Sistemas numéricos

Numeric System

Ronald Marín Cardona
Ingeniería de sistemas y computación, UTP, Pereira, Colombia
Correo-e: Ronald.marin@utp.edu.co

***Resumen*— Este documento contiene un resumen sobre los sistemas numéricos, tal y como se da tratamiento en la materia Introducción a la Informática. El objetivo es realizar una revisión de los sistemas numéricos, sus propiedades, y las operaciones matemáticas simples y algunos ejemplos de los mismos.**

***Palabras clave*— Numero, Base, Octal, Binario, Hexadecimal, Decimal, Operaciones con binarios**

***Abstract*— this document contains a summary on the numerical systems, as it is treated in the subject Introduction to Computer Science. The objective is to review the numerical systems, their properties, and simple mathematical operations and some examples of them.**

***Key Word* —Number, Base, Octal, Binary, Hexadecimal, Decimal, Operations with binaries**

I. INTRODUCCIÓN

En este capítulo expondremos brevemente (a modo de repaso) conceptos básicos sobre los sistemas de numeración. No por sencillo el tema deja de ser importante pues nos permite comenzar a acostumbrarnos a los sistemas de numeración utilizados en computación, especialmente el binario y el hexadecimal, tarea no trivial si tenemos en cuenta el "lastre" que significan años y años de práctica con el sistema decimal exclusivamente.

Dentro de los sistemas de numeración posibles un conjunto importante, y destacado, es el constituido por los sistemas de numeración posicionales. [1]

CONTENIDO

Sistemas Posicionales:

El número representado se calcula asignando a cada dígito un valor que depende exclusivamente de cada símbolo y de su posición [2].

Los **sistemas** más comunes, los de **numeración** en base constante, son **sistemas posicionales**. Como ejemplo de un sistema posicional podemos citar al Romano. Ej.: VI corresponde al 6 y IV al 4, Uno de los problemas de este sistema de numeración es que continuamente hay que agregar nuevos símbolos a medida que los números crecen sino es imposible representarlos.

Sistemas con Base:

En los sistemas con base un número cualquiera N, se representa mediante un polinomio de la forma:

$$N = a_n b^n + \ldots + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + \ldots$$

Donde a_i es un símbolo del sistema, al que llamamos dígito, y b es la base.

La base es igual a la cantidad de símbolos del sistema. Notando que los dígitos son la representación en el sistema de los números enteros menores que la base, tenemos que se cumple la condición $b > a_i \geq 0$.

La base b la representamos siempre, por convención, en el sistema decimal (si la representáramos en el sistema del cual es base su representación sería, naturalmente, 10). Habitualmente la representación omite las potencias de la base y coloca un punto (o coma) para separar la parte de potencias positivas de la parte con potencial negativas, quedando:

$$N = a_n\, a_{n-1} \ldots\, a_0\, a_{-1}\, a_{-2} \ldots\, a_{-p}$$

Sistema decimal: El sistema de numeración utilizado en la vida cotidiana es el decimal, cuya base es diez, utilizando los conocidos diez símbolos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.**

Sistema binario: Es el sistema de base 2 en el cual los dos símbolos utilizados son el **0** y el **1**, los que reciben el nombre de bit (binary digit).

Sistema Octal: Es el sistema de base 8 en el cual se usan los símbolos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.**

Sistema Hexadecimal: Es el sistema de base 16 en el cual se usan los símbolos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.**

La base del sistema en el que está representado un número se suele indicar con un subíndice al final del número y en los casos particulares de base 2 (binario), base 8 (octal), base 16 (hexadecimal) con un sufijo con las letras b, o (ó q) y h respectivamente. En el caso de base 16 también se utiliza el prefijo 0x. Si no se indica nada se asume base 10. **[**3]

Ejemplo:

$1101_2 = 1101b = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$ (decimal)

$1011.11_2 = 1101.11b = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 11.75$ (decimal)

$A2F_{16} = A2Fh = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 0xA2F = 2607$ (decimal)

1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Figura 1. Números del 0 al 16 en bases 2, 3, 4, 8 y 16.

Conversión Entre sistemas numéricos

Conversión de Base de Números Enteros:

Caso A:

La conversión se hace a través del polinomio característico, expresando los símbolos $A_n \ldots A_0$ y la base B en la base b y evaluando el polinomio, realizando las operaciones en la base b. *(Se recomienda observar la tabla mencionada anteriormente)*

Ejemplo: Convertir A2Fh a decimal.

