

Frequency Properties Microscopic Vortex Current's Inductances for High-Tech (physical aspects)

Sapogin V.G.¹, Sapogin K.V.²

¹Russian Academy of Natural Science, email*: sapogin@mail.ru

²email: sapogin@astro.umn.edu

Abstract — Physical properties of vortex current's positive planar inductance (PPI), executed by "conducting film inside current ring"-technology, are considered. The calculation method for frequency-independent inductive properties of conducting film for LF, HF, SHF and EHF frequency bands has been suggested. The existence of nano-dimensional effect, where vortex currents manifest their ferromagnetic properties has been pointed out. This effect permits to reach the limit values of PPI surface density. It has been shown that inductance of film depends of geometric dimensions only and frequency band depends of resistivity. The medium frequency of PPI operational band increases with the growth of film's resistivity. The inductances don't have the cutoff frequency. The investigated nano-dimensional effect permits to increase the value of planar inductance at the same square of 100x100 micron from 7 till 50 times at one layer.

Key words —positive planar inductance (PPI), cylindrical film, current ring, nano-dimensional effect, LF (low frequency), HF (high frequency), SHF (super high frequency), EHF (extremely high frequency).

1.Introduction

Микроскопические индуктивности современных технологий, можно разделить на два класса: индуктивности, состоящие из одного токового индуктора с различной геометрией, и индуктивности, в которых токовый индуктор нагружен на плёнки с разной проводимостью. Плёнки могут быть выполнены и в виде полупроводящих и даже слабо проводящих структур, близких по своим свойствам к диэлектрикам [1].

Эксперименты показали, что у всех индуктивностей существует зависимость от частоты переменного тока. В индуктивностях с токовым индуктором любой геометрии на высоких частотах появляется «частота среза», выше которой индуктивность теряет свои свойства [2]. Многолетние исследования индуктивностей, нагруженных на проводящие и полупроводящие слои [3-6], обнаружили, что в них «частота среза» отсутствует. Но, появляется частота, при которой индуктивность системы сначала обращается в нуль, а потом переходит от положительных значений к отрицательным. В работах [7-10] такая индуктивность названа динамической индуктивностью. Там же предложены оригинальные методы расчёта и теоретические частотные характеристики.

Причины разнообразных частотных характеристик, кроются, на наш взгляд, в слабо изученных физических свойствах индукционного взаимодействия токов Фуко с проводящими структурами. Оно существенно зависит от частоты и проявляет себя в любых токовых-ревых индуктивностях. В одних случаях индукционное взаимодействие приводит к известному «скин-эффекту» и даёт одни частотные характеристики. В других случаях, взаимодействие приводит к Current Crowding Effects, в котором ток в цилиндрическом проводнике стягивается в шнур [11]. Этот случай даёт другие частотные характеристики.

Физические причины существования обоих эффектов были исследованы в [12]. Строгое решение самосогласованной задачи распределения плотности вихревых токов в плоской проводящей пластине указывает на наличие в такой системе фундаментального закона сохранения – интеграла полного давления. Он состоит из разности давлений токов и давления самосогласованного поля. В этом случае токовый слой удерживается в равновесии двумя противоположными силами.

Одна из них – градиент давления токов в элементарном объёме всегда компенсирует объёмную силу, связанную с градиентом давления электрического самосогласованного поля. В зависимости от знака полного давления реализуются разнообразные распределения плотности тока, приводящие либо к скин-эффекту, либо Current Crowding Effects.

В статье излагается метод расчёта токовых-ревой индуктивности, в которой проявляются физические свойства взаимодействия переменного тока индуктора с планарной проводящей плёнкой, когда в ней возникают вихревые поля отклика.

Как показано ниже, это взаимодействие существенно зависит от частоты, толщины плёнки и вихревых полей, порождаемых в плёнке. На одних частотах токи Фуко проявляют диамагнитные свойства, ослабляющие внешнее магнитное поле. Их взаимодействие с плёнкой приводит к отрицательным значениям индуктивности. На других частотах они проявляют неожиданные ферро-магнитные свойства, которые усиливают внешнее магнитное поле. В этом случае, взаимодействие приводит к положительным значениям индуктивности.

В плёнках наноразмерной толщины возможно существование частотно-независимой положительной индуктивности. Она была обнаружена в экспериментальной работе [6] на двух двойных слоях Al-Cu. Новая наукоёмкая технология имеет уникальное свойство. Она позволяет повысить объёмную плотность микроскопической индуктивности до значений $\sim 4,0 \cdot 10^6$ Гн/м³, а поверхностную – до значений 1,6 Гн/м².

2. Construction of planar inductance with thin cylindrical film

At figure 1 the construction of inductance suggested, which uses well-known single-turn topology of its creation [1] has been adduced.

The additional thin film with $h_2 \ll h_1$ thickness and $R < R_1$ radius from material, which has given conductance and has no electric contact with the turn, has been introduced into internal area of the turn (current ring) from metal film with thickness h_1 .

