Éléments de Physique : Mécanique

CHAPITRE 1 : MOUVEMENT RECTILIGNE

Jérémy Brisbois – 2023-2024

Programme du jour

Unités et erreurs

MRU

MRUA

Chute libre

Mouvement

Le **mouvement** est une conséquence fondamentale d'une **interaction physique**.

La compréhension de la nature est basée sur

- l'observation des mouvements
- l'interprétation des causes du mouvement

Pour cela, il est nécessaire de réaliser des **mesures quantitatives**, qui requièrent

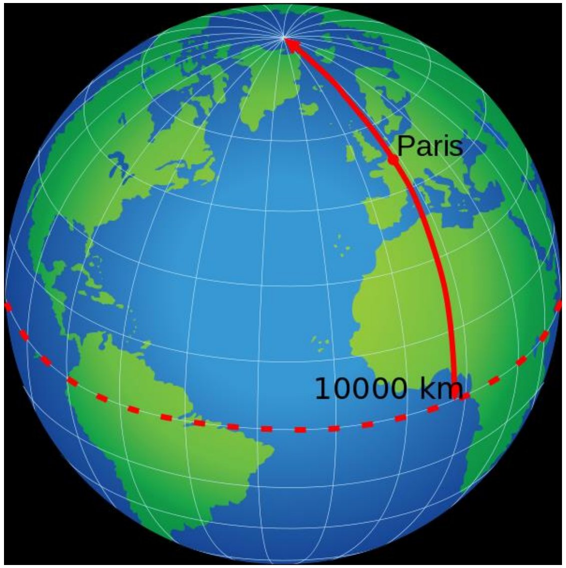
- la définition d'étalons et d'**unités**
- une estimation des **erreurs**

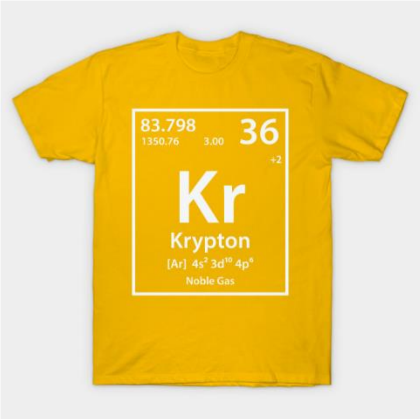
Étalons de mesure

- Nécessité de comparer ou reproduire des mesures.
- Définition d'un **étalon** : objet ou instrument arbitraire qui sert de **référence** et qui matérialise une unité de mesure.
  Exemple : mesure d'une longueur avec une règle, d'une durée avec un sablier
- Problème : tout le monde doit utiliser le même étalon


Exemple : mesure d'une longueur

- Dimension mesurée : longueur
- Unité de mesure : mètre
- Étalon secondaire : règle
- Étalon primaire :
  - méridien terrestre (1791)
  - barre de platine (1889)
  - longueur d'onde de l'émission du Kr^{86} (1960)
  - distance parcourue par la lumière (1983)





Unités

Grandeurs fondamentales	Unités		
Longueur	mètre	centimètre	pied
Temps	seconde	seconde	seconde
Masse	kilogramme	gramme	livre
SYSTÈME	**SI**	**cgs**	**USA**

Notation scientifique

10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}
pico	nano	micro	milli	-	kilo	méga	giga	tera
p	n	µ	m	-	k	M	G	T

But : faciliter l'écriture et la lecture des nombres.

ex : 150000000 km = $1{,}5.10^{8}$ km

Conversion d'unités

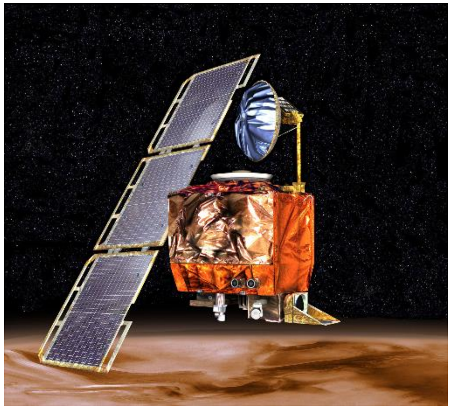
Exprimer $v = 60$ mi/h en m/s

1 mi = 1609 m
1 h = 3600 s

$$v = 60\ \times \frac{1\ \mathrm{mi}}{1\ \mathrm{h}} = 60 \times \frac{1609\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = 26{,}8\ \mathrm{m/s}$$

Lors de la résolution d'un exercice, il faut absolument faire attention à la **cohérence des unités** !

