

Universidad Nacional de Ingeniería

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA



Segundo Informe de Laboratorio:

Transformadores

Integrantes:

Calero Alania Roberto Carlos	20192516E
Gianella Carbajal Italo Fabrizzio	20194120A
Núñez Paredes Bruno Dylan Luis	20190003K
Portocarrero Hoyos Ronald Eduardo	20194013K
Sánchez Ttito Hugo Antonio	20181168K
Torres Villaflores Naomi Camila	20194072G

Maestro:

Zapata Sernaque Adrian

Máquinas Eléctricas

ML202-E

2021

Índice

1. Introducción	3
2. Objetivos	3
3. Aplicaciones:	3
4. Marco Teórico	7
4.1. Inducción y Ley de Faraday	7
4.1.1. Ley de Biot-Savart	7
4.1.2. Ley de Faraday	9
4.2. Transformadores:	13
4.2.1. Transformador Ideal, planteamiento matemático:	13
4.2.2. Construcción:	15
4.2.3. Generalidades en Transformadores Ideales	17
4.3. Transformador Monofásico real	19
4.3.1. Caída de tensión y eficiencia:	22
4.4. Transformadores Trifásicos	24
4.4.1. CONEXIÓN YE-YE	25
4.4.2. CONEXIÓN YE-DELTA	25
4.4.3. CONEXIÓN DELTA-YE	26
4.4.4. CONEXIÓN DELTA-DELTA	26
4.5. Autotransformadores	27
4.6. Vector de Poynting de un transformador	28
5. Procedimiento	31
6. Experimentación:	34
7. Cuestionario	37
8. Conclusiones:	45
9. Observaciones:	46
Referencias	47

1. Introducción

El transformador es una maquina eléctrica, la cual está destinado a funcionar con corriente alterna, constituida por dos arrollamientos primario y secundario, que permite transformar la energía eléctrica. Este elemento nos permite principalmente aumentar o disminuir el voltaje o tensión en un circuito de corriente alterna.

El enorme desarrollo de la industria eléctrica se debe a estos importantes transformadores, lográndose así la realización practica y económica del transporte de energía eléctrica a grandes distancias.

Siendo así el transporte de estas energías eléctricas del lugar donde se producen al lugar de consumo, es tanto más económica cuanto mas alta es la tensión de línea, ya que, como se sabe, para transportar una cierta potencia, al elevar la tensión en la red de transporte, disminuye la corriente que circula por los conductores de línea y así disminuyen las perdidas por efecto Joule.

En el presente informe, que tiene por objeto de estudio al transformador monofásico, nos permitirá ampliar nuestros conocimientos tanto en el ámbito teórico como experimental llevado en esta experiencia.

2. Objetivos

- Determinación de los parámetros del circuito equivalente de un transformador monofásico para operación a frecuencia y tensión nominal.
- Pronostico del comportamiento del transformador bajo carga, utilizando el circuito equivalente.
- Determinación de las características de regulación.

3. Aplicaciones:

Las aplicaciones de los transformadores son esencialmente para subir y bajar el nivel de voltaje en Transmisión eléctrica, distribución. Por ejemplo:

- **Regulador de voltaje:** Esto se puede ver fácilmente en su hogar para protección contra sobre voltaje.

- **Máquina de soldadura:** el transformador reduce el nivel de voltaje y aumenta la corriente en el proceso de soldadura. Convierte 230 V CA, a 17–45 V CA y 55–590 Amp de corriente alta.
- **Rectificación:** El proceso de rectificación realiza la conversión de CA a CC. La rectificación es importante para la transmisión de HVDC. El tipo más común de rectificador es su cargador móvil.



Según la necesidad, los transformadores se clasifican en:

- **Transformadores de potencia:** este tipo de transformadores se utilizan para aplicaciones de transferencia de potencia de alto voltaje (más de 33 KV). Por lo general, son más grandes y pueden ocupar un espacio más grande.

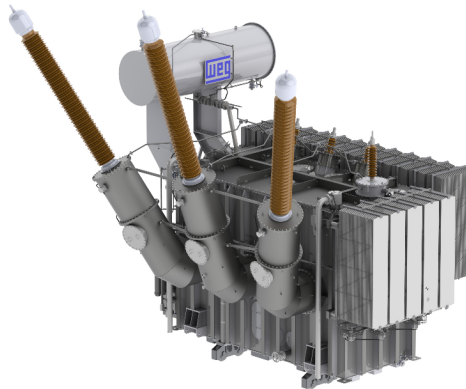


Figura 1: Transformador de potencia

- **Los Transformadores de distribución:** esta clase de convertidores (transformadores) tienen la función de distribuir la energía formada a sitios distantes. Se utiliza para distribuir electricidad a bajo voltaje que es inferior a 33 KV en la industria o 220-440 V para fines domésticos.



Figura 2: Transformador de distribución

- **Transformadores de medición:** este tipo de usos del transformador ayuda a medir el voltaje, la corriente y la potencia, etc.



Figura 3: Transformador de medición

Y según el lugar de uso:

- **Transformadores de interior:** están cubiertos con techos y refugios al igual que los tipos de la industria.



Figura 4: Transformador de interior

- **Transformadores para exteriores:** se mantienen principalmente en el exterior y se utilizan como transformadores de distribución.



Figura 5: Transformador de exterior

4. Marco Teórico

Un transformador es un dispositivo de conversión de energía electromagnética que no tiene partes móviles y tiene dos (o más) devanados fijos entre sí. A través de un campo magnético, usando el principio de inducción, cambia la potencia eléctrica alterna con un nivel de voltaje a potencia eléctrica alterna con otro nivel de voltaje. Por lo tanto, los devanados primario y secundario no están conectados eléctricamente, sino acoplados magnéticamente. Un transformador se denomina transformador elevador o reductor dependiendo de si el voltaje secundario es mayor o menor que el voltaje primario. Los transformadores se pueden utilizar para aumentar o reducir el voltaje según la necesidad y la aplicación; por lo tanto, sus devanados se denominan devanados de alta tensión/baja tensión o de alta/baja tensión en lugar de devanados primarios/secundarios. El transformador es un eslabón indispensable en los sistemas de energía eléctrica comerciales actuales y un componente vital en muchas aplicaciones de baja potencia, como en el caso de algunos circuitos electrónicos. Algunos de los principios que subyacen a su funcionamiento son útiles para analizar el rendimiento de motores y generadores eléctricos. Para conocer a profundidad todas las cuestiones teóricas y técnicas, incluso las excluidas de este resumen teórico, se puede revisar ([Kulkarni y Khaparde, 2013](#))

4.1. Inducción y Ley de Faraday

Cómo una base para comprender el planteamiento debemos conocer las bases de la magneto-estática.

4.1.1. Ley de Biot-Savart

El siguiente desarrollo teórico está basado en lo planteado por ([Nolting, 2015](#)). Al igual que la ley de Coulomb:

$$\mathbf{F}_{12} = kq_1q_2 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} = -\mathbf{F}_{21}$$

es la base de la electro estática, para la magneto estática emplearemos la *ley de Ampere* que describe la interacción entre dos conductores portadores de corriente (hilos de corriente).