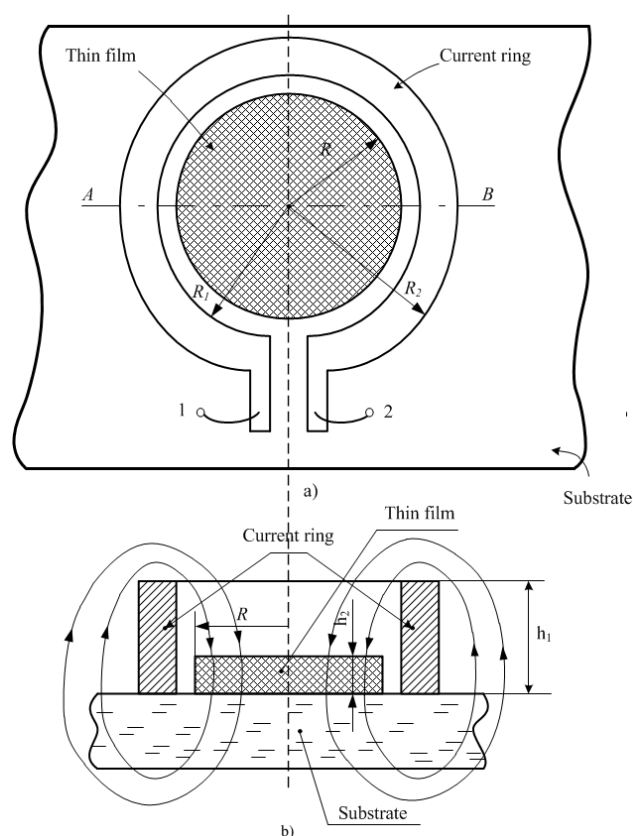


Figure 1. The construction of inductance suggested (a) and its vertical section AB (b)

There are following designations at fig. 1, 2: R – the radius of additional thin film, h_2 – its thickness; R_1 – internal radius of the turn (current ring) from metal film with thickness h_1 ; R_2 – external radius of the turn; 1 and 2 are terminals of integral inductance to insert it into electronic circuit.

3. Frequency-independent inductance of однородной conducting film's

At fig. 2 the directions of main vectors of problem have been shown. The inductance of construction L (fig. 1) in regard to terminals 1 and 2 is summed from two components

$$L = L_c + L_F, \quad (1)$$

где L_c – inductance of the turn (current ring), which calculation can be executed at the base of formulas and charts, represented in [12]; L_F – flux inductance of additional thin film h_2 , which calculation has been represented below.

Let's suppose that additional thin film (continuous, conducting, non-magnetic) at fig. 2 is in external homogeneous variable magnetic field, directed at axis z , which has

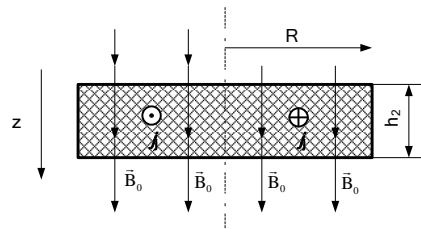


Figure 2. The directions of main vectors of problem

the single component $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ only. This external magnetic field is created by the turn (current ring), but its dependence on time has a form

$$B_z = B_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

We suppose for simplicity that homogeneous magnetic field $B_0 = \text{const}$ doesn't depend on cylindrical coordinates of system (r, φ, z) and has been limited in radial direction by external radius of thin film, and in axial direction – by the thickness of thin film, designated as h_2 .

The variable magnetic field over such orientation will generate in the thin film the vortex electric field, which strength $\vec{E} = (0, E_\varphi, 0)$ has the single component only. The fixed coordinate system with axis z , coinciding with symmetry axis of vortex field, has been introduced.

The components of variable electromagnetic fields in conducting film at fig. 2 have been related between themselves by the first Maxwell equation, written in projections of cylindrical system of coordinates (r, φ, z)

$$\sigma(\text{rot} \vec{E})_z = -\frac{\partial B_z}{\partial t}, \quad (3)$$

where $\sigma = \pm 1$ – the refining sign factor. It involves in himself two possible orientations of vortex electric field's rotor in regard to original direction of vector B_0 . As experiments, carried out by American technologists [6], show, the value $\sigma = -1$ appears in cylindrical films with the thickness of tens and hundreds nanometers. The Foucault currents in such ultrathin films form frequency-independent positive inductance L_F , which is brought to terminals 1 and 2 of integral inductance, manifesting its unexpected ferromagnetic properties.

Suppose in (3) that

$$\sigma E_{\varphi} = E_0(r) \sin \omega t, \quad (4)$$

from equation (4) we get equation, connecting $E_0(r)$ and B_0

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma E_0) = \omega B_0, \quad (5)$$

where r – the radius of current observation point at cylindrical system of coordinates, which can varies in the band of $0 \div R$.

The solution of equation (5) for $E_0(r)$ has a form

$$\sigma E_0(r) = \omega B_0 r / 2 + C_1 / r, \quad (6)$$

where C_1 – the constant.

Let's remove singularity in the solution (6) for intrinsic boundary problem under $r \rightarrow 0$ by suppose $C_1=0$. This condition under $B_0=0$ brings to $E_0=0$. It is seen from (6) that azimuthal vector's component of vortex electric field's strength is linear function of radius r with the scale

$$E_* = \omega B_0 R / 2 = \pi f B_0 R. \quad (7)$$

The relation $\omega = 2\pi f$ has been taken into account in the scale of strength. Then (6) in the view of (7) under $0 \leq r \leq R$ has a form

$$E_0(r) = \sigma E_* r / R. \quad (8)$$

The density of Foucault currents is calculated from differential Ohm's law

$$j_{\varphi} = E_{\varphi} / \rho, \quad (9)$$

where ρ – the electrical resistivity of additional thin film.