$A2Fh = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 2607$

Caso B:

Conversión de una base B a una base b usando la aritmética de la base B (muy útil para pasar de base 10 a cualquier base)

Ejemplo: Convertir **653** a binario.

653|2
1 326|2
0 163|2
1 81|2
1 40|2
0 20|2
0 10|2
0 5|2
1 2|2
0 1|2
1 0

653 = (1010001101)b_2

Ejemplo #2: Convertir **653 a base 5**

653|5
3 130|5
0 26|5
1 5|5
0 1 |5
1 0

653 = (10103)b_5[3]

Conversión decimal-binario:

El método consiste en reescribir él número binario en posición vertical de tal forma que la parte de la derecha quede en la zona superior y la parte izquierda quede en la zona inferior. Se repetirá el siguiente proceso para cada uno de los dígitos comenzados por el inferior: Se coloca en orden descendente la potencia de 2 desde el cero hasta n, donde el mismo el tamaño del número binario, el siguiente ejemplo ilustra de la siguiente manera. Utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 10110.1es igual a:

$$1_4 x2^4 + 0_3 x2^3 + 1_2 x2^2 + 1_1 x2^1 + 0_0 x2^0$$
$$16 + 0 + 4 + 2 + 0$$
$$(22)_{10}$$

Conversión decimal – octal:

Consiste en dividir un número y sus sucesivos cocientes obtenidos por ocho hasta llegar a una división cuyo cociente sea 0. El numero Octal buscado es el compuesto por todos los restos obtenidos escritos en orden inverso a su obtención. Ej.:

1992	8		
39	249	8	
72	09	31	8
0	1	7	3

Conversión octal a decimal:

Existen varios métodos siendo el más generalizado el indicado por el TFN (Teorema fundamental de la numeración) que hace la conversión de forma directa por medio de la formula. Ej. : utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 4701 es igual a:

$$4x8^3 + 7x8^2 + 0x8^1 + 1x8^0 = (2497)b_{10}$$

Conversión decimal – hexadecimal:

Se divide el número decimal y los cocientes sucesivos por 16 hasta obtener un cociente igual a 0. El número hexadecimal buscado será compuesto por todos los restos obtenidos en orden inverso a su obtención. Ej.:

1000	16	
40	62	16
8	14	3

Conversión hexadecimal- decimal:

El método más utilizado es el TFN que nos da el resultado por la aplicación directa de la formula. Ej. : utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 2CA es igual a:

$$2x16^2 + 12x16^1 + 10x16^0 = (714)b_{16}$$

Conversión de hexadecimal-binario:

Para convertir un número hexadecimal a binario, se sustituye cada dígito hexadecimal por su representación binaria según la siguiente tabla.

Dígito Hexadecimal	Dígito Binarios
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Ej.: pasar el número **2BC a binario**

2	B	C
0010	1011	1100

Operaciones aritméticas de binarios

Finalmente él número hexadecimal en binario es igual a: **001010111100**

0	+	0	=	0	
0	+	1	=	1	
1	+	0	=	1	
1	+	1	=	0	Llevo 1

[4]

Multiplicación de números binarios

La multiplicación de binarios se obtiene de la misma forma que la multiplicación decimal.

Ejemplo:

```
     11101
  ×    101
  --------
     11101
    00000
 + 11101
 ---------
 100100001
```

[5]

III. CONCLUSIONES

A continuación se resumirá la siguiente información: El Sistema de Numeración se define como el conjunto de símbolos utilizados para la representación de cantidades, así como las reglas que rigen dicha representación. Estos son: El Sistema Decimal es uno de los denominados sistemas posicionales, utilizando un conjunto de símbolos cuyo significado depende fundamentalmente de su posición relativa al símbolo coma (,) posicional, que en caso de ausencia se supone colocada implícitamente a la derecha.

El Sistema Binario; utiliza internamente el hardware de las computadoras actuales. Se basa en la representación de cantidades utilizando los dígitos 1 y 0, y es de base 2.

REFERENCIAS

[1] https://www.fing.edu.uy/tecnoinf/mvd/cursos/arqcomp/m aterial/teo/arq-teo01.pdf

[2] https://blogs.ua.es/matesfacil/2018/11/12/sistema-denumeracionposicional/

[3] https://www.fing.edu.uy/tecnoinf/mvd/cursos/arqcomp/m aterial/teo/arq-teo01.pdf

[4] https://www.monografias.com/trabajos32/sistemas-numericos/sistemas-numericos.shtml

[5] https://miprofe.com/operaciones-con-numeros-binarios/

Trabajo: Ronald Marín Cardona