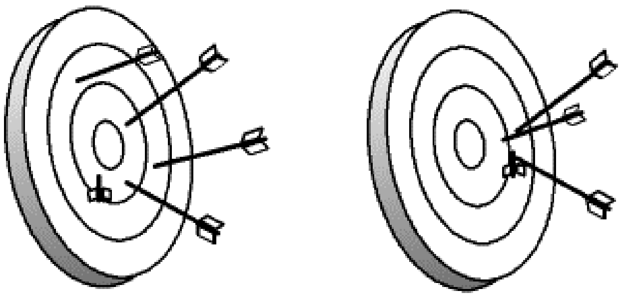
Exemple : Mars Climate Orbiter



Erreurs

Une grandeur ne peut pas être mesurée exactement. Toute mesure est donc entachée d'une **erreur**, composée de 2 contributions :

- Erreurs **accidentelles**
  - aléatoires d'une mesure à l'autre
  - leur importance est réduite en prenant la moyenne sur un grand nombre de mesures
- Erreurs **systématiques**
  - identiques lors de chaque mesure



On accède donc aux grandeurs physiques avec une certaine **précision**, qui se traduit par le nombre de **chiffres significatifs** fournis dans le résultat de la mesure (le dernier chiffre étant incertain).

ex : $2{,}4 \neq 2{,}40$ $\qquad$ $2{,}3 \leq 2{,}4 \leq 2{,}5$

$$2{,}39 \leq 2{,}40 \leq 2{,}41$$

Mouvement et position

Le **mouvement** est **relatif** : par rapport à quoi un corps bouge-t-il ?

Pour repérer la position d'un corps, il faut définir un **référentiel.**

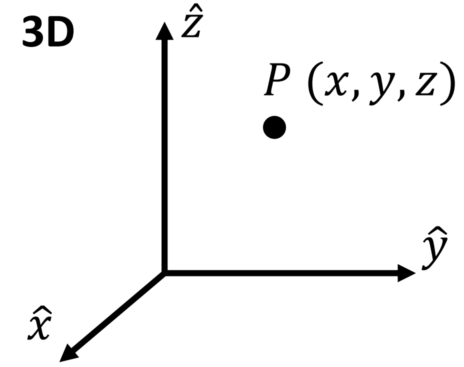
exemple : coordonnées (x, y) en pixels par rapport au coin inférieur gauche de l'écran.

Mouvement et position

Le **mouvement** est **relatif** : par rapport à quoi un corps bouge-t-il ?

Pour repérer la position d'un corps, il faut définir un **référentiel**

⇒ système de coordonnées : cartésiennes (x, y, z) , polaires (r, θ), cylindriques (r, θ, z) …