It is seen from (9) that density of Foucault current in homogeneous conducting medium $\rho = \text{const}$ also is linear function of radius r and also depends on time as E_{φ}

$$j_{\varphi} = \sigma j_0(r) \sin \omega t, \quad (10)$$

where $j_0(r)$ has been connected with the scale of current density

$$j_* = \pi f B_0 R / \rho \quad (11)$$

by relation

$$j_0(r) = j_* r / R. \quad (12)$$

The vortex current, inducted in the whole additional thin film, can be obtained from integration of current density at cylindrical coordinates

$$i = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_0^{h_2 R} \int_0^{2\pi} j_{\varphi} r dr dz = i_* \sin \omega t, \quad (13)$$

where

$$i_* = j_* h_2 R / 2 = \pi f B_0 h_2 R^2 / (2\rho) \quad (14)$$

– the scale of inductive current.

The density of vortex Foucault currents (10) creates inherent magnetic field \vec{B}_1 in film's space.

The distribution of substance reply's magnetic field can be calculated from the second Maxwell's equation, written in cylindrical system of coordinate (r, φ, z) :

$$(\text{rot } \vec{B}_1)_{\varphi} = \frac{\partial B_{1r}}{\partial z} - \frac{\partial B_{1z}}{\partial r} = \mu_0 j_{\varphi}. \quad (15)$$

Предположим, что в тонкой плёнке все поля системы зависят только от r и не зависят от z , то есть $\partial / \partial z = 0$.

By integrating of (15) for the boundary condition $B_{1z}(0) = 0$ in the view of (10) we get

$$B_{1z} = -\sigma B_{1*} (r / R)^2 \sin \omega t, \quad (16)$$

where

$$B_{1*} = \mu_0 j_* R / 2, \quad (17)$$

the scale of induction of substance reply's magnetic field. We can relate it with induction of external magnetic field by non-dimensional parameter β

$$B_{1*} = \beta B_0, \quad (18)$$

which points to the influence of Foucault currents' magnetism:

$$\beta = \frac{\mu_0 \pi R^2 f}{2\rho} = \frac{f}{f_*}, \quad (19)$$

where

$$f_* = 2\rho / (\mu_0 \pi R^2) \quad (20)$$

– the scale of system's frequency. It is seen from (16, 18) that under $\sigma = +1$ the substance reply's field on half of period has been directed contrary to external field (conducting film manifests diamagnetic properties). But at the same half of period directions of field coincide under $\sigma = -1$. The conducting film manifests ferromagnetic properties.

Let's investigate the inductive properties of additional thin film and find its flux inductance from the relation:

$$\langle F \rangle = L_F \langle i \rangle, \quad (21)$$

where $\langle F \rangle$ will be considered as summary mean flux over the half-period. This flux crosses over conducting additional thin film and is formed by external variable magnetic field B_0 and substance reply's magnetic field B_1 . We'll consider the mean value of one-directional alternating current over the half-period as value of $\langle i \rangle$. Он равен $\langle i \rangle = 2i_* / \pi$. Then the coefficient of proportionality (L_F) between them will play the role of mean flux inductance of additional thin film.

The flux of external homogeneous variable magnetic field has a form

$$F_0 = B_0 \pi R^2 \cos \omega t, \quad (22)$$

and the flux of substance reply's magnetic field is calculated from the relation

$$F_1 = \int_s \vec{B}_1 d\vec{s} = -\sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R B_{1\varphi} \sin \omega t \frac{r^3}{R^2} dr = -\frac{\sigma \pi R^2}{2} B_{1\varphi} \sin \omega t. \quad (23)$$

The mean value of summary flux over the half-period has a form

$$\langle F \rangle = \langle F_0 \rangle + \langle F_1 \rangle, \quad (24)$$

where

$$\langle F_0 \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} B_0 \pi R^2 \cos \omega t dt = 0, \quad (25)$$

and

$$\langle F_1 \rangle = -\frac{2\sigma}{T} \int_0^{T/2} B_{1\varphi} \pi R^2 \sin \omega t dt / 2 = -\sigma R^2 B_{1\varphi}. \quad (26)$$

By substituting of (25) and (26) into (24) in the view of relation (21), we get

$$L_F = \langle F \rangle / \langle i \rangle = -\frac{\sigma \pi R^2 B_{1\varphi}}{2i_*} = \pm \frac{\mu_0 \pi R^2}{2h_2}. \quad (27)$$

It is followed from (27) that mean flux inductance L_F of additional thin film over the half-period doesn't depend on frequency and can be as a positive value so a negative one. The inductance of construction (1) with conducting film is $L \approx L_F$, because it is $L_c \ll L_F$ usually [12].

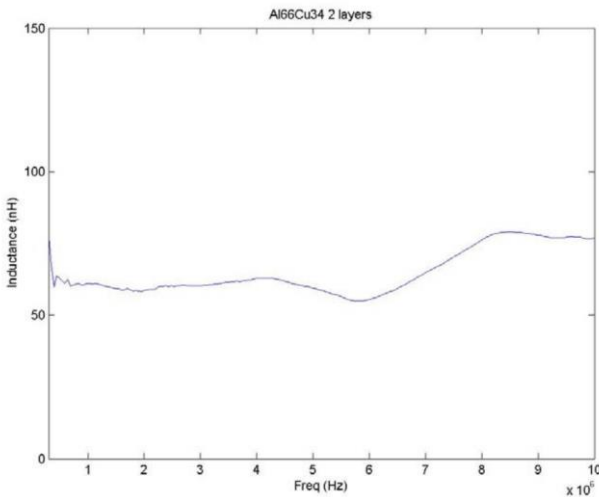


Figure 3. Inducnace of only 2 layers of Al and Cu [6]

На рис. 3 представлена экспериментальная зависимость положительной частотно-независимой потоковой индуктивности, обнаруженная в [6]. Среднее значение индуктивности 65 нГн на интервале исследуемых частот можно вычислить с погрешностью в 15%.

