

1	Parte Teórica	3
1.1	Introducción:	3
1.2	Objetivo	3
1.3	Fundamento Teórico	3
1.3.1	Condensadores	3
1.3.1.1	Condensadores de placas paralelas	4
1.3.1.2	Condensador Esférico	5
1.3.1.3	Condensador Cilíndrico	6
1.3.2	Condensadores en serie y en paralelo	8
1.3.2.1	En serie	8
1.3.2.2	En paralelo	9
2	Desarrollo experimental	11
2.1	Herramientas a Usar	11
2.2	Procedimiento	12
2.3	Cálculos y resultados	14
2.4	Conclusiones y observaciones:	15

1.1 Introducción:

De manera fehaciente se puede afirmar que la electricidad es la base de la estabilidad social actual, razón por la cual la trascendencia de su estudio es algo innegable. Tratándose de un campo con un extenso marco teórico se debe abarcar su estudio de manera pausada para lograr la máxima comprensión, siendo esto algo sumamente relevante para los profesionales de cualquier especialidad de nuestra facultad. Por tanto el análisis experimental de los capacitores o condensadores resulta sumamente conveniente para nuestro grupo, y por tanto hemos abordado la siguiente actividad científica con pasión y ahínco.

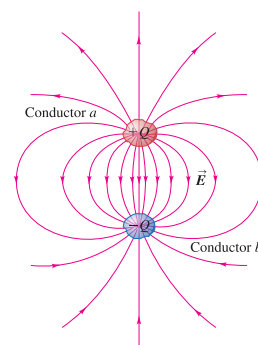
1.2 Objetivo

- Medir el tiempo de carga y descarga de un condensador en un circuito RC usando un osciloscopio
- Calcularlos valores experimentales de los condensadores y compararlos resultados con los valores nominales obtenidos

1.3 Fundamento Teórico

1.3.1 Condensadores

Un *condensador eléctrico* (también conocido frecuentemente con el anglicismo *capacitador*) es un dispositivo pasivo, empleado en electricidad y electrónica, que almacena energía¹ sustentando un campo eléctrico. Se forma por dos conductores separados por un aislante o un vacío (Como se muestra en la figura). Cuando un condensador tiene carga Q se dice que el potencial más elevado tiene carga $+Q$ y el más bajo $-Q$. En los diagramas y circuitos presenta con el símbolo:



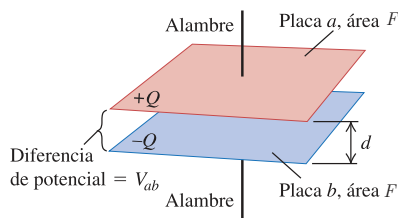
Una forma común de cargar un condensador es conectar dos alambres a las terminales opuestas de la batería. El campo eléctrico en cualquier punto de la región entre los conductores es proporcional a Q . A la razón de proporcionalidad se le define como *capacitancia* C del capacitor, la unidad del SI para esta última es el *faradio* (F):

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

¹En realidad no almacenan carga ni corriente sino energía mecánica latente

1.3.1.1 Condensadores de placas paralelas

Por condensador de placas paralelas entendemos un sistema de dos placas dispuestas en paralelo el uno al otro con una distancia d . Ambos tienen el área F :



A fin de que evitar efectos de borde posteriores que asumimos:

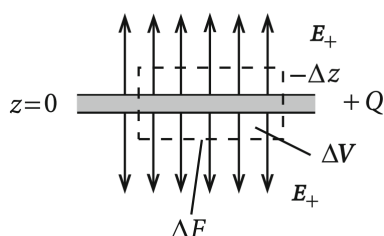
$$d \ll F^{1/2}$$

Las dos placas llevan, distribuidas homogéneamente, las cargas iguales y opuestas $\pm Q$, i.e:

$$\sigma(0) = \frac{Q}{F} = -\sigma(d)$$

El campo eléctrico creado por la placa inferior estará orientado por motivos de simetría, excepto por los efectos de borde, en dirección z positiva o negativa se tiene:

$$\mathbf{E}_+(\mathbf{r}) = E_+(z) \frac{z}{|z|} \mathbf{e}_z$$



Consideremos un cofre de Gauss² con el volumen $\Delta V = \Delta F \Delta z$ "alrededor" del plato de manera que la planos basales ΔF en las posiciones $\pm 1/2 \Delta z$ se encuentran paralelas a las placas del condensador. Las áreas laterales no contribuyen al flujo del campo- \mathbf{E} a través de la superficie $S(\Delta V)$. Como \mathbf{E} y $d\mathbf{f}$ son ortogonales uno del otro:

$$\begin{aligned} \int_{S(\Delta V)} \mathbf{E}_+ \cdot d\mathbf{f} &= 2E_+(z = \pm \frac{\Delta z}{2}) \Delta F \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} q(\Delta V) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Delta F_+(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

El resultante es un campo homogéneo en casi todo el espacio que solo invierte su dirección en $z = 0$:

$$\mathbf{E}_+(\mathbf{r}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \mathbf{e}_z$$

²[1] La bibliografía lo menciona como Gauss-casket, no encontramos una traducción adecuada

Lo mismo se obtiene para el plano en $z = d$:

$$\mathbf{E}_-(\mathbf{r}) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z-d}{|z-d|} \mathbf{e}_z$$

El campo total resultante es entonces distinto de cero solo entre las placas:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_+(\mathbf{r}) + E_-(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{e}_z & \text{para } 0 < z < d \\ 0 & \text{En otros casos} \end{cases}$$

A este campo pertenece un potencial electrostático de la forma:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \begin{cases} \text{constante}_1 & z < 0 \\ -\frac{\sigma}{\epsilon_0} z + \text{constante}_2 & 0 \leq z \leq d \\ \text{constante}_3 & z > d \end{cases}$$

Entre las placas encontramos, por tanto, el voltaje:

$$U = \varphi(z=0) - \varphi(z=d) = -d = \frac{Q}{\epsilon_0 F} d$$

Donde vemos una proporcionalidad entre la capacitancia y la tensión mostrada al inicio.

Donde podemos ver que:

$$C = \epsilon_0 \frac{F}{d}$$

Usando $E(\mathbf{r})$ la *densidad de energía* del capacitor se calcula cómo:

$$w(\mathbf{r}) = \frac{\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

para todo \mathbf{r} entre los planos. Por lo que la energía total es:

$$W = wFd = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 F} d = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

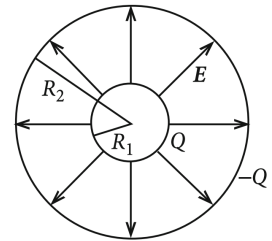
1.3.1.2 Condensador Esférico

En este caso, el condensador consta de dos capas esféricas concéntricas con los radio R_1 , R_2 y las cargas distribuidas homogéneamente $\pm Q$. (ver imagen) Y la densidad de carga:

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi R_1^2} \delta(r - R_1) - \frac{Q}{4\pi R_2^2} \delta(r - R_2)$$

está restringido a una región del espacio finito de modo que el potencial se desvanece en el infinito. La distribución de carga es esféricamente simétrica. Por lo que se llega que para el campo \mathbf{E} :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E(r) \mathbf{e}_r$$



Usando el teorema de Gauss obtenemos:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \mathbf{e}_r \begin{cases} 0, & \text{Si } R_1 > r, \\ \frac{1}{r^2}, & \text{Si } R_2 > r > R_1 \\ 0, & \text{Si } r > R_2 \end{cases}$$

Usando las condiciones físicas iniciales:

$$\varphi(r \rightarrow \infty) = 0, \quad \varphi \text{ continúa en } r = R_1, r = R_2$$

Entonces para el potencial escalar:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}, & \text{si } r < R_1 \\ \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}, & \text{si } R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 & \text{si } R_2 \leq r \end{cases}$$

Por lo tanto, aparece como tensión eléctrica (voltaje) entre las capas esféricas:

$$U = \varphi(R_1) - \varphi(R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

El condensador esférico tiene con ello la capacidad:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