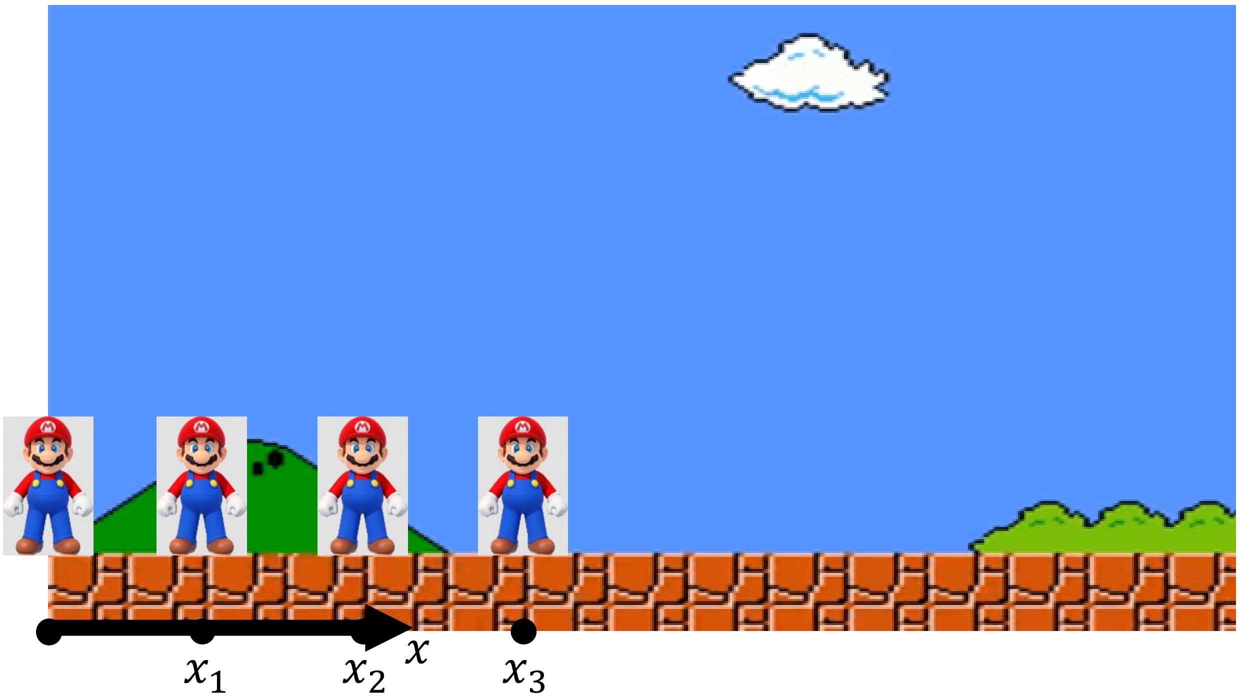


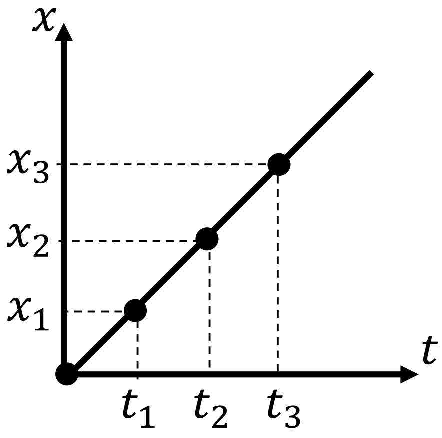
La position d'un corps en mouvement varie au cours du temps t :

$$P(x(t), y(t), z(t))$$

Mouvement rectiligne uniforme (1D)

Mouvement à vitesse v constante selon une seule direction.





Mouvement rectiligne uniforme (1D)

La **vitesse moyenne** sur un intervalle de temps s'écrit :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

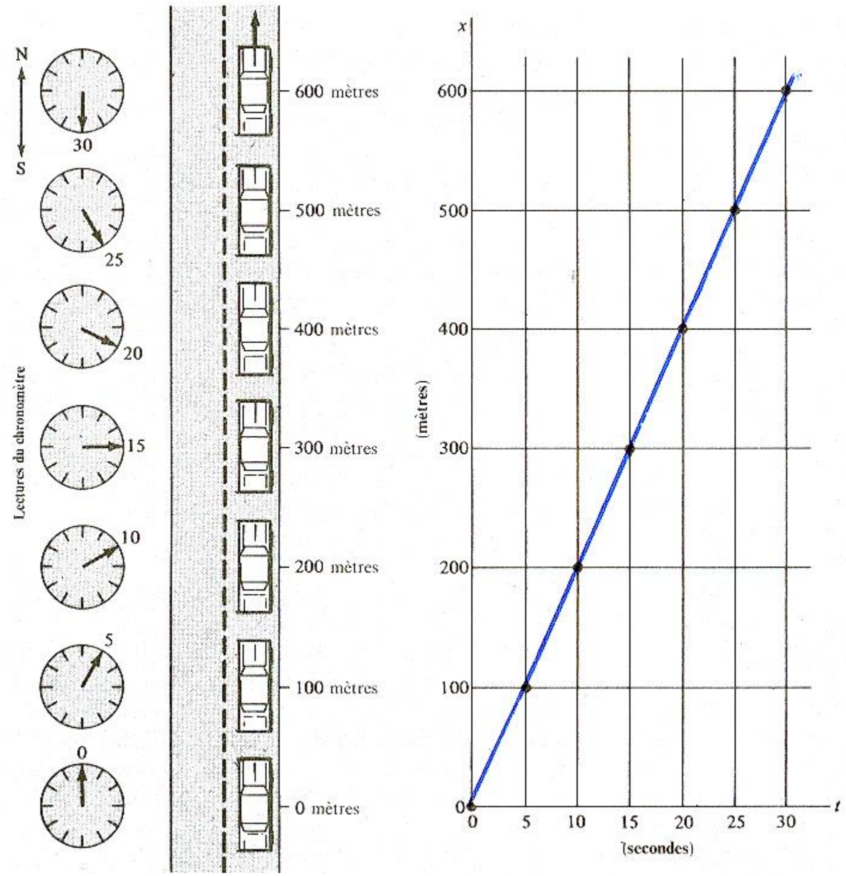
Vitesse constante : $v = \bar{v}$

Pour un MRU, $\bar{v}$ est **indépendante** de l'intervalle de temps considéré.

Ici : $v = \bar{v} = 20$ m/s

Equation de la **trajectoire** :

$$\boxed{x(t) = x_0 + vt} \qquad x_0 = x(t = 0)$$



Mouvement **uniforme**

Graphe $x(t)$ **linéaire**

Vitesses moyenne et instantanée

En général, $\bar{v}$ dépend de l'intervalle de temps considéré.

