

# מעבדה בתכנות מתקדם

הרצאה 10 - עצי AVL

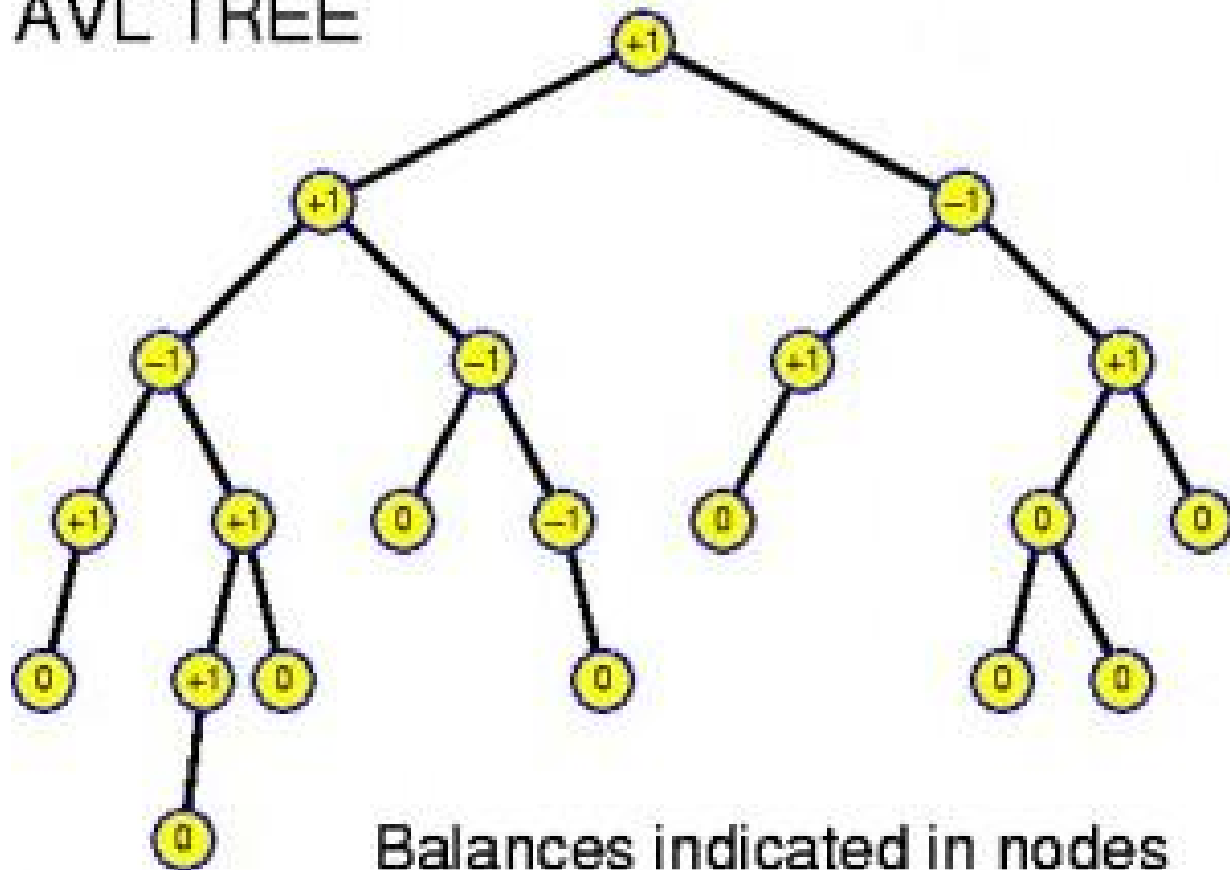
# עצי AVL- Adelson-Velskii & Landis 1962

גורם האיזון של צומת – ההפרש שבין גובה תת-העץ השמאלי לגובה תת העץ הימני.

$$|h(v.\text{left}) - h(v.\text{right})| \leq 1$$

עץ AVL הוא עץ חיפוש בינרי שבו גורם האיזון של כל צומת הוא -1, 0 או 1

AVL TREE



Balances indicated in nodes

הגובה של עץ AVL עם  $n$  קדקודים הוא  $O(\log n)$

# פעולות על עצי AVL

- שאילות כגון: חיפוש, מינימום, מקסימום, מתבצעות כמו בעץ חיפוש בינארי.
- פעולות המשנות את מבנה העץ, כגון: הוצאה, הכנסה, צריכות לוודא שתכונת האיזון אינה מופרת.
- פעולות ההכנסה והמחיקה מתבצעות באופן הרגיל. לאחר ביצוע הפעולה, גורם האיזון עשוי להשתנות ל-2 או 2-.
- לאחר ביצוע הפעולה מתבצעות רוטציות שתפקידן להחזיר את האיזון לעץ.
- הרוטציה מופעלת על הצומת שבו יש חוסר איזון.
- הרוטציות משנות את מבנה העץ כך שגורם האיזון יחזור להיות תקין, מבלי לפגוע בתכונת הסדר של עץ בינארי, ובלי לגרום להפרות נוספות מעל הצומת בו מטפלים כעת.