Эта суммарная индуктивность складывается из индуктивности спирального индуктора L_s и индуктивности проводящей плёнки L_F

$$L = L_s + L_F.$$

Из подраздела 1.2.3 монографии [12] по формулам (1.142-1.145) и таблице 1.7 можно оценить масштаб индуктивности спирали L_{*s} для радиуса $R=170$ мкм и десяти витков спирали. Он равен 0,34 нГн. А затем рассчитать и саму индуктивность спирали $L_s=13$ нГн. Она оказывается немалой величиной и составляет 20% от суммарной индуктивности. Тогда средняя индуктивность, вносимая двойным слоем проводящей плёнки, положительна

$$L_F=65-13=52 \text{ нГн.}$$

Для применения расчётных формул потоковой индуктивности (27) необходимо вычислить среднее значение удельного сопротивления $\langle \rho \rangle$ двухслойной плёнки. Для этого воспользуемся законом Ома, предполагая, что в двухслойной плёнке возбуждается плотность вихревого тока азимутального направления. Получим формулу для омического сопротивления одного слоя. Средний радиус плёнки $R_m=R/2$. Длина периметра проводника по средней линии $l=2\pi R_m$. Площадь поперечного сечения проводника, перпендикулярная плотности тока $S=Rh$, где h – толщина плёнки. Отсюда среднее сопротивление первой плёнки $R_1 = \rho_1 \pi / h_1$, где ρ_1 – удельное сопротивление первой плёнки. Тогда среднее значение удельного сопротивления двухслойной плёнки имеет вид

$$\langle \rho \rangle = \frac{\rho_1 \rho_2 (h_1 + h_2)}{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}.$$

Подставляя $\rho_1=15$ нОм·м для толщины слоя 666 Å и $\rho_2=25$ нОм·м для толщины слоя 1334 Å, получим $\langle \rho \rangle=17,75$ нОм·м. Для системы, состоящей из двух двойных одинаковых слоёв среднее удельное сопротивление остаётся тем же самым.

Из соотношений (20) и (27) можно получить масштаб частоты двух двойных слоёв (суммарная толщина $h=0,4$ мкм)

$$f_* = \frac{\langle \rho \rangle}{h L_F} = \frac{17,75 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-7} \cdot 52 \cdot 10^{-9}} = 0,85 \text{ МГц.}$$

Индуктивность (27) не будет зависеть от частоты в диапазоне от $f_1=0,1f_*$ до $f_2=10f_*$, что соответствует диапазону от 85 кГц до 8,5 МГц. Эксперименты в [6] указывают на это с приемлемой погрешностью в 15% в диапазоне, расширенном до 10 МГц.

Можно вычислить радиус вихревого токового шнура, возникающего в системе двух двойных одинаковых слоёв из соотношения (20)

$$R = \sqrt{\frac{2 \langle \rho \rangle}{\mu_0 \pi f_*}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 17,75 \cdot 10^{-9}}{4 \pi^2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,85 \cdot 10^6}} = 102 \text{ мкм.}$$

Расчитанный радиус вихревого токового шнура оказался меньше, чем внешний радиус спирали применяемого микро-индуктора $R=170$ мкм. Здесь, даже

на низких частотах возникает Current Crowding Effects [11].

В оставшемся внешнем проводящем пространстве плёнки вихревого тока нет. Это обстоятельство позволяет уменьшить площадь, занимаемую микроиндуктором, в 2,8 раза с сохранением значения индуктивности плёнки в 52 нГн. Объёмную плотность такой индуктивности можно оценить порядком величины $4,0 \cdot 10^6$ Гн/м³, а поверхностную плотность – величиной $1,6$ Гн/м². Эти значения близки к предельным значениям.

Из выше изложенного можно сделать вывод, что As experiments, have been executed with bilayer Al-Cu nanostructure in [6], show, the conducting microfilm with thickness less than 500 nm forms the positive frequency-independent planar inductance, which does not have the cutoff frequency [12] at the band of 0,1 to 10 MHz.

Заметим, что существование частотно-независимой отрицательной индуктивности, предсказываемой соотношением (27) эксперименты [6] не показали.

The values of positive flux inductance L_F , calculated from (27), which can be realized at nano-dimensional effect for thin film with radius $R=50$ micron have been added in table 1

Table 1. The dependence of thin film's flux inductance L_F from its thickness h_2

h_2 , nm	50	100	150	200	250	300	350
L_F , nH	100	50	33,3	25	20	16,7	14,3

Herewith, the resistivity of the thin film does not influence at the value of inductance between terminals 1 and 2, but it varies the frequency band only, where such inductance will be permanent. The given frequency band can be estimated from the condition $0,1f_* < f < 10f_*$, where f_* – the scale of conducting film's frequency (20), represented in table 2.

