

Feuille TD 3 - Equations différentielles du premier ordre

Premier ordre, homogène

Exercice 1. *À savoir faire impérativement !*

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'(t) - 10y(t) = 0$

7. $y'(x) + 2y(x) = 0; y(0) = 1$

2. $y'(t) + 2y(t) = 0$

8. $y'(x) - 2y(x) = 0; y(0) = -1/2$

3. $y'(t) - 3y(t) = 0$

9. $y'(x) + 7y(x) = 0; y'(0) = -2$

4. $y'(t) = -3y(t)$

10. $y'(x) = 9y(x); y(1) = 2$

5. $3y'(t) - 10y(t) = 0$

11. $-5y'(x) = y(x); y'(1) = 2$

6. $2y'(t) = 5y(t)$

12. $4y'(x) + 2iy(x) = 0$

Premier ordre, avec second membre

Exercice 2. *À savoir faire impérativement !*

Trouver une solution particulière y_P de chaque équation différentielle linéaire, puis résoudre l'équation différentielle à l'aide du principe de superposition.

1. $y'(x) - 9y(x) = 5$

6. $y'(x) + 4y(x) = -(6x + 1)e^x$

2. $y'(x) - 9y(x) = -4x - 9$

7. $y'(x) + 8y(x) = (4x + 1)e^{2x}$

3. $y'(x) + 6y(x) = -3x + 9$

8. $y'(x) - 2y(x) = e^{2x} \sin(x)$

4. $y'(t) + 6y(t) = 9t^2 + 2$

5. $y'(x) - 3y(x) = -x^2 + 7x + 1$

9. $y'(x) - 2y(x) = e^{2x} \sin(3x)$

Premier ordre avec second membre et condition initiale

Exercice 3. *À savoir faire impérativement !*

Quelles sont les solutions réelles de l'équation différentielle avec la condition initiale donnée ?

1. $y'(x) - 3y(x) = e^{4x}; y(0) = 3$

2. $y'(x) - 3y(x) = e^{4x}; y'(1) = e^3$

3. $y'(x) - 5y(x) = x^2 e^{5x}; y(0) = -2$

4. $y'(x) = e^x; y(4) = 2$

5. $y'(x) - 3y(x) = \frac{e^{3x}}{x}; y(1) = 2$
(sur $]0, +\infty[$)

6. $y'(x) - 3y(x) = \frac{e^{3x}}{x}; y(-1) = 2$
(sur $] -\infty, 0[$)

Équations différentielles qui se ramènent à une équation différentielle linéaire du premier ordre

Exercice 4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $4y''(t) + 2y'(t) = 0$

3. $\frac{y(t)}{y'(t)} = \sqrt{2}$

2. $y'(t)^2 + y(t)^2 = 2y(t)y'(t)$

4. $y''(t) + 7y'(t) = 42t^2 - 2t + 19$

Exercice 5. * Donner des solutions des équations différentielles suivantes :

1. $y'(t) = 2y(t) \ln y(t)$

2. $(y(t)^3)' = 15y(t)^3$

3. $(\cos y(t))' = -2y'(t) \sin y(t)$

4. $\tan y(t) = 7y'(t)$

5. $3y'(t) + (1 + y(t)^2) \arctan y(t) = 0$

Équations différentielles premier ordre à coefficients non-constants ou non linéaires

Exercice 6. * Donner des solutions des équations différentielles suivantes :

1. $y'(t) + 2ty(t) = 0$

3. $y'(t) = 7e^{-y(t)}$

5. $t^2 y'(t) + 2ty(t) = \frac{1}{1+t^2}$

2. $y'(t) = \frac{y(t)}{t}$

4. $y'(t) = t^2(y(t))^3$