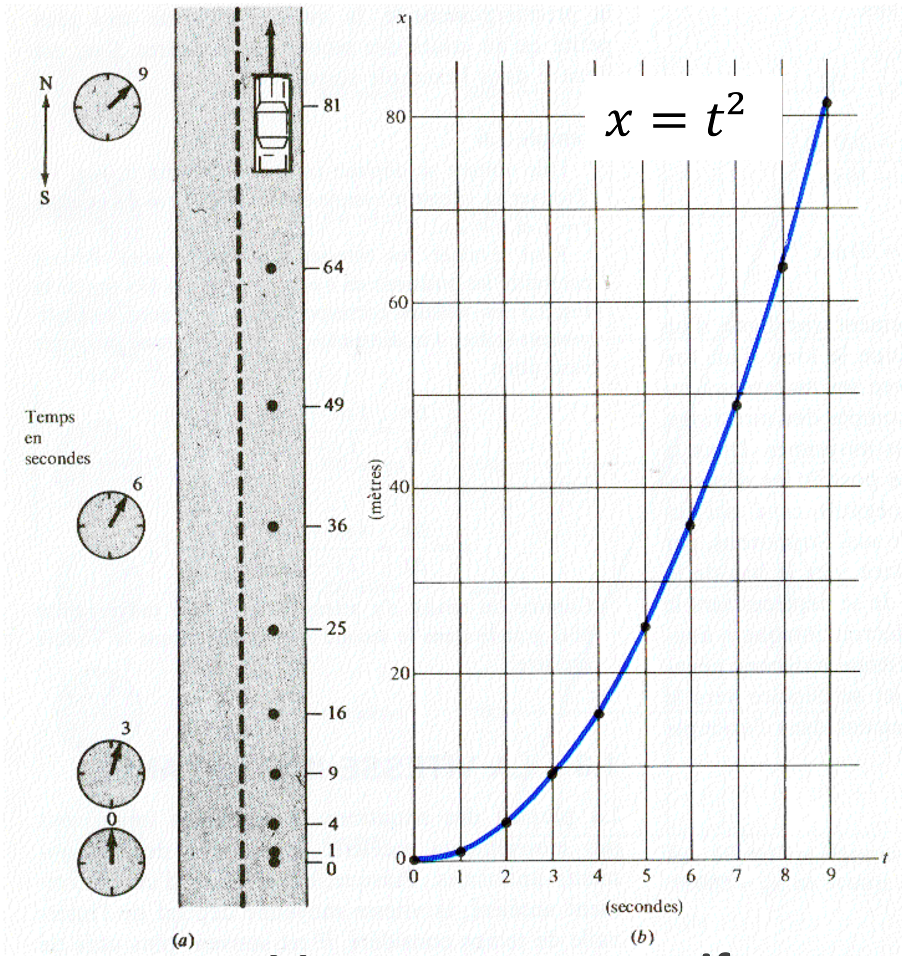
La **vitesse instantanée** v correspond à la vitesse moyenne calculée sur un intervalle de temps extrêmement court :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Ici :