Table 2. The frequency's scale of conducting film with radius of 50 micron

N Or/sqs	The substance	The resistivity, Ohm·m	The frequency's scale, Hz
1	copper	$15,5 \cdot 10^{-9}$	$3,14 \cdot 10^6$
2	aluminum	$25,0 \cdot 10^{-9}$	$5,0 \cdot 10^6$
3	tungsten	$48,9 \cdot 10^{-9}$	$10,0 \cdot 10^6$
4	nickel	$61,4 \cdot 10^{-9}$	$12,4 \cdot 10^6$
5	nichrome	$1,0 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^7$
6	electronic silicon (KEF)	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{10}$
7	germanium	0,47	$94 \cdot 10^{12}$

It is seen from tables 1 and 2, that application, for example, of aluminum under sputtering of additional thin film with radius $R=50$ micron and thickness of $h_2=100$ nm permits to obtain thin film's flux inductance $L_F=50$ nH. Such thin film will provide frequency-independent inductance at the frequency band from 0,5 till 50 MHz.

The estimations, represented in tables 1 and 2, affirm the engineering feasibility of given problem. Under change of film's thickness from 50 nm till 350 nm the calculated inductance varies in the band from 100 nH to 14 nH, that is more better (in 7-50 times) than maximal inductance, which is known in traditional CMOS-technologies, attained in one layer at the same square [15].

Проведённые расчёты позволяют предложить высокую технологию создания положительных токовых индуктивностей, использующих наноразмерный эффект [14].

Изложенный метод создания токовихревой индуктивности является универсальным и поможет ликвидировать в ленточных соленоидах фирмы PARC [2] проблему «частоты среза». Для этого необходимо вводить в соленоид перпендикулярно оси системы аксиально-тонкие плёнки различных проводников или полупроводников [13]. При этом толщина плёнки должна лежать в тех пределах, когда проявляется наноразмерный эффект и вносимая плёнкой индуктивность имеет положительное значение.

Плёнку напыляют на торец цилиндрического диэлектрика. Его диаметр должен быть близок к внутреннему диаметру соленоида. Диэлектрик вводят с торца микросоленоида. Введение проводящей плёнки изменит физический механизм формирования интегральной индуктивности ленточного соленоида, переводя её в класс вносимой токовихревой индуктивности.

4. Динамическая индукция of однородной conducting film's

Для получения соотношений, описывающих динамическую индуктивность тонкой плёнки, необходимо рассчитать энергетический баланс магнитных и тепловых энергий, возникающих в плёнке с радиусом R и толщиной h за период изменения полей.

Средняя магнитная энергия, поступающая в цилиндр, за период T изменения поля находится из интегрирования

$$\langle W \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \int_V \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} dV dt, \quad (28)$$

где результирующая индукция магнитного поля системы

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1. \quad (29)$$

Тогда $\langle W \rangle$ состоит из двух слагаемых: средней за период энергии внешнего поля

$$\langle W_0 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^R \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{\vec{B}_0^2}{2\mu_0} r d\varphi dr dz dt = \frac{B_0^2 \pi R^2 h}{4\mu_0} \quad (30)$$

и средней энергии собственного магнитного поля

$$\langle W_1 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^R \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{\vec{B}_1^2}{2\mu_0} r d\varphi dr dz dt = \frac{B_0^2 \pi R^2 h}{4\mu_0} \frac{\beta^2}{3}. \quad (31)$$

Интегрирование за период скалярного произведения $2\vec{B}_0 \vec{B}_1$ обращается в нуль из-за наличия фазового сдвига $\pi/2$ между индукциями B_1 и B_0 . В

связи с этим между переменными полями B_1 и B_0 возникает своеобразная интерференция, которая и суммирует обе энергии

$$\langle W \rangle \approx W_0 + \langle W_1 \rangle. \quad (32)$$

Вносимая за период магнитная энергия (32) расходуется на нагрев проводящей плёнки W_q и ту часть энергии, которая запасается в динамическую индуктивность системы

$$\langle W \rangle \approx W_q + L \langle i^2 \rangle / 2. \quad (33)$$

Заметим, что в соотношении (33) не учтена магнитная энергия, которая поставляется в плёнку радиальной компонентой поля отклика вещества B_{1r} . Её влияние на частотные зависимости индуктивности оказываются существенными для проводящего цилиндра при условии $h > R$ и будут учтены в следующем разделе.

Удельная тепловая мощность, выделяемая в локальной области проводника при протекании токов Фуко, рассчитывается из закона Джоуля Ленца:

$$p_v = \rho j_\varphi^2 = p_* \frac{r^2}{R^2} \sin^2 \omega t, \quad (34)$$

$$p_* = \rho j_*^2 = \pi^2 f^2 B_0^2 R^2 / \rho \quad (35)$$

– масштаб объёмной плотности тепловой мощности.

Как видно из (35), удельная мощность уже пропорциональна квадрату частоты и для проводящей плёнки с произвольным значением удельного сопротивления оказывается наиболее значительным на внешней границе плёнки. Это может приводить к выгоранию её внешней боковой поверхности на высокой частоте.

