентрации электронов (27) для тех же моментов времени на двух масштабах системы представлено на рис. 2.



Изменение скорости электронов найдём из (4)

$$u(\xi,\tau) = -y - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial \xi} = y \left(\frac{\gamma^2}{z} - 1 \right). \tag{30}$$

Из (30) видно, что *все электроны системы разделены на 4-е класса.* К первому классу относятся электроны, которые находятся в плоскости ξ =0. Они неподвижны для любого момента времени.

Второй класс представляют электроны, у которых u=0 в определённой точке пространства и в определённый момент времени (круглая скобка в (30) обращается в нуль). Эти электроны с концентрацией $z_0 = \gamma^2$ существуют до момента времени τ_2 , пока максимум распределения z_M не сравняется со значением γ^2 :

$$\tau_2 = \frac{1}{\gamma^2} ln [(1 - \gamma^2)/2]. \tag{31}$$

Положения на оси $\xi_{0(1,2)}$ этого класса электронов связаны с моментом времени τ соотношением

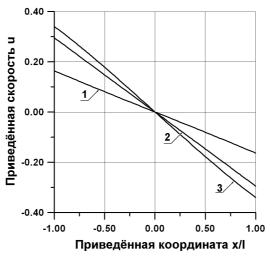
$$\xi_{0(1,2)} = \pm \frac{1}{\gamma} Arch \left[\left(\frac{1 - \gamma^2}{2} \right) exp \left(-\gamma^2 \tau \right) \right]. \tag{32}$$

Состояние покоя этих электронов в динамической системе объясняется равенством сил, удерживающих рассматриваемый объём в равновесии. Как видно из (1), для них векторная сумма силы Бернулли $\vec{f}_b = -grad(p)$ и градиента давления поля $\vec{f} = -en\vec{E}$, действующего на электроны, равна нулю.

Третий класс электронов движется в направлении напряжённости поля. Для них выполнено условие $0 < z < \gamma^2$. Их скорости направлены на периферию системы от плоскости ξ =0. Их движение обеспечивает сила Бернулли, которая в этих областях плазмы оказывается больше градиента давления поля, действующего на электроны. Они оказывают рассасывающее действие на формируемый электронный кластер.

Четвертый класс электронов перемещается против напряжённости коллективного поля к плоскости ξ =0. Для них выполнено условие $\gamma^2 < z < z_M$. Их движение обеспечивает градиент давления поля, который в этих областях плазмы оказывается больше силы Бернулли. Они участвуют в формировании электронного кластера до момента времени τ_2 .

На рис. 3 представлено пространственно-временное распределение скорости электронов, относящихся к четвёртому классу, для тех же моментов времени и для тех же пространственных интервалов. В рассматриваемом случае $\gamma < 1$.



Puc. 3

Из (26) — (30) видно, что электрическая неустойчивость в плазме начинается в момент времени $\tau \to -\infty$. В этот момент времени для конечных ξ значения функций $y(\xi,-\infty)=0$ (коллективное поле отсутствует); $z(\xi,-\infty)=1$ (плазма однородна); $u(\xi,-\infty)=0$ (начальная скорость всех электронов равна нулю).

Для конечных отрицательных значений τ в области $|\xi| < 1$ возникает слабое коллективное электрическое поле. Нарастающее поле (26) направлено в пространстве таким образом, что оно сгребает часть электронов к плоскости ξ =0. В области ξ <0 одни электроны, концентрация которых удовлетворяет условию $\gamma^2 < z(\xi,\tau) < z_M$, смещаются против поля в направлении оси ξ . В области ξ >0 другие электроны, с той же концентрацией, смещаются против поля против оси ξ . Заметим, что в это время третий класс электронов, находящихся в области $|\xi| > \xi_0$, растаскивает образующийся кластер на периферию.

При протекании неустойчивости в системе проявляются три выделенных момента времени $au_1 < au_2 < au_3$. Процесс формирования электронного кластера на двух масштабах системы заканчивается в момент времени $au= au_1$

$$\tau_1 = \frac{1}{\gamma^2} ln \left(\frac{1 - \gamma^2}{2ch\gamma} \right), \tag{33}$$

который находится из условия остановки электронов u=0, оказывающихся в этот момент на граничных значениях координаты $\xi = \pm 1$.