$v(t = 3\text{ s}) = 6\text{ m/s}$

$v(t = 6\text{ s}) = 12\text{ m/s}$

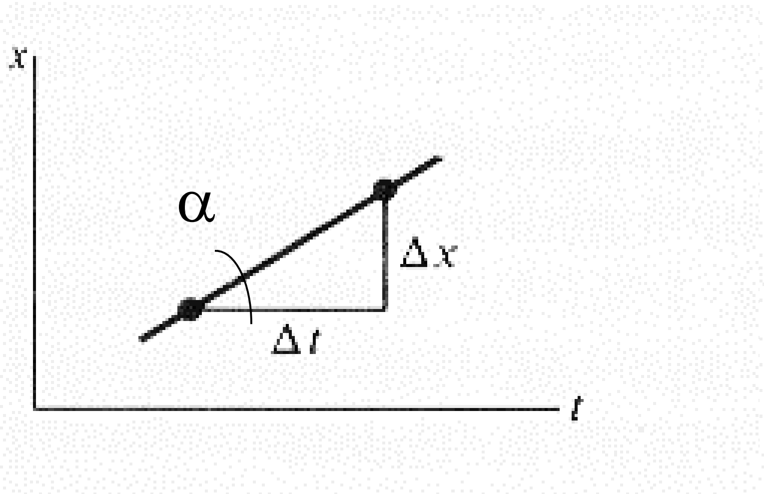


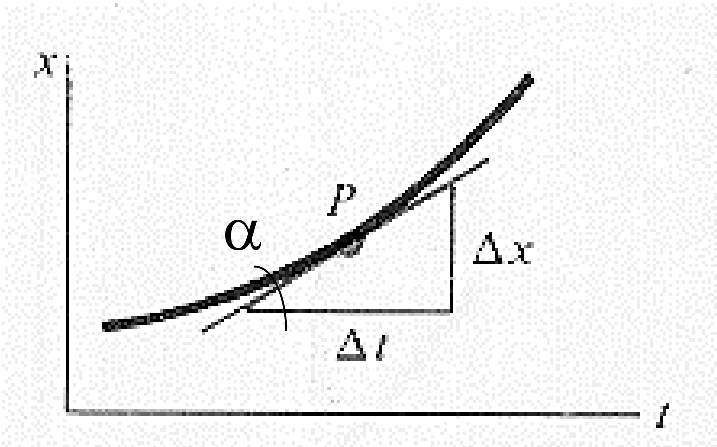
Mouvement **non uniforme**

Graphe $x(t)$ **non linéaire**

Interprétation graphique de v

dérivée première ↔ pente de la tangente





$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

→ pente de la droite

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

→ pente de la tangente
à la courbe en P

Accélération

Lorsque la **vitesse varie** au cours du temps, on parle d'**accélération**.

- **Accélération moyenne** (sur un intervalle de temps donné) :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

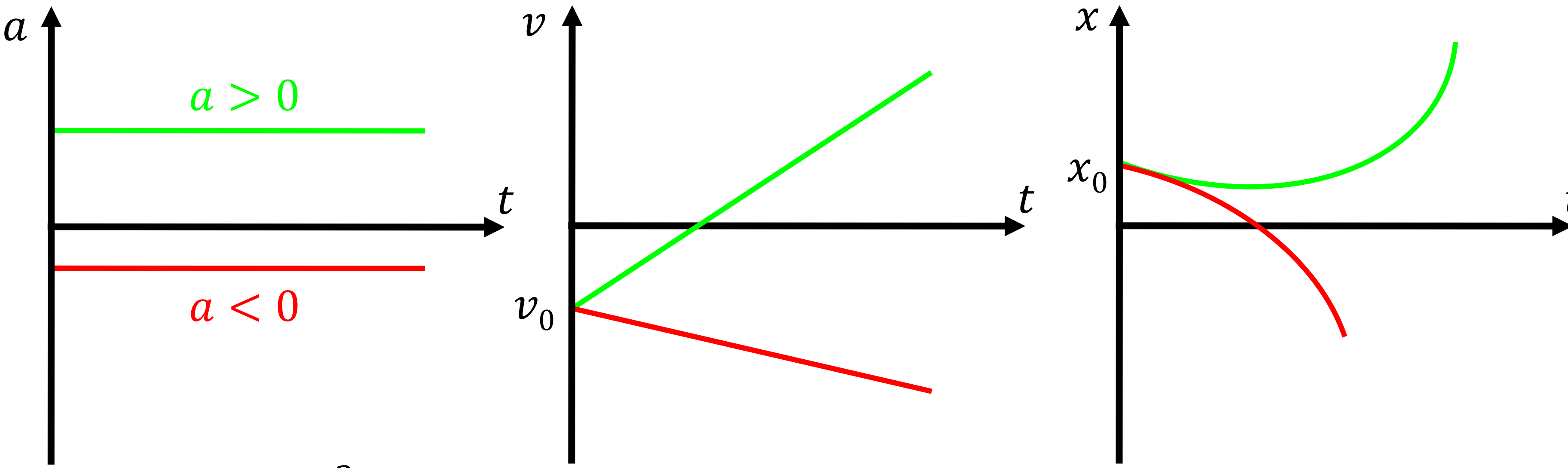
- **Accélération instantanée** (accélération moyenne sur un intervalle de temps arbitrairement court) :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Interprétation graphique de a

Dérivée seconde ↔ concavité (courbure)



$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0$$

$$x = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t + x_0$$

$a > 0$: concavité vers le haut (courbure positive)

$a < 0$: concavité vers le bas (courbure négative)

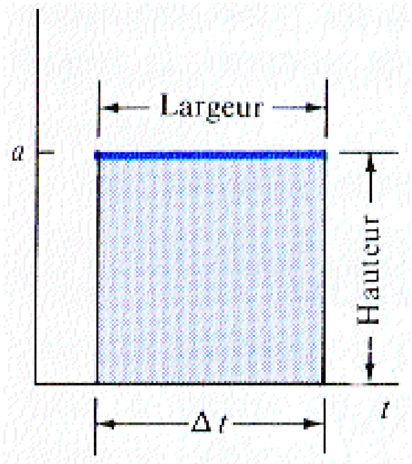
Effets physiologiques de a

- Distinction entre accélération transversale et longitudinale.
- La durée importe autant que l'amplitude de l'accélération.