La densidad de energía está restringida al espacio entre las dos esferas concéntricas:

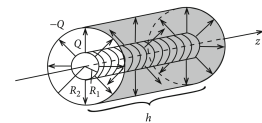
$$w(\mathbf{r}) = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0} \frac{1}{r^4} \quad \text{para } R_1 \leq r \leq R_2$$

Eso produce formalmente la misma energía total que para el condensador de placas paralelas:

$$\begin{aligned} W &= \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0} \cdot 4\pi \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \frac{1}{r^4} \\ &= \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_2 \cdot R_1} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 \end{aligned}$$

1.3.1.3 Condensador Cilíndrico

La formación consta de dos cilindros coaxiales tanto con la altura h como con radios $R_1 < R_2$. Descuidamos nuevamente los campos perdidos en los bordes y por lo tanto, puede actuar en el supuesto de que el campo \mathbf{E} es simétrico axialmente. Utilizando coordenadas cilíndricas (ρ, φ, z) conduce entonces a:



$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E(\rho) \mathbf{e}_\rho$$

Consideremos otro cilindro coaxial Z_p y calcule el flujo del campo \mathbf{E} a través de su superficie. Los lados frontales son irrelevantes dado que \mathbf{E} y $d\mathbf{f}$ son perpendiculares entre sí. En la cubierta del cilindro se tiene:

$$d\mathbf{f} = (\rho d\varphi dz)\mathbf{e}_\rho$$

Con lo que obtenemos:

$$\begin{aligned} \int_{S(Z_\rho)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{f} &= \rho E(\rho) 2\pi h \stackrel{!}{=} \frac{1}{\epsilon_0} \int d^3r' \rho(\mathbf{r}') \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \begin{cases} 0, & \text{if } \rho < R_1 \\ Q, & \text{if } R_1 < \rho < R_2 \\ 0, & \text{if } R_2 < \rho. \end{cases} \end{aligned}$$

El campo eléctrico está dado por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \frac{1}{\rho} \mathbf{e}_\rho \begin{cases} 0, & \text{si } \rho < R_1 \\ 1, & \text{si } R_1 < \rho < R_2 \\ 0, & \text{si } R_2 < \rho \end{cases}$$

De eso obtenemos el potencial electrostático al cumplir con todos los límites físicos condiciones:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi(\rho) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \begin{cases} \ln \frac{R_2}{R_1}, & \text{if } \rho < R_1 \\ \ln \frac{R_2}{\rho}, & \text{if } R_1 < \rho < R_2 \\ 0, & \text{if } R_2 < \rho \end{cases}$$

Entre los dos cilindros se ve el voltaje:

$$U = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Por lo que la capacitancia del cilindro será:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln(R_2/R_1)}$$

Por lo que la densidad de energía será:

$$w(\mathbf{r}) = \frac{Q^2}{8\pi^2\epsilon_0 h^2} \begin{cases} \frac{1}{\rho^2}, & \text{si } R_1 \leq \rho \leq R_2 \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Por lo que la energía total es:

$$\begin{aligned} W &= \int \rho d\rho d\varphi dz w(\mathbf{r}) = 2\pi h \frac{Q^2}{8\pi^2\epsilon_0 h^2} \int_{R_1}^{R_2} d\rho \frac{1}{\rho} \\ &= \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

Vemos que se cumple:

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

1.3.2 Condensadores en serie y en paralelo

Los capacitores se fabrican con capacitancias y voltajes preestablecidos. No obstante, estos pueden no ser los necesarios, por lo que se pueden obtener los valores queridos mediante la combinación de condensadores.