Тепловая мощность, выделяемая во всей плёнке, находится из (34)

$$P = \int_V p_v dv = \int_0^{2\pi} \int_0^h \int_0^R p_v(r, \varphi, z) r dz dr d\varphi = P_* \sin^2 \omega t, \quad (36)$$

где масштаб тепловой мощности имеет вид

$$P_* = p_* \pi R^2 h / 2 = \pi^3 f^2 B_0^2 R^4 h / (2\rho). \quad (37)$$

Вихревой ток, индуцированный во всём цилиндре, может быть получен из интегрирования плотности тока

$$i = \int_S \vec{j} d\vec{s} = \int_0^h \int_0^R j_\varphi dr dz = i_* \sin \omega t, \quad (38)$$

где масштаб индукционного тока

$$i_* = j_* h R / 2 = \pi f B_0 h R^2 / (2\rho). \quad (39)$$

Тепловая энергия, расходуемая на нагрев плёнки за период, вычисляется интегрированием по времени из (36)

$$W_q = \int_0^T P dt = \frac{P_*}{2f} = 2\pi\beta \langle W_0 \rangle. \quad (40)$$

Среднее за период значение квадрата тока найдём из (38)

$$\langle i^2 \rangle \approx i_*^2 / 2. \quad (41)$$

Подставляя в (32) и (33) вычисленные энергии, получим для приведённой индуктивности плёнки соотношение

$$\frac{L}{L_*} = 1/\beta^2 - 2\pi/\beta + 1/3, \quad (42)$$

где

$$L_* = \mu_0 \pi R^2 / h \quad (43)$$

– масштаб индуктивности, который может принимать большие значения для аксиально тонких плёнок при выполнении условия $h/R \ll 1$. Масштаб индуктивности (43) связан с геометрическими размерами плёнки.

Индуктивность проводящей плёнки (42) обращается в нуль на двух характеристических частотах F_1 и F_2 ($F_1 < F_2$):

$$\frac{F_1}{f_*} = \beta_1 = 3\pi \left(1 - \sqrt{1 - 1/(3\pi^2)} \right) \approx 0,16. \quad (44)$$

$$\frac{F_2}{f_*} = \beta_2 = 3\pi \left(1 + \sqrt{1 - 1/(3\pi^2)} \right) \approx 18,69. \quad (45)$$

Нули индуктивности делят весь частотный диапазон на три части. Низкочастотную часть $0 < \beta < \beta_1$, в которой индуктивность принимает положительные значения (проявляется ферромагнетизм токов Фуко). Среднечастотную часть $\beta_1 < \beta < \beta_2$, в которой она становится отрицательной (токи Фуко проявляют диамагнитные свойства). В высокочастотной части $\beta_2 < \beta < \infty$ индуктивность становится положительной и независимой от частоты (проявляется ферромагнетизм вихревых токов).

Минимум динамической индуктивности плёнки достигается на частоте $\beta_0 = 1/\pi$, а её отрицательное значение связано с масштабом соотношением $L_{min} = -L_*(\pi^2 - 1/3)$. При $f \rightarrow 0$ у неё есть особенность вида $\sim (f_*/f)^2$, позволяющая получать большие положительные индуктивности на низких частотах. При $(f/f_*) \gg 1$ она стремится к постоянному положительному значению $L_\infty = L_*/3$.

В таблице 3 для медной цилиндрической плёнки толщиной $h=2$ мкм рассчитаны минимальные значения отрицательной индуктивности $-L_{min}$. Радиус плёнки R изменялся от 20 до 100 мкм. В таблицу сведены: масштаб индуктивности и частота f_{min} , на которой реализуются эти параметры.

Таблица 3. Зависимость минимального значения индуктивности от радиуса медной плёнки

$R(\text{мкм})$	20	40	60	80	100
$L_*(\text{нГн})$	0,790	3,16	7,11	12,6	19,7
$f_{min}(\text{МГц})$	6,25	1,56	0,69	0,39	0,25
$-L_{min}(\text{нГн})$	7,53	30,1	67,8	121	188

Из табл. 3 видно, что при изменении радиуса медной плёнки от 20 до 100 мкм её рабочая частота изменяется в диапазоне от 250 кГц до 6,25 МГц. При таких значениях радиуса минимальное значение индуктивности, лежит в диапазоне от $-7,53$ до

–188 нГн. Объёмная плотность индуктивности плёнок одинакова ~ 3 МГн/м³. Другие значения частот и индуктивности можно получить, изменяя радиус и толщину плёнки. Высокая технология создания плёнок с отрицательной индуктивностью будет востребована для подавления паразитных индуктивностей, возникающих в микросхемах.

Characteristic frequencies токовихревых индуктивностей с похожими свойствами были обнаружены в [6]. Они представлены на рис. 4 для шести слоёв Al-Cu.

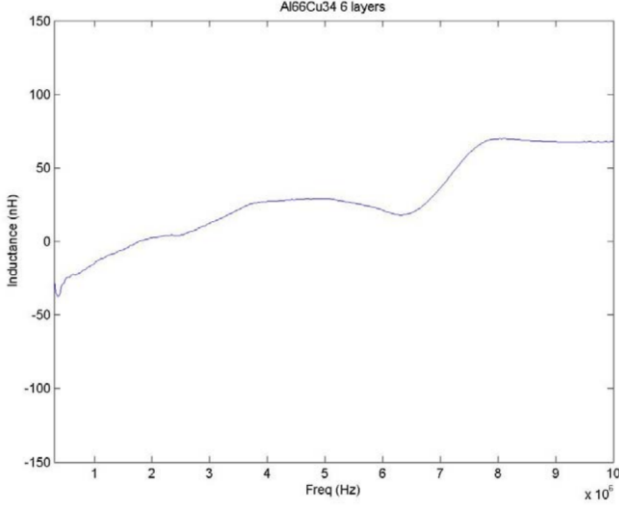


Figure 4. Inductance of 6 layers of Al and Cu [6]