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{r}_1 \times (d\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_{12})}{r_{12}^3}$$

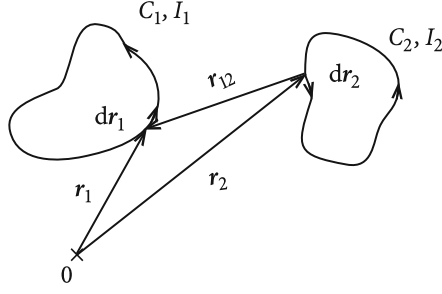


Figura 6: Interacción entre dos conductores cerrados portadores de corriente (Nolting, 2015)

Siendo μ_0 : constante de campo magnético (permeabilidad al vacío)

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \approx 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Para ciertos fines resulta conveniente reformular la ley de la fuerza, para esto consideramos:

$$d\mathbf{r}_1 \times (d\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_{12}) = d\mathbf{r}_2 (d\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_{12}) - \mathbf{r}_{12} (d\mathbf{r}_1 \cdot d\mathbf{r}_2)$$

Ahora, observemos que:

$$\oint_{C_1} d\mathbf{r}_1 \cdot \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3} = - \oint_{C_1} d\mathbf{r}_1 \cdot \nabla \frac{1}{r_{12}} = - \int_{AC_1} d\mathbf{f} \cdot \text{curl} \left(\text{grad} \frac{1}{r_{12}} \right) = 0$$

Con lo que comprobamos que la fuerza puede reescribirse cómo:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} d\mathbf{r}_1 \cdot d\mathbf{r}_2 \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

Ahora definimos la *inducción magnética* generada por la corriente I_2 en el bucle C_2 :

$$\mathbf{B}_2(\mathbf{r}_1) = \mu_0 \frac{I_2}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3} \quad (1)$$

El bucle C_1 interactúa con el campo B generado por la corriente I_2 :

$$\mathbf{F}_{12} = I_1 \oint_{C_1} d\mathbf{r}_1 \times \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_1)$$

La ecuación (1) se denomina *ley de Biot-Savart*, una forma muy común de escribir la ecuación, cómo se puede ver en (Schwartz, 1972), considera las densidades de corriente

arbitrarias con lo que, usando expresiones algebraicas llegamos a:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \mathbf{j}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

En general este trabajo se extiende a totalidad por ([Landau y Lifshitz, 1987](#)).

4.1.2. Ley de Faraday

La ley de Biot-Savart incluye el enunciado de que una densidad de corriente \mathbf{j} genera una inducción magnética \mathbf{B} . En el año 1831, Faraday estaba preocupado por el problema de si también sería posible a la inversa crear una corriente por \mathbf{B} . Su famoso experimentos sobre el comportamiento de las corrientes en campos magnéticos temporalmente cambiantes condujo a las siguientes observaciones:

- 1) Un imán permanente se mueve en relación con el bucle
- 2) Un segundo, un circuito conductor portador de corriente constante C_2 se mueve con relación a C_1 .
- 3) Se cambia la corriente en un bucle conductor C_2 ("en reposo" en relación con C_1).

Matemáticamente podemos definirla partiendo de definir:

Fuerza electromotriz (emf):

$$\text{emf} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Flujo magnético a través del área F_C :

$$\Phi = \int_{F_C} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{f}$$

La *ley de Faraday* se puede escribir cómo:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -k \frac{d}{dt} \int_{F_C} \mathbf{B}' \cdot d\mathbf{f}$$

Para mostrar esto partimos de:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{B}' = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}' + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B}'$$

y también, dado que \mathbf{v} es constante en dirección y magnitud:

$$\text{curl}(\mathbf{B}' \times \mathbf{v}) = (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{B}' - (\mathbf{B}' \cdot \nabla)\mathbf{v} + \mathbf{B}' \text{div} \mathbf{v} - \mathbf{v} \text{div} \mathbf{B}' = (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{B}'$$

Eso significa que::

$$\frac{d}{dt}\mathbf{B}' = \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}' + \text{curl}(\mathbf{B}' \times \mathbf{v})$$

Usando el teorema de Stokes:

$$\int_{F_C} d\mathbf{f} \cdot \text{curl}(\mathbf{B}' \times \mathbf{v}) = \oint_C d\mathbf{r} \cdot (\mathbf{B}' \times \mathbf{v}) = \oint_C \mathbf{B}' \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{r})$$

Para el cambio temporal del flujo magnético tenemos:

$$\frac{d}{dt} \int_{F_C} \mathbf{B}' \cdot d\mathbf{f} = \int_{F_C} \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} \cdot d\mathbf{f} + \oint_C \mathbf{B}' \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{r})$$

Hemos utilizado el hecho de que F_C no cambia en la referencia de co-movimiento sistema. Por tanto, la diferenciación de tiempo se puede desplazar al integrando. Con ello se puede escribir como:

$$\oint_C [\mathbf{E} - k(\mathbf{v} \times \mathbf{B}')] \cdot d\mathbf{r} = -k \int_{F_C} \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} \cdot d\mathbf{f}$$

En un segundo experimento mental consideramos el bucle conductor en algún lugar del espacio ($\mathbf{v} = 0$), de modo que tenga las mismas coordenadas que el movimiento el conductor posee en el sistema de referencia de co-movimiento. Entonces el campo en el sistema de descanso del conductor es idéntico al campo \mathbf{E}' observado en el laboratorio:

$$\oint_C \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{r} = -k \int_{F_C} \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} \cdot d\mathbf{f}$$

Con las dos últimas ecuaciones concluimos que:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' + k(\mathbf{v} \times \mathbf{B}')$$

Para esto asumimos que la ley de inducción de Faraday es igualmente válida en todos los sistemas de referencia que se mueven relativamente entre sí con velocidades constantes, es decir es un invariante galileano. Esto se cumple en condiciones no relativísticas bajo las cuales se llega a obtener $k = 1$. Usamos el teorema de Stokes y suponemos que el

sistema esta en reposo del conductor con lo que:

$$\int_{F_C} d\mathbf{f} \cdot (\text{curl } \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}}) = 0$$

Con lo que sabemos que la ley se puede escribir en la forma:

$$\text{curl } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2)$$

Por lo general, estos conceptos suelen ser difíciles de asimilar; sin embargo, una mayor extensión formulativa es planteada por (Redinz, 2019). Asimismo, una formulación experimental se extiende mediante un experimento fácilmente realizable con el equipo convencional de laboratorio propuesto en (Kingman, Rowland, y Popescu, 2002). Ahora, también podemos extender la ecuación de acuerdo con (Pramanik, 2009). Para esto, consideremos la razón de cambio de flujo:

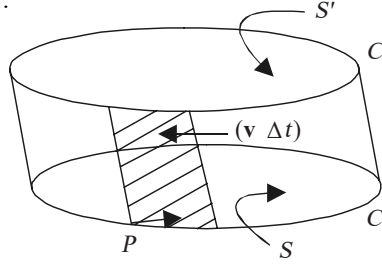


Figura 7: Camino de integración considerado en (3)

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\iint_{S'} \mathbf{B}'(t + \Delta t) \cdot d\mathbf{S}' - \iint_S \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S}}{\Delta t} \right] \quad (3)$$

Aplicando teorema de Gauss:

$$\iiint \text{div } \mathbf{B} dv = \iint_{S'} \mathbf{B}'(t + \Delta t) \cdot d\mathbf{S}' + \int_C \mathbf{B}(t + \Delta t) \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v} \Delta t) - \iint_S \mathbf{B}(t + \Delta t) \cdot d\mathbf{S}$$

Usamos teorema de Taylor:

$$\mathbf{B}(t + \Delta t) = \mathbf{B}(t) + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Delta t + \dots$$

Aplicando Stokes nuevamente obtendremos:

$$\int_C \mathbf{B}(t + \Delta t) \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{v} \Delta t) = \Delta t \int_C [\mathbf{v} \times \mathbf{B}(t + \Delta t)] \cdot d\mathbf{l} = \Delta t \iint_S \text{curl}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}(t + \Delta t)] \cdot d\mathbf{S}$$

Sabemos que $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, reemplazando en las ecuaciones previas:

$$0 = \iint_S \mathbf{B}'(t + \Delta t) \cdot d\mathbf{S}' + \Delta t \iint_S \text{curl}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}(t + \Delta t)] \cdot d\mathbf{S} - \iint_S \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_S [\mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S}] \Delta t$$

El superíndice en S se vuelve innecesario ya que calculamos el límite $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{S'} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \iint_S \text{curl}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S}$$

Con lo que podemos obtener la *ley generalizada de inducción de Faraday* será:

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S'} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \iint_S \text{curl}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} \quad (4)$$

Ahora consideremos una extensión aplicativa, en muchos dispositivos hay una bobina con muchas vueltas, lo que aumenta el efecto: la emf en una bobina que contiene N vueltas es aproximadamente N veces la emf para un bucle de la bobina. En el espacio alrededor del flujo creciente en la bobina, hay un patrón rizado de campo eléctrico que no es de Coulomb, Si los bucles están bien enrollados de modo que estén muy juntos, el E_{NC} es aproximadamente el mismo en cada bucle (Figura 8). La emf de un extremo de la bobina al otro es la integral del campo que no es de Coulomb:

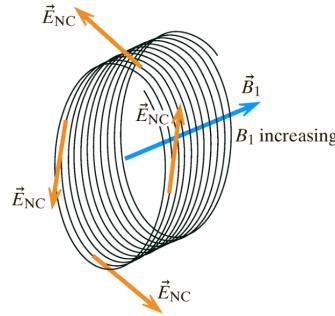


Figura 8: Esquema para plantear las ecuaciones en una bobina ([Chabay y Sherwood, 2020](#))

$$\text{emf} = \int_{N \text{ vueltas}} \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} = N (E_{NC} L_{\text{una vuelta}}) = N (\text{emf}_{\text{una vuelta}})$$

Con esto obtenemos *la ley de Faraday para una bobina* que se escribe:

$$\text{emf} = -N \frac{d\Phi_{\text{mag}}}{dt} \quad (5)$$

De donde podemos, realizando la suposición de un campo magnético variable en el tiempo asociado con un campo eléctrico rizado, la relación entre la ley de Faraday y bobinas o imanes en movimiento:

$$\text{emf} = -N \frac{d\Phi_{\text{mag}}}{dt} = -N \frac{d}{dt} \left(\sum \vec{B}_1 \cdot \hat{n} \Delta A_2 \right)$$

4.2. Transformadores:

Presentamos un resumen con la teórica básica, además de las citas mencionadas posteriormente (Cross, 1986) quien resumen los aspectos físicos de forma eficiente y (Erickson, 2018) que da un planteamiento empleado en conceptos mas avanzados, electricidad cuántica para ser precisos.

4.2.1. Transformador Ideal, planteamiento matemático:

Antes de introducir la teoría e información técnica, mostraremos las relaciones entre los potenciales y el número de vueltas. Considere el circuito magnético mostrado en la Figura 9, el circuito eléctrico C_1 tiene N_1 vueltas y está conectado a una fuente sinusoidal. El flujo generado por C_1 se puede calcular asumiendo que la permeabilidad μ de el circuito magnético es mucho más grande que el del aire, y que no hay corriente en circuito₂. Comenzamos con lo tratado en la sección previa:

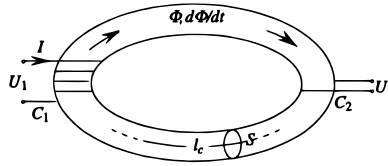


Figura 9: Principio del transformador (Ida y Bastos, 1997)

$$\oint_{ic} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$

donde l_c es el contorno promedio del circuito magnético. La corriente total que encierra el contorno l_c es igual al número de vueltas N_1 multiplicado por la corriente I . Suponiendo

que H sea constante en la sección transversal de la trayectoria magnética da

$$H = \frac{N_1 I}{l_C}$$

Y, usando S para el área de la sección transversal del circuito magnético, el flujo se da como

$$\Phi = \mu \frac{N_1 I}{l_C} S$$

Dado que I es la única cantidad que depende del tiempo,

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu N_1 S}{l_C} \frac{dI}{dt}$$

y

$$\frac{dI}{dt} = \frac{l_C}{\mu N_1 S} \frac{d\Phi}{dt}$$

Sin tener en cuenta los efectos resistivos, el potencial U_1 viene dado por

$$U_1 = L \frac{dI}{dt} = L \frac{l_C}{\mu N_1 S} \frac{d\Phi}{dt}$$

L , la autoinducción de C_1 , esta dada por $\frac{\mu_0}{\mu_f} h_1 = h_f$

$$L = \mu \frac{N_1^2 s}{l_C}$$

Sustituyendo

$$U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

Ahora podemos calcular el potencial U_2 , detectado por un voltímetro conectado al circuito C_2 . Para un solo bucle en C_2 , usamos la ecuación $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ en forma integral:

$$\oint_i \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\Phi}{dt}$$

donde l_m es la circunferencia del bucle en C_2 . Dado que el circuito magnético está hecho de un material de alta permeabilidad, la magnitud de $d\Phi/dt$ cruzando el bucle es idéntica a la generada por C_1 . Suponiendo que C_2 tiene N_2 bucles, el lado derecho de la

ecuación previa se multiplica por N_2 . Obtenemos

$$N_2 \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

El lado izquierdo de esta ecuación representa la circulación total de la intensidad del campo eléctrico \mathbf{E} sobre N_2 bucles, asumiendo que l_m es la circunferencia promedio de los bucles. Por lo tanto, esta integral representa el potencial U_2 detectado por el voltímetro

$$U_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Vale la pena resaltar la gran similitud con la ecuación (5). Finalmente obtenemos la relación mas común en las partes introductorias de la bibliografía:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = a \quad (6)$$

Donde a se define como la relación de transformación del transformador ([Chapman, 2012](#))

4.2.2. Construcción:

Núcleo: Es la zona por la que circula el campo magnético entre los devanados primario y secundario.

La composición, para un circuito monofásico, descrita en gran extensión por ([Smolensky, 1960](#)), se representa gráficamente mediante la Figura 10. Cuando se trata de transfor-

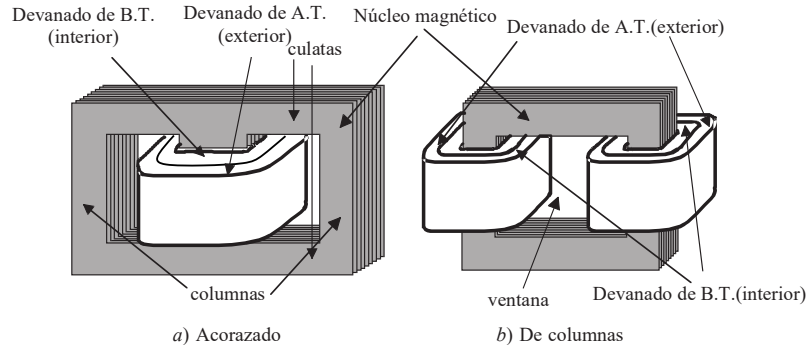


Figura 10: Circuitos magnéticos de transformadores monofásicos ([Mora, 2008](#))

madores trifásicos, el circuito magnético consta de tres columnas idénticas, tal como se muestra en la Figura 11

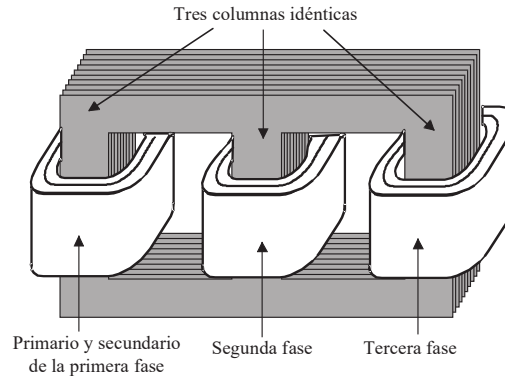


Figura 11: Circuito magnético y devanados de un transformador trifásico (Mora, 2008)

Devanados: Constituyen el circuito eléctrico del transformador, una representación gráfica se presenta en la Figura 12.

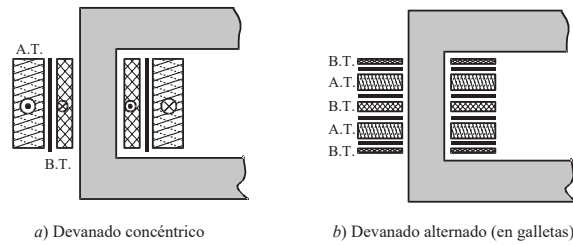


Figura 12: Devanados concéntricos y alternados. (Mora, 2008)

Sistema de Refrigeración: Dada la naturaleza del proceso, es claro que se observarán liberaciones de trabajo calorífico. Los cuales suponen una variación significativa de la temperatura en caso no se controlen, variación que conlleva un efecto perjudicial en la vida de los artefactos a emplear. Para tener una buena referencia se presenta una colección de datos útiles para el diseño:

<i>Denominación</i>	<i>Densidad (kg/m³)</i>	<i>Conductividad térmica (W/m °C)</i>	<i>Permitividad dieléctrica relativa</i>	<i>Rigidez dieléctrica (kV/cm)</i>
Hidrocarburos puros (aceite de trafo)	900	0,16	2,2	200
Pyralenos	1.820	0,01	4,5	290
Aceite de silicio	960	0,15	2,56	200 a 300
Aire	1.293	0,024	1	32