Temps	$+g_x$ (vers l'avant sang vers le dos)	$-g_x$ (vers l'arrière sang vers le ventre)	$+g_z$ (vers le haut, sang vers les pieds)	$-g_z$ (vers le bas, sang vers la tête)
0,6 s	35	28	18	8
1,8 s	28	22	14	7
6 s	20	17	11	5
18 s	15	12	9	4,5
1 min	11	9	7	3,3
3 min	9	8	6	2,5
10 min	6	5	4,5	2
30 min	4,5	4	3,5	1,8

Source : NASA

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

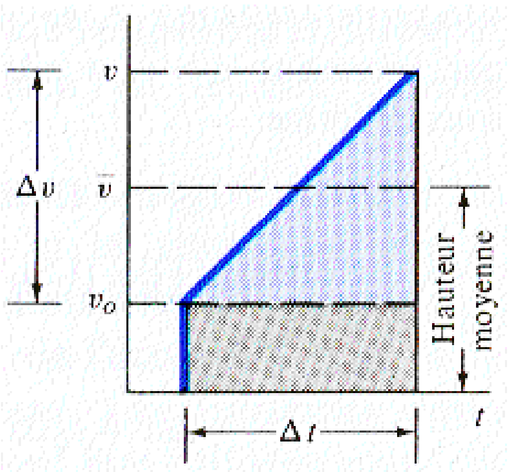


Accélération :

$$a = \frac{dv}{dt} = \bar{a} = \text{constante}$$

Vitesse instantanée : $\boxed{v = v_0 + a\Delta t}$

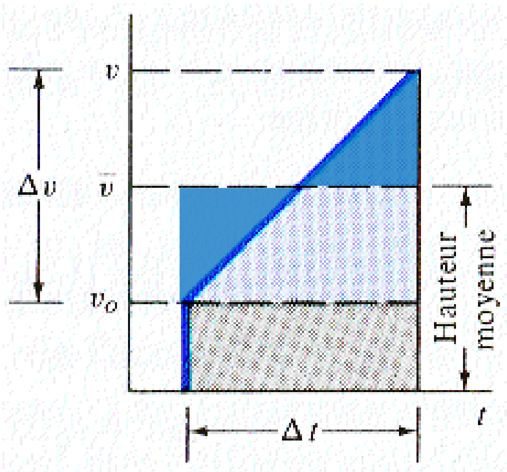
$$\int_{t_0}^{t} dv = \int_{t_0}^{t} a\,dt \;\rightarrow\; \underbrace{v(t)}_{v} - \underbrace{v(t_0)}_{v_0} = a\underbrace{(t - t_0)}_{\Delta t}$$



Vitesse moyenne : $\boxed{\bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v)}$

$$\bar{v} = v_0 + \frac{\Delta v}{2} = v_0 + \frac{(v - v_0)}{2}$$

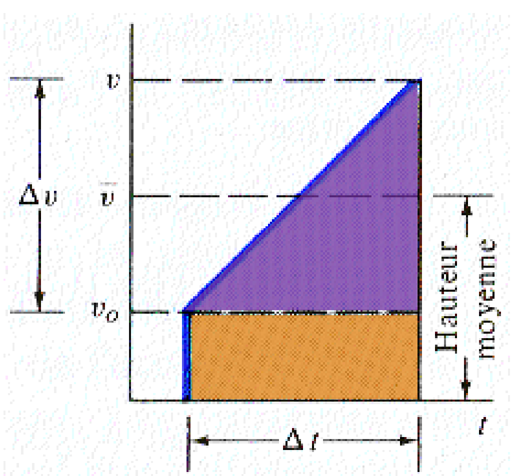
Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

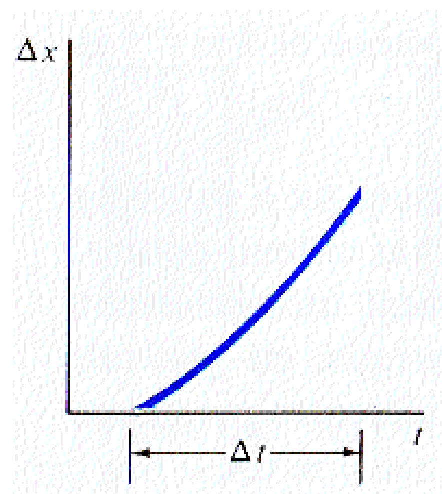


Position : $\Delta x = \bar{v}\,\Delta t$

$$= \frac{1}{2}(v_0 + \underbrace{v}_{v_0 + a\Delta t})\,\Delta t$$

$$\boxed{\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2}$$





Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Relation complémentaire :

$$v = v_0 + a\,\Delta t \qquad \rightarrow\ \Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\,\Delta t \qquad \rightarrow\ \Delta x = \frac{v + v_0}{2}\,\frac{v - v_0}{a}$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2a}}$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x}$$