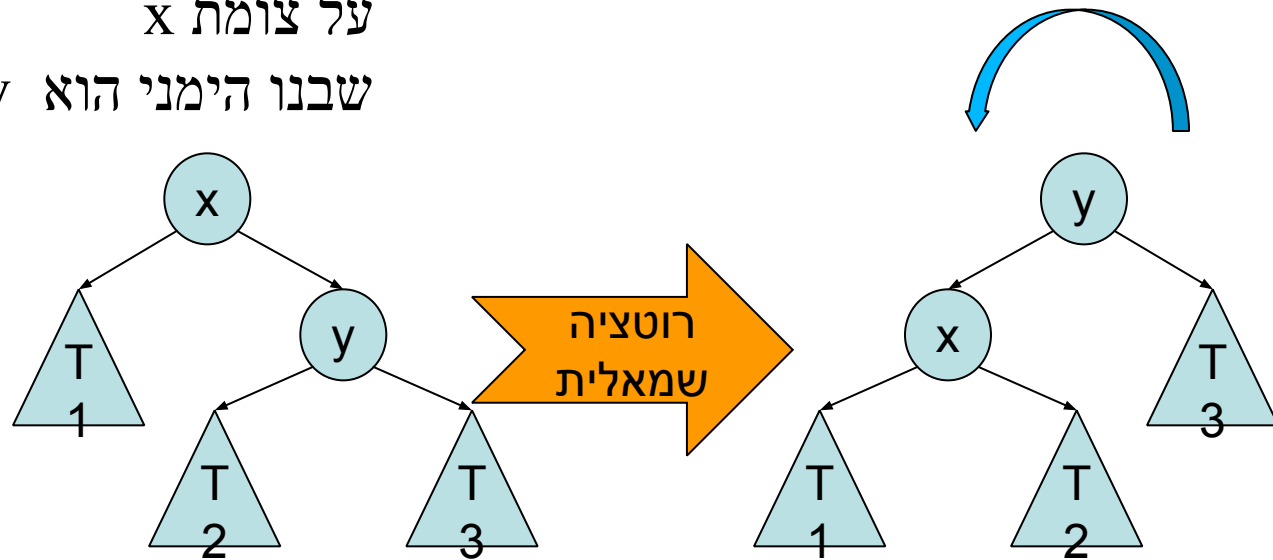
# רוטציה

פעולה מקומית בעץ חיפוש בינרי, השומרת על הסדר התוכי של המפתחות. סיבוכיות זמן ריצה  $O(1)$ .

רוטציה שמאלית

על צומת  $x$

שבנו הימני הוא  $y$



# סוגי רוטציה

- שמאלה-שמאלה (LL):
  - גורם האיזון בצומת הופר ל- 2 (בן שמאלי גבוה יותר)
  - גורם האיזון בבן השמאלי הוא 0 או 1 (נכד שמאלי גבוה יותר או זהים)
- שמאלה-ימינה (LR):
  - גורם האיזון בצומת הופר ל- 2 (בן שמאלי גבוה יותר)
  - גורם האיזון בבן השמאלי הוא 1- (נכד ימני גבוה יותר)
- ימינה-ימינה (RR):
  - גורם האיזון בצומת הופר ל- 2- (בן ימני גבוה יותר)
  - גורם האיזון בבן הימני הוא 0 או 1- (נכד ימני גבוה יותר או זהים)
- ימינה-שמאלה (RL):
  - גורם האיזון בצומת הופר ל- 2- (בן ימני גבוה יותר)
  - גורם האיזון בבן הימני הוא 1 (נכד שמאלי גבוה יותר)

# Left Left Rotate

```
node* avl_rotate_leftleft( node *tree )
{
    node *a = tree;
    node *b = a->left;

    a->left = b->right;
    if (b->right != NULL)
        b->right->parent = a;
    b->right = a;
    b->parent = a->parent;
    a->parent = b;
    // Update heights
    return b;
}
```

# Left Right Rotate

```
node* avl_rotate_leftright( node *tree )
{
    node *a = tree;
    node *b = a->left;
    node *c = b->right;

    a->left = c->right;
    if (c->right != NULL)
        c->right->parent = a;

    b->right = c->left;
    if (c->left != NULL)
        c->left->parent = b;

    c->left = b;
    c->right = a;
    c->parent = a ->parent;
    b->parent = a->parent = c;
    // Update heights
    return c;
}
```

# Right Left Rotate

```
node *avl_rotate_rightleft( node *tree )
{
    node *a = tree;
    node *b = a->right;
    node *c = b->left;

    a->right = c->left;
    if (c->left != NULL)
        c->left->parent = a;

    b->left = c->right;
    if (c->right != NULL)
        c->right->parent = b;

    c->right = b;
    c->left = a;
    c->parent = a ->parent;
    b->parent = a->parent = c;
    // Update heights
    return c;
}
```



# Right Right Rotate

```
node *avl_rotate_rightright( node *tree )
{
    node *a = tree;
    node *b = a->right;

    a->right = b->left;
    if (b->left != NULL)
        b->left->parent = a;
    b->left = a;
    b->parent = a->parent;
    a->parent = b;
    // Update heights
    return b;
}
```

מחיקה מעץ AVL



## Deletion in an AVL Tree

# תרגיל כיתה:

בהינתן קודקודים הבאים: 2,10,5,8,3,0,60,92,73,12,1,4,81 הכניסו אותם לעץ AVL.