1.3.2.1 En serie

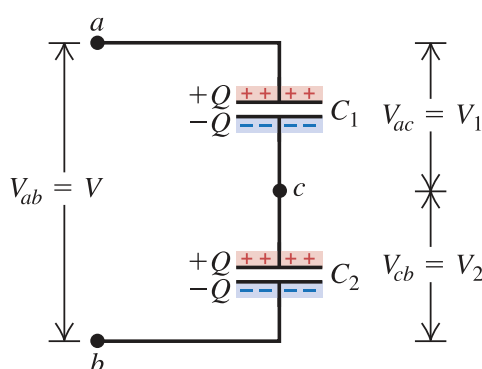
Consideremos que la magnitud de la carga en todas las placas es la misma, se considera la imagen:

a) Dos capacitores en serie

Capacitores en serie:

- Los capacitores tienen la misma carga Q .
- Sus diferencias de potencial se suman:

$$V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}.$$



Las diferencias de potenciales se pueden expresar cómo:

$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

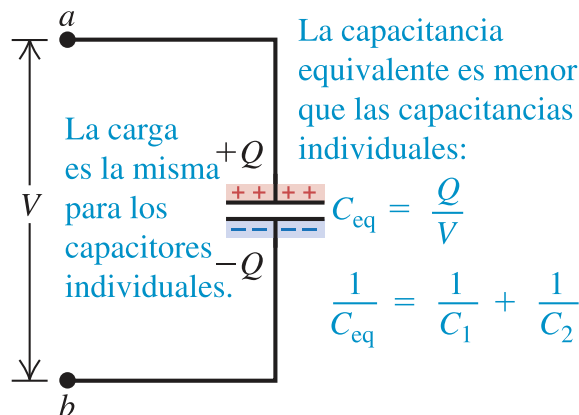
$$V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

Por lo que:

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

La capacitancia equivalente C_{eq} de la combinación en serie se define como la capacitancia de un solo capacitor para el que la carga Q es la misma que para la combinación, cuando la diferencia de potencial es la misma. En otras palabras, la combinación se puede sustituir por un capacitor equivalente de capacitancia C_{eq} . Para un capacitor de este tipo, como el que se ilustra en la figura:

b) El capacitor equivalente único



$$C_{eq} = \frac{Q}{V} \quad \text{o bien,} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q}$$

Al combinar las ecuaciones:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Extendiendo esto para más capacitores:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

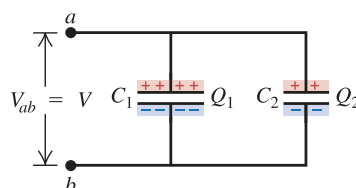
1.3.2.2 En paralelo

El arreglo que se muestra en la figura se llama conexión en paralelo. Dos capacitores están conectados en paralelo entre los puntos a y b . En este caso, las placas superiores de los dos capacitores están conectadas mediante alambres conductores para formar una superficie equipotencial, y las placas inferiores forman otra. Entonces, en una conexión en paralelo, la diferencia de potencial para todos los capacitores individuales es la misma, y es igual a $V_{ab} = V$. Sin embargo, las cargas Q_1 y Q_2 no son necesariamente iguales, puesto que pueden llegar cargas a cada capacitor de manera independiente desde la fuente (como una batería) de voltaje V_{ab} . Las cargas son:

$$Q_1 = C_1 V, \quad Q_2 = C_2 V$$

Capacitores en paralelo:

- Los capacitores tienen el mismo potencial V .
- La carga en cada capacitor depende de su capacitancia: $Q_1 = C_1 V$, $Q_2 = C_2 V$.



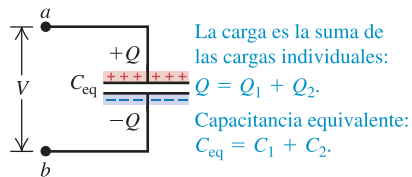
La carga total Q de la combinación, y por consiguiente la carga total en el capacitor equivalente, es

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$$

por lo que

$$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

La combinación en paralelo es equivalente a un solo capacitor con la misma carga total $Q = Q_1 + Q_2$ y diferencia de potencial V que la combinación.