4.2.3. Generalidades en Transformadores Ideales

La Figura 13 muestra un transformador con N_P vueltas de alambre en su lado primario y N_S vueltas de alambre en su lado secundario. De acuerdo con lo observado en (6) la relación entre el voltaje $v_P(t)$ aplicado al lado primario del transformador y el voltaje $v_S(t)$ producido en el lado secundario es:

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$$

La relación entre la corriente $i_P(t)$ que fluye del lado primario del transformador y la

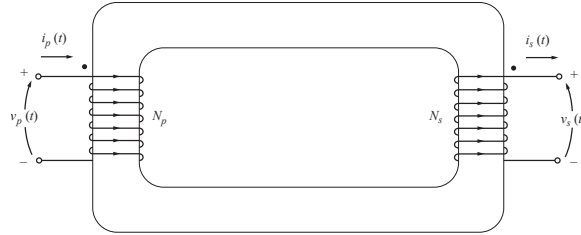


Figura 13: Diagrama de un transformador ([Chapman, 2012](#))

corriente $i_S(t)$ que sale del lado secundario del transformador es

$$N_P i_P(t) = N_S i_S(t), \quad \frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{1}{a}$$

En términos de cantidades fasoriales, estas ecuaciones son

$$\frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{V}_S} = a, \quad \frac{\mathbf{I}_P}{\mathbf{I}_S} = \frac{1}{a}$$

Potencia en el transformador ideal La potencia P_{catr} que el circuito primario suministra al transformador está dada por la ecuación

$$P_{\text{ealr}} = V_P I_P \cos \theta_P$$

donde θ_P es el ángulo entre el voltaje primario y la corriente primaria. La potencia P_{sal} que el circuito secundario del transformador suministra a la carga está dada por la ecuación

$$P_{\text{sal}} = V_S I_S \cos \theta_S$$

donde θ_5 es el ángulo entre el voltaje secundario y la corriente secundaria. Dado que los ángulos del voltaje y de la corriente no se ven afectados por el transformador ideal, $\theta_p = \theta_s = \theta$. Los devanados primario y secundario de un transformador ideal tienen el mismo factor de potencia. ¿Cómo es la potencia que entra en el circuito primario del transformador ideal en comparación con la potencia que sale del otro lado? Es posible averiguarlo con una simple aplicación de las ecuaciones de voltaje y corriente. La potencia que sale de un transformador es.

$$P_{\text{sal}} = V_S I_S \cos \theta$$

Si se aplican las ecuaciones de relación de vueltas, se tiene que $V_S = V_P/a$ y $I_S = aI_P$ entonces

$$P_{\text{sal}} = \frac{V_P}{a} (aI_P) \cos \theta$$

$$P_{\text{sal}} = V_P I_P \cos \theta = P_{\text{entr}}$$

Con esto la potencia de salida de un transformador ideal es igual a la potencia de entrada. Se aplica la misma relación a la potencia reactiva Q y a la potencia aparente S :

$$Q_{\text{catr}} = V_P I_P \sin \theta = V_S I_S \sin \theta = Q_{\text{sal}}$$

$$S_{\text{entr}} = V_P I_P = V_S I_S = S_{\text{sal}}$$

Transformación de impedancia a través de un transformador La impedancia de un dispositivo o un elemento se define como la relación entre el voltaje fasorial que actúa a través de él y la corriente fasorial que fluye a través de él:

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L}$$

Una de las propiedades interesantes de un transformador es que, debido a que cambia los niveles de voltaje y corriente, cambia la relación entre el voltaje y la corriente y, por lo tanto, la impedancia aparente de un elemento.

La impedancia aparente del circuito primario del transformador es

$$Z'_L = \frac{V_P}{I_P}$$

Ya que el voltaje primario se puede expresar como

$$V_P = aV_S$$

y la corriente primaria se puede expresar como

$$\mathbf{I}_P = \frac{\mathbf{I}_S}{a}$$

la impedancia aparente del primario es

$$Z'_L = \frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{I}_P} = \frac{a\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_S/a} = a^2 \frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_S}$$

$$Z'_L = a^2 Z_L$$

Con un transformador es posible hacer coincidir la magnitud de la impedancia de la carga con la impedancia de la fuente simplemente con seleccionar la relación de vueltas apropiada.

4.3. Transformador Monofásico real

La construcción de un transformador ideal es, en la práctica, un anhelo inalcanzable, el rayo de sol que Icaro jamás supero. Los que sí se pueden hacer, reconfortando la melancólica perspectiva ineficiente de una ingeniero, son transformadores reales: dos o más bobinas de alambre enrollado alrededor de un núcleo ferromagnético. Las características de un transformador real son muy parecidas a las de un transformador ideal, pero sólo hasta cierto punto, la optimización máxima se mejora cada día más, siendo esta la naturaleza de las investigaciones naturales de la carrera. Para comprender el funcionamiento observe la Figura 14. El transformador primario está conectado a una fuente de potencia de ca y el devanado secundario está abierto. La curva de histéresis del transformador se muestra en la Figura 15. La base de la operación de un transformador

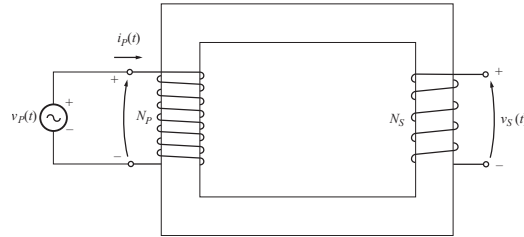


Figura 14: Dibujo de un transformador real sin carga en el secundario ([Chapman, 2012](#))

se puede derivar de la ley de Faraday escrita de la forma

$$e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt}$$

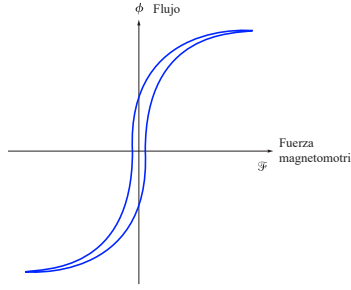


Figura 15: Curva de histéresis del transformador ([Chapman, 2012](#))

siendo λ es el flujo concatenado en la bobina a través de la cual se induce el voltaje, la suma del flujo que pasa a través de cada vuelta en todas las vueltas de la bobina:

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \phi_i$$

El flujo concatenado total a través de una bobina no es exactamente $N\phi$, puesto que el flujo que pasa a través de cada vuelta es ligeramente diferente del flujo en las demás, lo cual depende de la posición de la vuelta dentro de la bobina. Por ende definimos el flujo promedio por vuelta en una bobina:

$$\bar{\phi} = \frac{\lambda}{N}$$

con esto la ley de Faraday se puede escribir cómo:

$$e_{\text{ind}} = N \frac{d\bar{\phi}}{dt}$$

Relaciones de Voltaje:

La porción del flujo que pasa a través de una de las bobinas del transformador, pero no a través de la otra, se llama flujo disperso. El flujo en la bobina primaria del transformador se puede dividir en dos componentes: un flujo mutuo que permanece en el núcleo y uno ambos devanados, y un flujo disperso mínimo que pasa a través del devanado primario pero regresa a través del aire, sin cruzar por el devanado secundario:

$$\bar{\phi}_P = \phi_M + \phi_{DP}$$

Hay una división similar del flujo en el devanado secundario entre flujo mutuo y flujo disperso que pasa a través del devanado secundario pero regresa a través del aire sin tocar el devanado primario:

$$\bar{\phi}_S = \phi_M + \phi_{DS}$$

Con la división del flujo primario promedio en los componentes mutuo y disperso, la ley de Faraday para el circuito primario se puede expresar como

$$\begin{aligned} v_P(t) &= N_P \frac{d\bar{\phi}_P}{dt} \\ &= N_P \frac{d\phi_M}{dt} + N_P \frac{d\phi_{DP}}{dt} \end{aligned}$$

El primer término de esta expresión se puede llamar $e_P(t)$ y el segundo término se puede llamar $e_{DP}(t)$ - De este modo, la ecuación (2 – 21) puede escribirse así

$$v_P(t) = e_P(t) + e_{DP}(t)$$

El voltaje en la bobina secundaria del transformador también se puede expresar en términos de la ley de Faraday como

$$\begin{aligned} v_S(t) &= N_S \frac{d\bar{\phi}_S}{dt} \\ &= N_S \frac{d\phi_M}{dt} + N_S \frac{d\phi_{DS}}{dt} \\ &= e_S(t) + e_{DS}(t) \end{aligned}$$