Момент времени τ_2 (см. (31)) указывает на то, что максимальная концентрация электронного кластера сравнялась со значением γ^2 и в системе исчезают электроны четвёртой группы. После этого момента в кластере преобладают электроны третьей группы и он начинает распадаться.

В момент времени т₃ неустойчивость заканчивается

$$\tau_3 = -\ln(2)/\gamma^2. \tag{34}$$

Максимум распределения концентрации электронов в этот момент обращается в нуль $z_M(\tau_3) = 0$ и электронный кластер исчезает, оставляя после себя область положительного заряда.

Полученные качественные решения линейной по полю стадии развития неустойчивости дают возможность провести адекватное численное моделирование всего нелинейного процесса рождения/распада электронного кластера в дырочной плазме с начальными и граничными условиями, следующими из решений (26) — (30).

Как найти аналитические решения, которые описывают предсказанную вами в статье [1] «взрывную» неустойчивость электронного кластера в электронной плазме для условия $\gamma^2 > 1$, в настоящий момент не знаю? Нужно думать.

На мой взгляд, приводимые решения объясняют физические причины возникновения шумов Найквиста в твёрдотельной плазме рождением/распадом электронных кластеров, а не дискретностью зарядов, участвующих в тепловом движении.

Решения имеют отдалённое, хотя и очень важное, отношение к механизму возникновения молнии, который объясняется тем же процессом разделения электронов нестационарным самосогласованным полем в неподвижной плазме.

Заключение

Процедура нахождения решений, описывающих электрическую неустойчивость плазмы к рождению/распаду электронных сгустков, настоятельно требует расширить геометрию системы уравнений (1) - (3). Их можно обобщить на цилиндрическую и сферическую симметрии.

Необходимо провести расчёты для плазмы с цилиндрической симметрией. Они должны показать возможность формирования полых трубчатых проводящих каналов с избыточным зарядом в линейной молнии. Решение ещё более сложной задачи, в которой учтены зависимости поля от переменных (r,z,t) позволит прогнозировать характерные размеры и времена формирования трубчатой чёточной молнии.

Решения, полученные для сферической системы координат, объяснят физику образования в атмосфере шаровой молнии с тонкой светящейся плотной стенкой из электронов. Простые физические модели неустойчивости позволят создать экспериментальные установки для искусственной генерации в атмосфере электронных кластеров различных симметрий и огромных энергий. Это нужно для воспроизводимой экологически чистой энергетики будущего.

На мой взгляд, необходимо объединить усилия для решения намеченной вами фундаментальной проблемы естествознания, как в теоретическом, так и в экспериментальном планах. Для проведения экспериментальных исследований можно попытаться подключить ПИЯФ им. Б.П.Константинова (г. Гатчина, А.Г.Крившич, Г.Д.Шабанов). На реализацию проекта потребуется от 3 до 5 лет интенсивной интереснейшей работы, гранты РФФИ, защиты одной-двух кандидатских диссертаций, реабилитации моей докторской и опубликования под вашим патронажем десятка статей в академических журналах. Новые знания по физике статических и нестатических процессов в плазме можно потом опубликовать в солидной монографии с укороченным названием, похожим на заголовок титульного листа аналитической записки.

Литература

- 1.Пустовойт В.И. О механизме возникновения молнии. Радиотехника и электроника, том 51, №8, с. 996-1002, 2006.
- 2.Laue M.V. Gluhelektronen. Jahrbuch der Radioaktivitat und Elektronik. Band 15, Heft 3, s. 205, Jahr 1918.
- 3. Френкель Я.И. Статистическая физика. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948, 760 с.
- 4.Сапогин В.Г. Механизмы удержания вещества самосогласованным полем. Таганрог. Изд-во ТРТУ. 2000. С. 254.

САПОГИН Владимир Георгиевич — кандидат физико-математических наук профессор кафедры физики Таганрогского технологического института при Южном федеральном университете. Естественно-Гуманитарный Факультет ТТИ, ГСП-17А, Таганрог 28, Некрасовский 44, РОССИЯ, 347928; e-mail: sapogin@mail.ru; e-mail: vladsapogin@yandex.ru вебсайт: egf.tsure.ru телефоны: 8(8634)37-16-63 (раб) 8(8634)312-368 (дом) 8-928-143-74-04 (мобильный)