На рис. 4 качественный ход кривой совпадает с теоретическим предсказанием. Отметим существование второго нуля индуктивности с учётом индуктивности спирали $L_s = 13$ нГн. Он соответствует частоте $F_2 = (30 \pm 0,2)$ МГц. Минимум индуктивности приходится на частоту $F_2 = (0,1 \pm 0,2)$ МГц, которую можно оценить грубо, со значением $L_{min} = (-53 \pm 5)$ нГн. Первый нуль индуктивности попадает на значение $F_1 = 1,5 \cdot 10^4$ Гц и теряется в начале координат. Масштаб индуктивности L_* и её предельное значение L_∞ дают только правильный порядок величины.

На наш взгляд, причина этого расхождения заключается в том, что в эксперименте исследовалась многослойная неоднородная структура, а формулы справедливы для тонкой однородной проводящей плёнки, используемой в предлагаемой технологии.

5. Динамическая индуктивность однородного проводящего цилиндра

При выполнении условия $h > R$ проводящая плёнка переходит в цилиндр. Для получения соотношения, описывающего динамическую индуктивность цилиндра, необходимо учесть вклад третьей компоненты магнитного поля отклика вещества $B_{1r} = B_2$. Она входит в (15). Влияние этой компоненты существенно для сплошных и полых проводящих цилиндров.

В этом случае индукция магнитного поля в цилиндре определяется в каждой его точке суперпозицией трёх полей

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (46)$$

Из них $\vec{B}_2 \perp \vec{B}_0$ и $\vec{B}_2 \perp \vec{B}_1$, а векторы \vec{B}_0 и \vec{B}_1 имеют противоположные направления (подробности в [12]). Средняя магнитная энергия, поступающая в цилиндр за период, может быть представлена суммой

$$\langle W \rangle = \langle W_0 \rangle + \langle W_1 \rangle + \langle W_2 \rangle, \quad (47)$$

где первое и второе слагаемое определены в (30) и (31), а последнее слагаемое представляет собой неизвестную функцию, имеющую вид

$$\langle W_2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^R \int_0^h \frac{\vec{B}_2^2}{2\mu_0} r d\varphi dr dz dt. \quad (48)$$

Заметим, что при вычислении интеграла (28) возникают перекрёстные слагаемые

$$B^2 = B_0^2 + B_1^2 + B_2^2 + 2\vec{B}_0\vec{B}_1 + 2\vec{B}_0\vec{B}_2 + 2\vec{B}_1\vec{B}_2. \quad (49)$$

Последние три обращаются в нуль по разным причинам: пятое слагаемое за счёт ортогональности векторов B_1 и B_2 , четвёртое и шестое слагаемые – за счёт сдвига фаз по времени на $\pi/2$.

Считая вклад усреднённого значения $\langle W_2 \rangle$ конечным, запишем энергетический баланс в цилиндре в виде

$$\frac{B_0^2 \pi R^2 h}{4\mu_0} + \frac{B_0^2 \pi R^2 h \beta^2}{12\mu_0} + \langle W_2 \rangle = W_q + \frac{L \langle i^2 \rangle}{2}. \quad (50)$$

Из (50) следует частотная зависимость приведённой индуктивности цилиндра, которая зависит от параметра α

$$1 + \beta^2/3 + \alpha = 2\pi\beta + \beta^2 \frac{L}{L_*}, \quad (51)$$

где

$$\alpha = \frac{4\mu_0 \langle W_2 \rangle}{B_0^2 \pi R^2 h} \quad (52)$$

приведённый вклад радиальной компоненты B_{1r} в индуктивность сплошного проводящего цилиндра, который может быть как положительным, так и отрицательным (на это указывают эксперименты [6]).

Из (51) видно, что вклад B_{1r} приводит к изменению характеристических частот F_1 и F_2 индуктивности сплошного цилиндра. Теперь положение первого корня зависит от параметра α

$$\beta_1 = 3\pi - \sqrt{9\pi^2 - 3(1 + \alpha)}, \quad (53)$$

а положение второго корня

$$\beta_2 = 3\pi + \sqrt{9\pi^2 - 3(1 + \alpha)}. \quad (54)$$

Нуль дискриминанта уравнения (51) указывает на то, что при равенстве $\alpha = \alpha_0 = 3\pi^2 - 1$ корни частотной зависимости совпадают, а индуктивность проводящего цилиндра в этой точке обращается в нуль.

При положительном вкладе радиальной компоненты (параметр α изменяется в интервале $0 < \alpha \leq \alpha_0 \approx 28,6$) на зависимости есть интервал частот, на котором индуктивность может принимать отрицательные значения. А при выполнении неравенства $\alpha > \alpha_0$ (вклад радиальной компоненты велик) у частотной зависимости индуктивности действительных корней нет, а индуктивность цилиндра положительна на любой частоте.

При изменении α в интервале $-1 < \alpha < 0$ между корнями β_1 и β_2 возникает глубокий «провал» индуктивности в область отрицательных значений с

минимумом $L_{min}/L_s = -\left(\frac{\pi^2}{1+\alpha} - 1/3\right)$ на частоте

$\beta_0 = (1+\alpha)/\pi$. Существование такого «провала» было замечено в [6] даже на многослойных плёнках с числом двойных слоёв Al-Cu больше десяти. Он особенно велик на 30-и слоях.