El voltaje primario debido al flujo mutuo está dado por

$$e_P(t) = N_P \frac{d\phi_M}{dt}$$

y el voltaje secundario debido al flujo mutuo está dado por

$$e_S(t) = N_S \frac{d\phi_M}{dt}$$

Nótese de estas dos ecuaciones que

$$\frac{e_P(t)}{N_P} = \frac{d\phi_M}{dt} = \frac{e_S(t)}{N_S}$$

Por lo tanto,

$$\frac{e_p(t)}{e_s(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$$

Esta ecuación significa que la razón entre el voltaje primario causado por el flujo mutuo y el voltaje secundario causado por el flujo mutuo es igual a la relación de vueltas del transformador. Puesto que en un transformador bien disellado $\phi_M \phi_{be}$ y $\phi_M \phi_{DS}$ la relación del voltaje total en el primario de un transformador con el voltaje en el secundario de un transformador es aproximadamente

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$$

4.3.1. Caída de tensión y eficiencia:

El diagrama fasorial de un transformador puede representarse, haciendo exageraciones gráficas que faciliten la comprensión se ve en Figura 16. El triángulo de caída de tensión

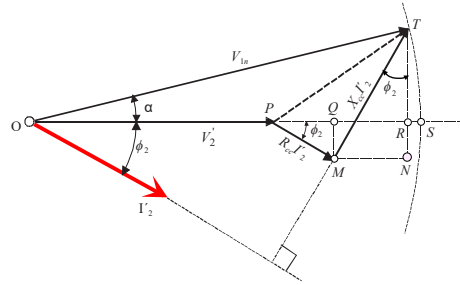


Figura 16: Diagrama fasorial de un transformador en carga, adaptado de (Mora, 2008)

PTM se denomina triángulo de Kapp. Teniendo en cuenta que se cumple:

$$|PR| = |PQ| + |QR| = |PQ| + |MN|$$

resulta:

$$|PR| = R_{cc}I_2' \cos \varphi_2 + X_{cx}I_2' \sin \varphi_2$$

por lo que la caída absoluta de tensión tendrá un valor:

$$V_{1n} - V_2' = R_{cc}I_2' \cos \varphi_2 + X_{cx}I_2' \sin \varphi_2$$

Se denomina índice de carga C de una máquina eléctrica, al cociente entre la potencia aparente útil y la nominal asignada por el fabricante. En el caso de un transformador

la potencia aparente útil, S_2 es la potencia aparente que da el secundario, que es el producto de la tensión secundaria por la corriente específica secundaria I_2 con la que trabaja y como quiera que la potencia asignada S_{2n} es el producto $V_2 I_{2n}$, se deduce que el índice de carga de un transformador se puede expresar de una forma equivalente por los siguientes cocientes:

$$C = \frac{S_2}{S_{2n}} = \frac{V_{2n} I_2}{V_{2u} I_{2n}} = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{I'_2}{I'_{2u}} \approx \frac{I_1}{I_{1n}}$$

es por ello que, en función del índice de carga con el que trabaja el transformador, se puede escribir:

$$V_{1n} - V'_2 = C R_{cc} I'_{2n} \cos \varphi_2 + C X_{wc} I'_{2n} \sin \varphi_2$$

o en valores relativos:

$$\varepsilon_c = \frac{V_{1n} - V'_2}{V_{1n}} \cdot 100 \% = C \varepsilon_{R_{cc}} \cos \varphi_2 + C \varepsilon_{x_{wc}} \sin \varphi_2$$

donde se ha tenido en cuenta que: $\varepsilon_{ce} = \frac{Z_{cc} I_{1n}}{V_{1n}} \cdot 100$.Se debe recordar que se cumple:

$$P_{Fe} = P_0 \quad ; \quad [P_{cu}]_n = P_{cc} = R_{cc} I_{2n}^2$$

En general, para una corriente secundaria I_2 (o reducida I'_2) se cumplirá:

$$P_{cu} = R_{cc} I_2'^2$$

La potencia perdida en el cobre en cualquier régimen de carga se podrá expresar como:

$$P_{cu} = R_{cc} I_2'^2 = C^2 P_\alpha$$

Como en cualquier máquina eléctrica, el rendimiento es el cociente entre la potencia útil o potencia secundaria y la potencia total o de entrada en el primario, es decir:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_p}$$

donde P_p representa la potencia perdida. Si el secundario suministra una corriente I_2 a la tensión V_2 con f.d.p. $\cos \varphi_2$, se tendrá:

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = C V_2 I_{2n} \cos \varphi_2; P_p = P_{Fe} + P_{cu} = P_0 + C^2 P_{cc}$$

donde se ha hecho uso de las relaciones trigonométricas previamente presentadas; por consiguiente, el rendimiento del transformador resulta ser:

$$\eta = \frac{CV_2I_{2n} \cos \varphi_2}{CV_2I_{2n} \cos \varphi_2 + P_0 + C^2P_{cc}}$$

donde el producto V_2I_{2n} representa la potencia asignada del transformador en kVA. Se observa que el rendimiento empeora cuanto menor es el f.d.p. de la carga y cuanto menor es el índice de carga. El rendimiento es máximo, para una determinada carga para la cual coinciden las pérdidas fijas y variables, es decir, cuando se cumple:

$$P_0 = C_{opt}^2 P_{cc}$$

resultando un índice de carga óptimo al cual se obtiene el rendimiento máximo dado por:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$$

4.4. Transformadores Trifásicos

Los transformadores para los circuitos trifásicos se pueden fabricar de dos formas. Una de ellas consiste simplemente en tomar tres transformadores monofásicos y conectarlos en un banco trifásico. Otra alternativa es construir transformadores trifásicos con tres grupos de devanados enrollados en un núcleo común. Esto se representa en la figura 17. Un transformador trifásico consta de tres transformadores, ya sea separados o combinados

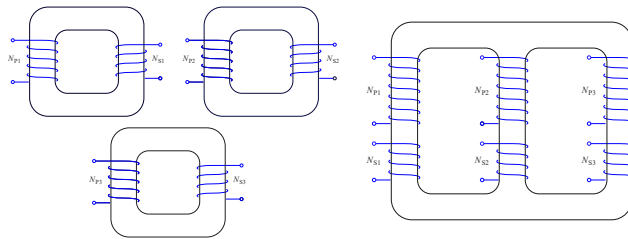


Figura 17: Diagramas de transformadores trifásicos, adaptado de ([Chapman, 2012](#))

sobre un solo núcleo. Los primarios y secundarios de cualquier transformador trifásico se pueden conectar independientemente en ye (Y) o en delta (Δ). Por lo que tendremos un total de cuatro conexiones posibles en el banco de un transformador trifásico. Los tipos de acoplamientos se presentan en la Figura 19.

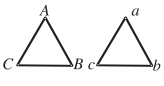
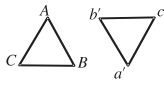
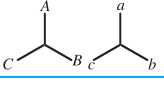
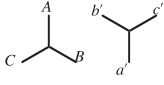
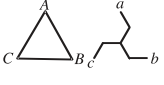
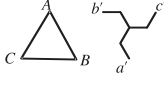
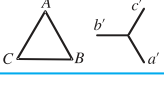
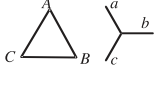
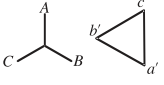
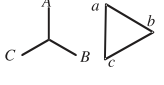
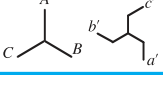
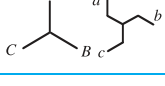
Índice horario (grados)	Símbolo acoplamiento	Diagrama fasorial A.T. B.T.	Índice horario (grados)	Símbolo acoplamiento	Diagrama fasorial A.T. B.T.
0 (0°)	Dd0		6 (180°)	Dd6	
	Yy0			Yy6	
	Dz0			Dz6	
5 (150°)	Dy5		11 (330°)	Dy11	
	Yd5			Yd11	
	Yz5			Yz11	

Figura 18: Tipos de acoplamientos de transformadores trifásicos (Mora, 2008)

4.4.1. CONEXIÓN YE-YE

La relación de voltaje general en el transformador es:

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}} = a$$

El circuito, junto a los demás se muestran en la Figura a.