MRUA - Résumé

$$a = \text{constante}$$

$$v = v_0 + a\Delta t$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v) = v_0 + \frac{1}{2}a\Delta t$$

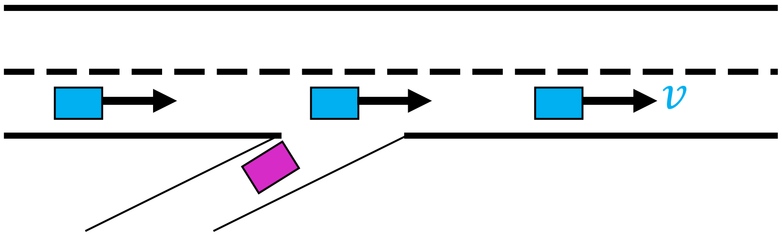
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\,\Delta t$$

$$\Delta x = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

$$\Delta x = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2a}$$

Exemple : s'insérer dans le trafic



Données : $v_0 = 0$ m/s $\quad v = 24$ m/s

$a_0 = 2$ m/s² $\quad a = 0$ m/s²

Quelle distance minimale d faut-il entre les voitures bleues pour que la voiture rose puisse s'insérer dans le trafic?

Temps d'accélération : $v = v_0 + a_0\,\Delta t \quad \rightarrow \Delta t = \frac{v - v_0}{a_0} = \frac{24}{2} = 12$ s

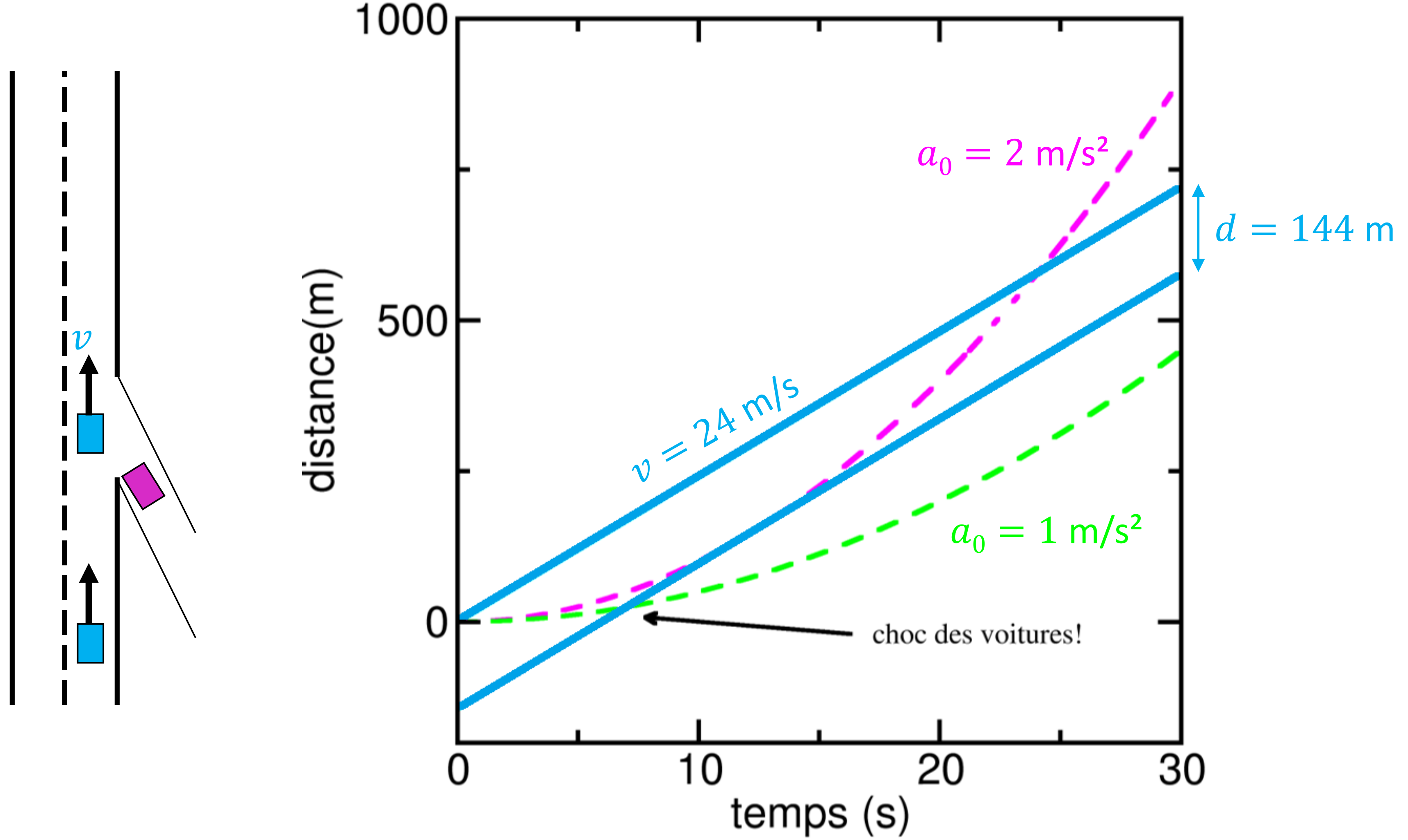
Distance d'accélération : $\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_0 (\Delta t)^2 = 0 + \frac{2}{2} 12^2 = 144$ m