La capacitancia equivalente de la combinación, C_{eq} , es la misma que la capacitancia Q/V de este único capacitor equivalente. Así, de la ecuación (24.6),

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

De igual forma se puede demostrar que para cualquier número de capacitores en paralelo,

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (\text{capacitores en paralelo})$$

2.1 Herramientas a Usar

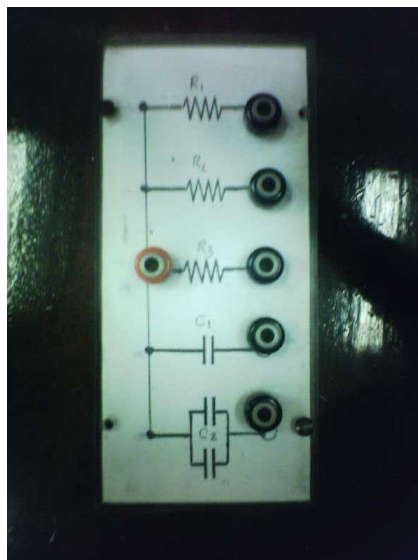
Un osciloscopio ELENCO: S1-1325.



Un generador de función ELENCO: GF-8026.



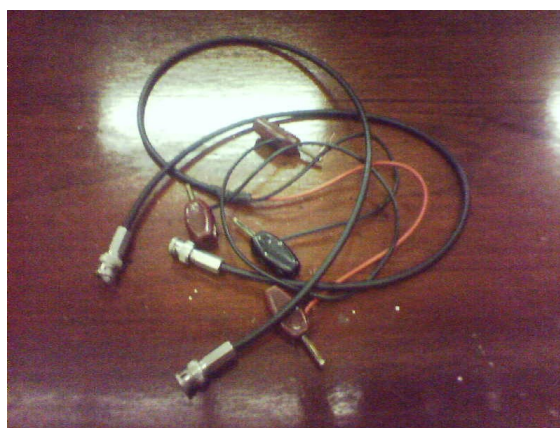
Una caja con condensadores y resistencias.



Un voltímetro



Cables de conexión.

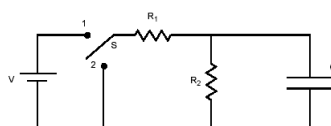


Asimismo tanto el texto como los gráficos vectoriales fueron realizados en \LaTeX dada la facilidad que brinda para una redacción científica.

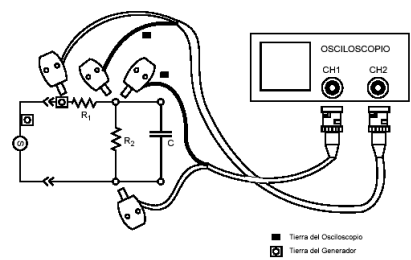
2.2 Procedimiento

1. Poner en operación el osciloscopio y el generador de función
2. Se usará la salida TTL del generador de función. Variar la frecuencia de la onda cuadrada hasta obtener 25Hz
3. Conectar el generador de onda al canal 1 (conexión12) del osciloscopio, usando un cable con los dos terminales coaxiales
4. El control 28 del osciloscopio debe estar en 0.5 ms/div ; el control 13 en 2 ó en 5 V/div y el control 30 en posición afuera
5. Verificar que un periodo completo de la onda cuadrada ocupa 8 divisiones horizontales y varíe la amplitud en el generador hasta que el voltaje de la onda cuadrada sea 10V.

6. Usando los elementos R1 y C1 de la caja de condensadores, establecer el arreglo experimental de la figura 5.
7. Movimiento alternativamente el control 21 a CHA y CHB usted puede tener los gráficos de V_C vs t y V_R vs t .
8. Recuerde que V_C es proporcional a la carga del condensador y V_R es proporcional a la corriente en el circuito RC, así que lo que usted tiene en la pantalla son en realidad gráficos de carga vs tiempo y de corriente vs tiempo como los mostrados en la figura (6a) y (6b).
9. Usando el control 13 y el control 11 logre que la curva V_C vs t ocupe 5 cuadraditos verticalmente.
10. Usando el control 25 trate que el gráfico V_C vs t permanezca estacionario.
11. Mida el tiempo t en el cual el voltaje a través del condensador va de 0 a $0,63 V_0$, en la curva de carga. (V_0 es el voltaje máximo que alcanza el condensador).
12. Mida el tiempo en el cual el voltaje a través del condensador va de V_0 a $0,37 V_0$, en la curva de descarga del condensador.
13. Cambie el control 21 a CHB y observe la corriente en función del tiempo.
14. Mida el tiempo en que la corriente decae a 37% de su valor inicial.
15. Jale hacia afuera el control 16 y coloque el control 21 en posición ADD, se observará la onda cuadrada. ¿Por qué?
16. Mida con un multímetro digital el valor en ohmios de la resistencia que ha usado en el circuito RC. Usando el valor de t obtenido experimentalmente y la relación $t=RC$ determine el valor de la capacitancia.
17. Use la resistencia R1 y el condensador C2, y repita los pasos del 7 al 16
18. Repita los pasos del 7 al 16 usando todas las combinaciones posibles de resistencias y condensadores dados en la caja.
19. Apague el osciloscopio y el generador por un momento.