4.4.2. CONEXIÓN YE-DELTA

Se muestra en la Figura b. La relación de voltaje de cada fase es:

$$\frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a$$

por lo que la relación general entre el voltaje de línea en el lado primario del banco y el voltaje de línea en el lado secundario del banco es:

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{V_{\phi S}} \Rightarrow \frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \sqrt{3}a$$

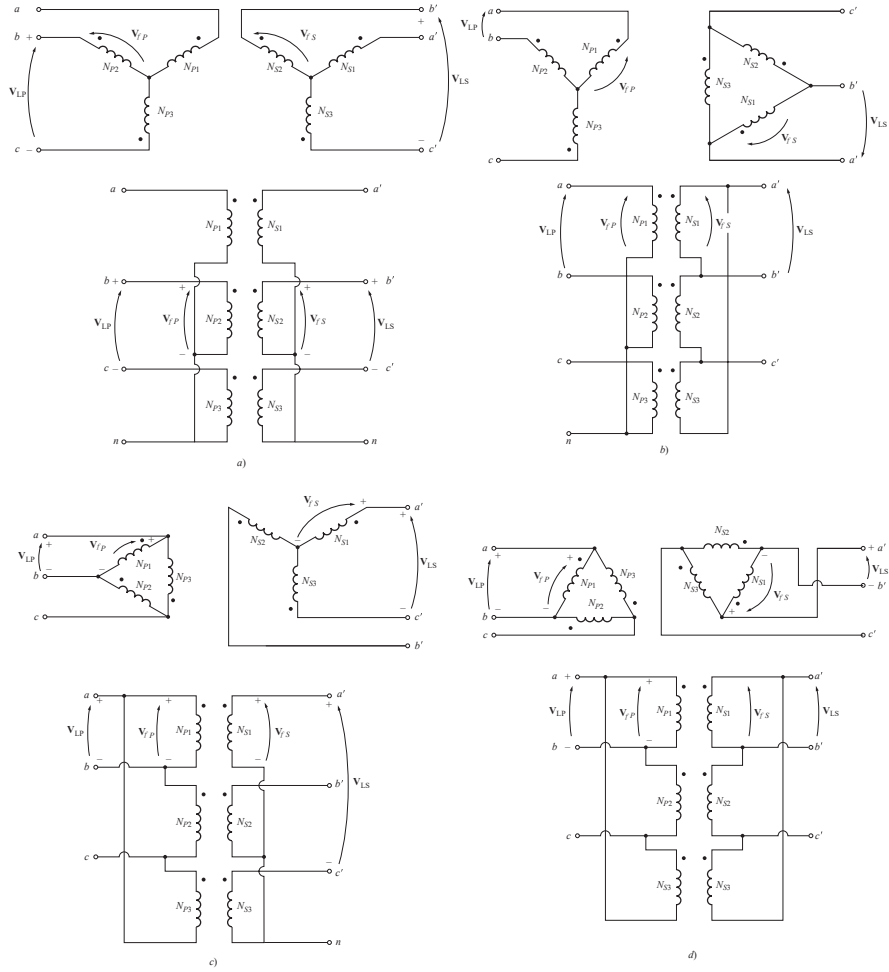


Figura 19: Gráficas de conexiones en transformadores trifásicos ([Chapman, 2012](#))

4.4.3. CONEXIÓN DELTA-YE

Se muestra en la Figura c. La relación de voltaje de línea a línea en esta conexión es:

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}} \Rightarrow \frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

4.4.4. CONEXIÓN DELTA-DELTA

Se muestra en la Figura d. La relación de voltaje de línea a línea en esta conexión es:

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a$$

4.5. Autotransformadores

El autotransformador es un transformador especial formado por un devanado continuo, que se utiliza a la vez como primario y secundario, por lo que las tensiones de alimentación y salida no van aisladas entre sí. A diferencia del transformador de dos devanados, un autotransformador transfiere energía entre los dos circuitos, en parte por acoplamiento magnético y en parte por conexión eléctrica directa. La mayor parte de los autores referenciados dan un tratado amplio, que difiere en el enfoque, de este aparato, no obstante consideramos que las siguientes relaciones de voltajes son las mas empleables. Es muy fácil determinar la relación entre \mathbf{V}_H y \mathbf{V}_B . El voltaje en el lado de alto voltaje del autotransformador está dado por

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{SE}$$

Pero $\mathbf{V}_C/\mathbf{V}_{SE} = N_C/N_{SE}$, entonces

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_C + \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{V}_C$$

Finalmente, si se tiene en cuenta que $\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_C$ se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_H &= \mathbf{V}_B + \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{V}_L \\ &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \mathbf{V}_L \\ \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{V}_A} &= \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \end{aligned}$$

Se puede encontrar la relación de corriente entre los dos lados del transformador si se tiene en cuenta que

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_{SE}$$

De las relaciones tradidiconales podemos extender que , $\mathbf{I}_C = (N_{SE}/N_C) \mathbf{I}_{\S E-}$. Entonces:

$$\mathbf{I}_L = \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{I}_{SE} + \mathbf{I}_{SE}$$

Finalmente, tomando en cuenta que $\mathbf{I}_H = \mathbf{I}_{SE}$, se llega a

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_L &= \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_H \\ &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \mathbf{I}_H \\ \frac{\mathbf{I}_L}{\mathbf{I}_H} &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}\end{aligned}$$

4.6. Vector de Poynting de un transformador

Se denomina *vector de Poynting* al vector cuyo módulo representa la intensidad instantánea de energía electromagnética que fluye a través de una unidad de área perpendicular a la dirección de propagación de la onda electromagnética, y cuyo sentido es el de propagación. Formalmente se define como el producto vectorial del campo eléctrico y el campo magnético. En el caso de un transformador ideal este concepto ayuda a comprender de manera más física el flujo de la energía y poder el artefacto tratado a lo largo de la sección. Para esto podemos citar a (Newcomb, 1984) y (Edwards y Saha, 2011). Plantearemos el caso para un transformador toroidal casi ideal. Se supondrá en todo momento que $a < b$, donde b y a son los radios mayor y menor del núcleo toroidal, y que el material del núcleo es de permeabilidad infinita.

Tomemos el eje z de nuestro sistema de coordenadas a lo largo de la línea que une los devanados primario con el secundario (estos están separados por 180° en el núcleo toroidal), con $z = 0$ en el centro de la toro. El patrón de líneas de campo eléctrico y magnético en el plano medio, $z = 0$, es cualitativamente como se muestra en la Figura 20 Las dos ecuaciones de Maxwell relevantes en el plano medio se reducen a

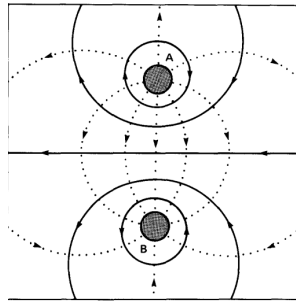


Figura 20: Líneas de campo eléctrico y magnético (Newcomb, 1984)

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -j\omega B_z = 0 \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j\omega D_z = 0\end{aligned}$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son las intensidades del campo eléctrico y magnético, \mathbf{D} y \mathbf{B} son las inducciones eléctricas y magnéticas, y ω es la frecuencia en radianes. (Aquí se hace uso de la simetría de reflexión a través del plano medio, lo que implica $B_x = D_z = 0$ para $z = 0$). De ello se deduce que los campos en el plano medio se pueden expresar como

$$\mathbf{E} = \nabla\alpha, \quad \mathbf{H} = \nabla\beta$$

donde α y β son funciones de x y y . La función α tiene varios valores. Si Φ denota el flujo del núcleo, entonces la efm que une al núcleo es

$$v = -j\omega\Phi$$

y este es también el incremento total en α alrededor de cada línea de campo eléctrico. Además, si i denota el emf entre las dos secciones del núcleo con el plano medio (representado en la figura por los círculos sombreados A y B), entonces i es también el incremento total en β de A a B.