Distance parcourue par les voitures bleues :

$$\Delta x = v\Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 = 24 \times 12 + 0 = 288 \text{ m}$$

$\rightarrow d > 288 - 144 = 144$ m (on néglige la longueur des voitures)

Résolution graphique



Chute libre

Attraction gravitationnelle : quotidiennement observable, car v augmente avec t $\rightarrow a \neq 0$.

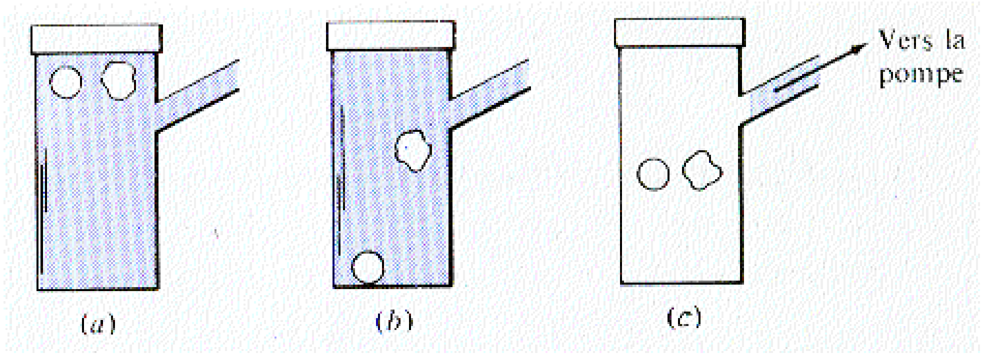
Aristote (384-322 ACN)

Les objets lourds tombent plus vite que les objets légers.

Galilée (1564-1642)

En absence de frottement :

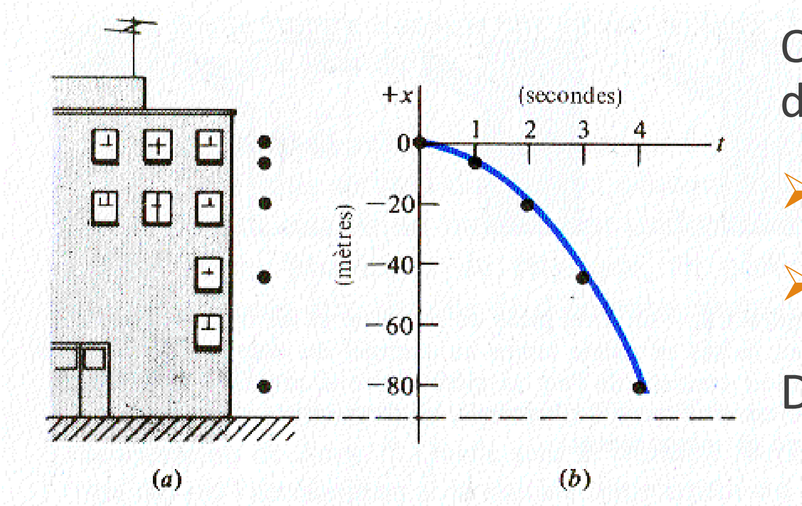
1. L'**accélération gravitationnelle** est **identique** pour tous les objets.
2. L'**accélération gravitationnelle** est **constante** au cours de la chute.



A la surface terrestre :

$g \approx 9{,}81$ m/s²

Exemple : chute d'une balle



On lâche une balle du sommet d'un bâtiment de 84 mètres de haut.

- Combien de temps dure la chute?
- À quelle vitesse la balle touche-t-elle le sol?

Données : $\Delta x = -84\text{ m}$
$v_0 = 0\text{ m/s}$
$a = -g = -9{,}81\text{ m/s}^2$

Temps de chute : $\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad \rightarrow \; \Delta t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2(-84)}{-9{,}81}} = 4{,}14\text{ s}$

Vitesse d'impact : $v = v_0 + a\Delta t = 0 + (-9{,}81) \times 4{,}14 = -40{,}6\text{ m/s}$