20. Monte el circuito de la figura 8 y verifique experimentalmente sus respuestas al problema planteado en 19. Use un valor del voltaje para la onda cuadrada de 10V.

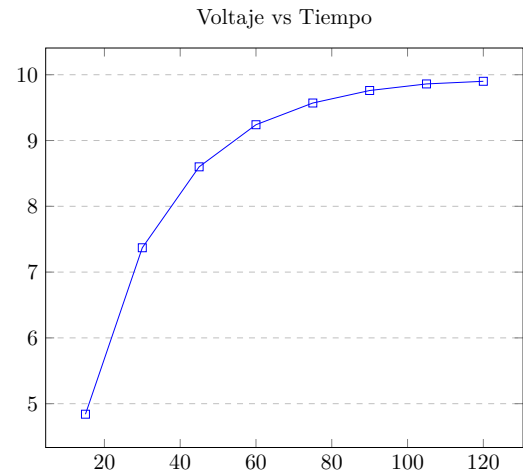


2.3 Cálculos y resultados

Carga

$t(s)$	15	30	45	60	75	90	105	120
$V(t)$	4.84	7.37	8.6	9.24	9.57	9.76	9.86	9.90

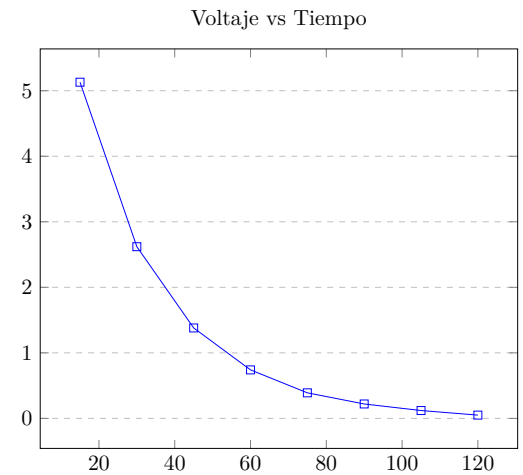
Usando PGF podemos obtener:



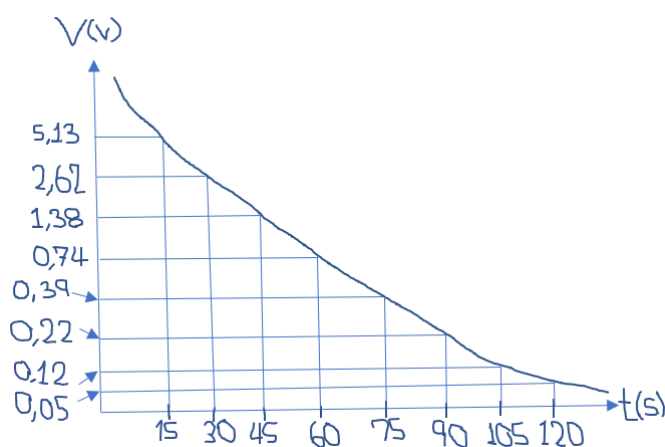
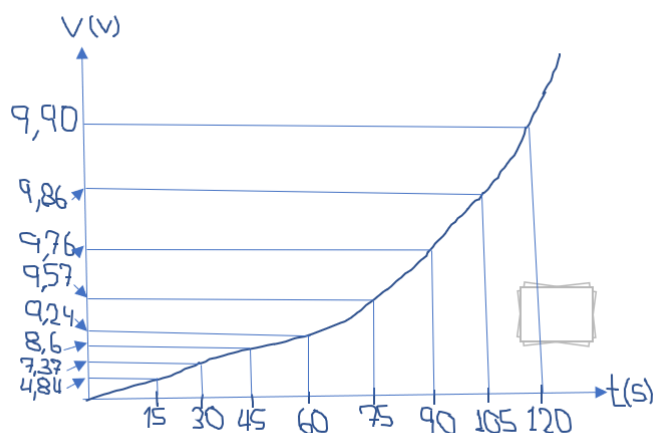
Descarga:

$t(s)$	15	30	45	60	75	90	105	120
$V(t)$	5.13	2.62	1.38	0.74	0.39	0.22	0.12	0.05

Usando PGF podemos obtener:



Un esbozo alternativo podría ser:



También tendremos la tabla de variación de la capacitancia con la geometría:

$D(\text{cm})$	0.5	1	1.5	2	2.5
$C(\text{pF})$	329	307	303	300	299

Y por último:

MATERIAL	Capacitancia con dieléctrico C	Capacitancia sin dieléctrico C_0	Valor de la constante K_{exp} (Experimental)	Valor de la constante K_{teo}	Porcentaje de error. $\frac{K_{teo} - K_{exp}}{K_{teo}} \times 100$
Plástico	406	349	1,1633	3,0	61,2233
Acrílico	389	353	1,1019	2,4174	54,4179
Vidrio	553	357	1,5490	5,4	71,3148

2.4 Conclusiones y observaciones:

- El flujo de electrones termina cuando la diferencia de potencial en el condensador es igual al voltaje de la batería.

- Los cálculos obtenidos se aproximan para la obtención de la carga con cierto error.
- Para el cálculo de la intensidad de corriente eléctrica los resultados obtenidos se aproximan mucho al valor teórico
- Para poder realizar este laboratorio sin muchos inconvenientes, es necesario haber realizado previamente el experimento 20 Osciloscopio como instrumento de medida, se necesita buen manejo y conocimiento de los controles e interruptores del osciloscopio.
- Mediante los datos obtenemos una grafica de V vs t aproximado al real.

- [1] Wolfgrang, N (2016) Theoretical Physics 3 Electrodynamics. Springer
- [2] Edward, Purcell (2001) Electricidad y Magnetismo, Berkeley Physics Course vol. 2, Editorial Reverté, s.a..
- [3] Serway, R & Jewett, J (2012) para ciencias e ingeniería con Física Moderna. Volumen 2. Séptima edición. Cengage Learning
- [4] Purcell, E (1985) Berkeley physics course-volume 2 "Electricity and Magnetism. McGraw-Hill International
- [5] Salazar, José. (2015) *Circuitos Electricos*. Recuperado de: <http://wwwprof.uniandes.edu.co/~ant-sala/descargas/LibroFDC.pdf>
- [6] Richard Phillips Feynman, et al; "The Feynman Lectures on Physics", especial para repasar la parte fenomenológica y aprender nuevas maneras de mirar a un problema
- [7] Roederer, Juan G. Electricidad y magnetismo: apuntes del curso.
- [8] Reitz, John R.; Milford, Frederick J.; Christy, Robert W. (1996) Fundamentos de la teoría electromagnética.
- [9] Rodriguez Trelles, Félix (1984) Temas de electricidad y magnetismo. Buenos Aires: EUDEBA
- [10] Alonso, Marcelo; Finn, Edward J. (2001-2002) Física. Bogotá: Fondo Educativo Interamericano
- [11] Paul A. Tipler, (2001) *Física para la Ciencia y la Tecnología*, vol. 2, Editorial Reverté, s.a. Bastante didáctico, con muchos ejercicios.
- [12] Francis Weston sears, "Fundamentos de física: Electricidad y magnetismo", Madrid-Aguilar Cambridge (1967). Está en biblioteca.