El vector de Poynting complejo en el plano medio es $(0, 0, Q)$, donde

$$\begin{aligned}Q &= E_x^* H_y - E_y^* H_x \\ &= \frac{\partial \alpha^*}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \alpha^*}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{\partial(\alpha^*, \beta)}{\partial(x, y)}\end{aligned}$$

La potencia compleja que cruza los dos elementos $dx dy$, entonces:

$$Q dx dy = d\alpha^* d\beta$$

El poder complejo integrado sobre toda la región exterior al núcleo es

$$\begin{aligned}P &= \int Q dx dy \\ &= \int_0^{v^*} d\alpha^* \int_0^i d\beta = iv^*\end{aligned}$$

(Suponemos que las condiciones de contorno $H_t = E_n = 0$ en la superficie del núcleo,

donde t y n denotan las componentes tangencial y normal. La primera condición es un resultado directo de la permeabilidad infinita, y el segundo es aproximadamente válido para $a < b$.)

Ambos campos \mathbf{E} y \mathbf{H} están asociados con desviaciones del comportamiento ideal: respectivamente, una capacitancia en derivación y una inductancia en serie en el circuito equivalente del transformador. Supongamos al principio que ambos son insignificantes. En ese caso, se satisfarán ambas relaciones de circuito ideal-transformador:

$$i_1 = i_2 = i \quad (7)$$

$$v_1 = v_2 = v \quad (8)$$

Aquí, i y v sin subíndices denotan la mmf y la efm en el plano medio, y los símbolos subíndices correspondientes se refieren a las mismas cantidades en la vecindad de los devanados. Supongamos que los devanados primario y secundario se componen de N_1 y de N_2 vueltas, respectivamente. El primario y Corrientes y voltajes secundarios, entonces, son

$$\begin{aligned} I_1 &= i_1/N_1, & I_2 &= i_2/N_2 \\ V_1 &= N_1 v_1, & V_2 &= N_2 v_2 \end{aligned}$$

El flujo de potencia de acuerdo con la teoría de circuito elemental es $P = I_1 V_1 = I_2 V_2^* = i v^*$ es decir, lo mismo que se calculó anteriormente a partir del vector de Poynting.

Escribamos ahora el flujo eléctrico que une el núcleo como Cv , y el flujo magnético de fuga desde el brazo superior al inferior del núcleo como Li . (Está claro que son, respectivamente. Proporcionales a v y a i . Si incluimos estos efectos adicionales, entonces las relaciones del circuito (7) y (8) se modifican a

$$i_1 - i_2 = j\omega C_D \quad (9)$$

$$v_1 - v_2 = j\omega Li \quad (10)$$

(Tenga en cuenta que, como resultado de la permeabilidad infinita, la mmf total alrededor del circuito magnético del núcleo debe ser cero. Esto incluye la contribución de la corriente de desplazamiento $j\omega C_D v$.) Por consideraciones dimensionales elementales, se obtienen

fácilmente las siguientes expresiones para la capacitancia e inductancia equivalentes:

$$C = \epsilon_0 \gamma b \ln |b/a|$$

$$L = \mu_0 \lambda b [\ln(b/a)]^{-1}$$

donde γ y λ son constantes numéricas positivas de unidad de orden (que no intentamos calcular aquí). Los parámetros correspondientes referidos a los lados primario y secundario (en el circuito equivalente del transformador estándar) son $C_1 = C/N_1^2$, $L_1 = LN_1^2$, $C_2 = C/N_2^2$, $L_2 = LN_2^2$. La coherencia de nuestro procedimiento requiere que los términos de corrección que aparecen en el lado derecho de (13) y (14) sean pequeños en comparación con los términos dominantes de la izquierda. En ese caso, solo se comete un error de segundo orden si i_1 o i_2 se sustituye por i y v_1 o v_2 por v . Probablemente, por motivos de simetría, la elección más precisa sería la media de las dos:

$$i = \frac{1}{2} (i_1 + i_2), \quad v = \frac{1}{2} (v_1 + v_2)$$

En conclusión, observemos que hay algo paradójico en la noción de un transformador estrictamente ideal, en el sentido de uno que satisface las relaciones de circuito transformador ideal (7) y (8) exactamente. Si tal cosa existiera, podríamos revertir los argumentos anteriores y concluir que ambos \mathbf{E} . y \mathbf{H} debe desaparecer en la región exterior, por lo que es imposible tener en cuenta el flujo de energía. Sin embargo, también se debe enfatizar que el uso de relaciones ideal-transformador es perfectamente legítimo como una aproximación asintótica en el límite de baja frecuencia. Ambos términos de corrección en (9) y (10) tienden a cero mientras $\omega \rightarrow 0$.

5. Procedimiento

- Verificar las características físicas del transformador monofásico, sus datos de placa e identificar sus partes principales.
- Medir con el multímetro y anotar las resistencias de los bobinados de los lados de alta y baja del transformador, asimismo anotar la temperatura ambiente.
- Medir y anotar las resistencias de aislamiento: AT-BT, AT-Masa, BT-Masa.

1. OBTENCIÓN DE RESISTENCIAS EN D.C:

Este ensayo debe ser el primero en realizarse, y para efectuarlo el transformador

debe de haber estado desconectado de la red lo suficiente para garantizar que el bobinado se encuentre a la temperatura ambiente y desenergizado (al menos 4 horas). Se utiliza el método de la caída de potencial acorde a la norma IEC-60076. Para llevarlo a cabo es necesario enseriar una resistencia a dos terminales cualesquiera del transformador, y alimentar esta conexión con una fuente de tensión continua. Se debe tomar en cuenta la conexión de las bobinas tanto en el primario como en el secundario para obtener el valor resistivo de cada una. El valor de la

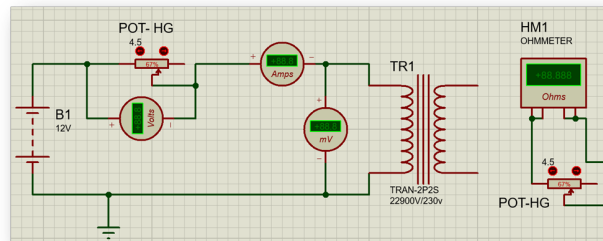


Figura 21: Primer paso

resistencia en serie es de gran importancia, ya que permite estabilizar más rápido el transitorio del circuito R-L formado, de manera que los instrumentos usados no se dañen. Corregir los valores de las resistencias medidas a la temperatura de 75°C. El circuito representando en un simulador se ve en la Figura 21.

2. ENSAYO EN LA RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN:

Conectar el autotransformador (Variac) al lado de baja tensión del transformador luego regular el voltaje de salida del autotransformador empezando de 220 y disminuyendo cada 10 voltios hasta 180 voltios, anotar el voltaje en el lado de alta tensión del transformador. Ver Figura 22

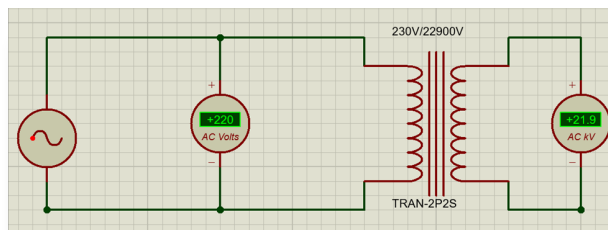


Figura 22: Segundo paso

3. ENSAYO EN VACIO:

Ajustando el auto transformador, variar la tensión hasta que el voltímetro indique el valor nominal (220) voltios. Mediante el mismo proceso, reducir la tensión desde 110 % de la tensión nominal hasta cero voltios y registrar 10 lecturas de corriente, tensión y potencia. Ver Figura 23

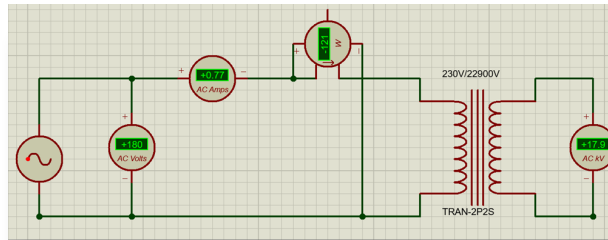


Figura 23: Tercer paso

4. ENSAYO EN CORTOCIRCUITO:

A partir de cero voltios aumentar gradualmente la tensión hasta lograr la corriente Nominal en el lado de 220 v. Registrar las lecturas de tensión, corrientes y las pérdidas en carga dada por el vatímetro en condiciones de corrientes nominales. Cambiar la corriente del lado de 220 voltios en etapas desde 110 % hasta 70 % de la corriente nominal y registrar las lecturas de los instrumentos. Ver Figura 24

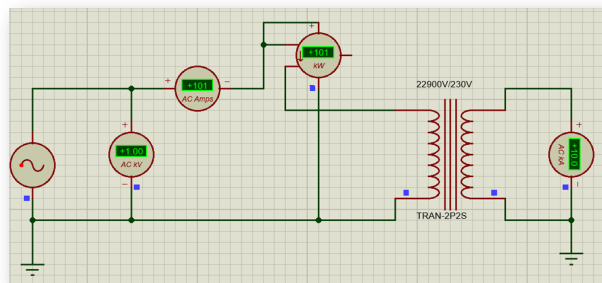


Figura 24: Cuarto paso

5. ENSAYO CON CARGA:

- Con el circuito anterior desenergizado, conectar a la salida la resistencia de carga. Excitar el transformador a tensión y frecuencias nominales.