6. Conclusion

The construction being suggested and physical properties of PPI with “conducting film inside current ring”-technology, has significant advantages on the value of obtained microscopic integral inductance in comparison with classic single-turn solution. The nano-dimensional effect for Al-Cu bilayer films, which has been experimentally discovered in [6] and theoretically affirmed in this paper, permits to realize in 7-50 times higher values of microscopic integral inductance, being created at the same square.

The selection of resistivity's value of material, from which the additional thin film is created, permits “to shift” operational frequency band of suggested inductance into required frequency band. The patent rights on this technology have been reserved [16].

7. Acknowledgements

Авторы благодарны американским технологам A.Widjaja and A.Sarangan из университета Дайтона (штат Юта) за открытие прорывной технологии. Она позволяет создавать планарную токовихревую микроскопическую индуктивность самой высокой объёмной и поверхностной плотностей. При этом индуктивность имеет самое низкое энергопотребление. На наш взгляд, это наиболее оптимальный вектор развития высоких технологий в направлении создания микроскопических индуктивностей.

The authors express the gratitude to the Chief Executive Officer of The Institute of Magnetism of National Academy of Sciences and Ministry of Education of Ukraine (IM NAS and ME, city Kiev) academician of NAS of Ukraine V.G. Barjyhtar for sincere interest and moral support of the new scientific area.

7. References

- [1] Sapogin V. G., Krucinski S. G., Prokopenko N. N., etc. Integrated inductors and transformers analog circuits microwave range. Mine: GOU VPO "HURGUES", the 2010. P. 273 (in Russian)
- [2] Schulenberg K.V., Chua C.L., Fork D.K., Lu J.P. & Griffiths B. Palo Alto Research Center. Parc's on-chip microcoil demonstrates world-record performance. Mixed Signal Systems Inc., Scotts Valley.
- [3] Yue C.P. and Wong S.S. On-Chip Spiral Inductors with Patterned Ground Shields for Si-Based RFIC's. IEEE J.Solid State Circuit, vol. 33, no. 5, p.p. 743-752, may 1999.
- [4] Ragonese E., Biondi T., Scuderi A., Palmisano G.A Lumped Scalable Physics-Based Model for Silicon Spiral Inductors. 0-7803-7530-0/02\$17.00 ©2002 IEEE. P. 119-124.
- [5] Scuderi A., Ragonese E., Biondi T., Palmisano G. “Integrated Inductors and Transformers”, CRC Press. Taylor & Francis Group, New York. 2011. P.151.
- [6] Widjaja A. and Sarangan A. Method for Fabrication Thin Film Structures with Negative Inductance. Case #: UD-488. US-Patent Pending; Publication # 20090261936. Inventor: Agus-Widjaja, et. al. URL: udayton.edu/UD488_Negative_Inductances.pdf
- [7] Sapogin V. G., Prokopenko N. N., Manzhula V. G., Sapuntsov N. E., Nestyurina E. E. The Inductance of a solid conducting cylinder with an azimuthal eddy current density in the low frequency region//Fundamental research. 2013. No. 11 (part 3), pp. 441-446 (in Russian).
- [8] Sapogin V. G., Prokopenko N. N., Marchuk I. V., Manzhula V. G., A. S. Budyakov. Inductive properties of microscopic conductive ring of the eddy current density is the azimuthal direction//Nano - and Microsystem technique. 2014, No. 1, pp. 22-26 (in Russian).
- [9] Sapogin V. G., Prokopenko N. N., Sapuntsov N. E. The inductance of the cylindrical film with azimuth density of eddy current.//Proceedings of the international conference "Actual problems of electronic instrument engineering". V. II. Saratov, Russia, 25-26 September 2014, pp. 358-365 (in Russian).
- [10] Sapogin V. G., Prokopenko N. N. Calculation methods of microscopic integrated inductors with high symmetry//Radiotekhnika. 2015, No 2, pp. 116-125 (in Russian).
- [11] Kuhn W.B. and Ibrahim N.M. Analysis of Current Crowding Effects in Multiturn Spiral Inductors. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 49, no. 1, pp. 31-38, jan. 2001.
- [12] Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Panich A.Eu. Integral Inductance with High Symmetry: monogr.: – Shakhty: ISS&Business DSTU branch in c. Shakhty, 2016. – 234 pp. (in Russian). URL: inepsfedu.ru/inductance.pdf
- [13] Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Sapogina L.K. Solution of Solitary Current Inductor's “Cutoff Frequency Problem” for EHF Applications // The International IEEE Conference on Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems (COMCAS-2015), 2-4 november 2015 Tel Aviv, Israel. URL: researchgate.net
- [14] Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Ivanov Yu.I., Бугакова А.В. Наноразмерный эффект в планарной индуктивности с технологией «проводящая плёнка в токовом кольце». Конференция МЭС-2016, ИПИМ РАН. URL: mes-conference.ru/D043.pdf
- [15] Annes, V. I., Kobzev, Yu. M. Design of analog CMOS circuits. A brief guide developer. Edited by the candidate.

tech. Sciences V. I. Enns. M: Hot line. Telecom. 2005. P. 455 (in Russian).

- [16] Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Ivanov Yu.I. PATENT RU 2614 188 C1. Planar inductance. 23.03.2017 Bull. N9 (in Russian).