- Ajustar el valor de la resistencia de carga para obtener 5 valores de corriente en el secundario en un rango del 20 % al 100 % de la intensidad nominal secundaria, registrando la intensidad nominal secundaria y las lecturas de los demás instrumentos.
- Desconectar la carga y medir la tensión del primario para los valores anotados en las diferentes condiciones de cargas fijadas anteriormente.
- Repetir los pasos anteriores conectando en paralelo un motor eléctrico de 110 voltios.
- Repetir los pasos anteriores conectando en paralelo un motor eléctrico de 110 voltios con un condensador.

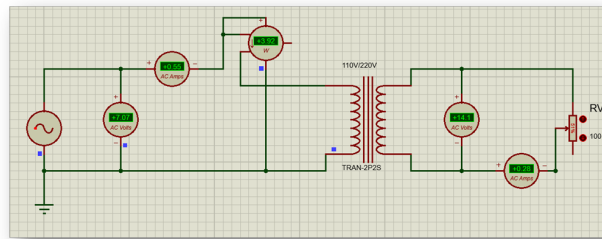


Figura 25: Quinto paso

6. Experimentación:

1. Primero hacemos la *obtención de resistencias en dc.* (Figura 26)

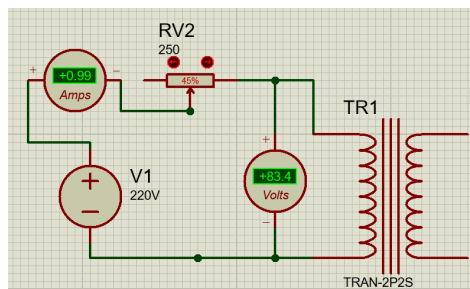


Figura 26: Primer paso

2. Ensayo en la relación de transformación (Figura 27):

Donde se obtuvieron los resultados:

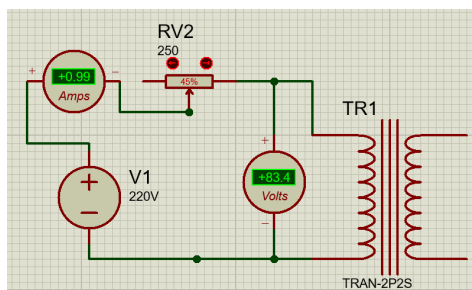


Figura 27: Segundo paso

Voltaje de entrada	Voltaje de salida	Potencia Entrada(W)	Potencia Salida(W)
1.59	17.4	2.89	31.7
1.54	16.8	2.8	30.6
1.49	16.3	2.71	29.7
1.44	15.8	2.62	28.7
1.39	15.3	2.53	27.8
1.34	14.8	2.44	26.9
1.29	14.3	2.35	26
1.24	13.8	2.26	25.1
1.19	13.3	2.17	24.2
1.14	12.8	2.08	23.3
1.09	12.3	1.99	22.4
1.04	11.8	1.9	21.5
0.99	11.3	1.8	20.6

3. Ensayo en el vacío. Diagrama mostrado en Figura 28.

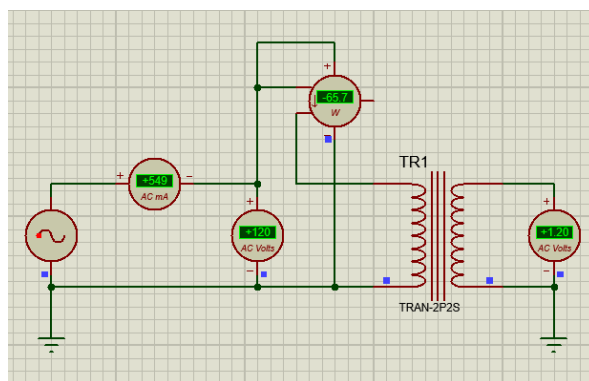


Figura 28: Tercer paso

Donde se obtuvieron los resultados:

V de entrada (V)	V de Salida (V)	I entrada (mA)	Pot (W)
120	1.2	549	65.88
108	1.08	494	53.35
96	0.96	439	42.14
84	0.84	384	32.25
72	0.72	329	23.68
60	0.6	274	16.44
48	0.48	219	10.51
36	0.36	164	5.9
24	0.24	109	2.6
12	0.12	54	0.65
0	0	0	0

4. Ensayo de corto circuito. El diagrama se muestra en la Figura 29:

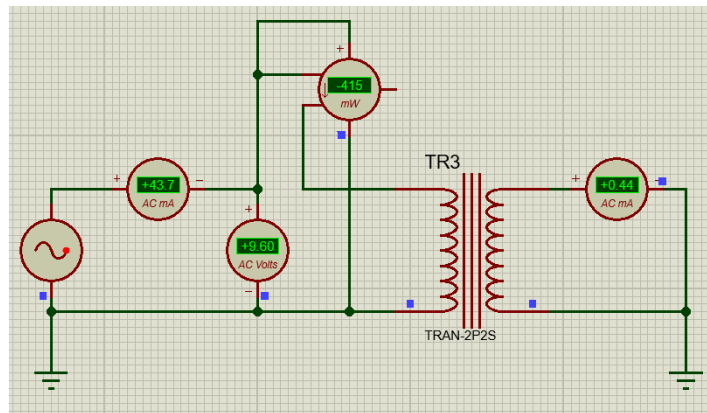


Figura 29: Cuarto paso

Donde se obtuvieron los resultados:

V de entrada (V)	V de Salida (V)	I entrada (mA)	Pot (mW)
0	0	0	0
1.2	0.01	5.3	6
2.4	0.02	10.7	25
3.6	0.03	16.2	58
4.8	0.04	21.7	104
6	0.06	27.2	163
7.2	0.07	32.7	235
8.4	0.08	38.2	320
9.6	0.09	43.7	415

5. Ensayo con carga. El diagrama se puede ver en la Figura 30

Los datos obtenidos fueron:

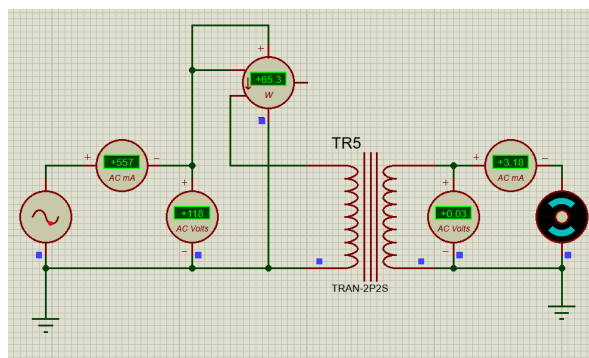


Figura 30: Quinto paso

ENTRADA				SALIDA		
V (volt)	I (mA)	POT (W)	COS(ϕ)	V (volt)	I (mA)	POT(W)
119	557	65.3	0.98517	0.03	3.18	0.095
108	494	53.3	0.99214	0.03	2.82	0.084
96	450	43.2	0.99216	0.03	2.46	0.073
84	395	33.1	0.9922	0.02	2.21	0.044
72	340	24.5	0.9923	0.02	1.96	0.039
60	285	17.1	0.9928	0.01	1.68	0.016
48	230	11	0.993	0.01	1.42	0.014
36	175	6.3	0.9931	0.01	1.21	0.012
24	120	2.8	0.9933	0.009	0.88	0.007
12	65	0.78	0.9935	0.009	0.65	0.005

7. Cuestionario

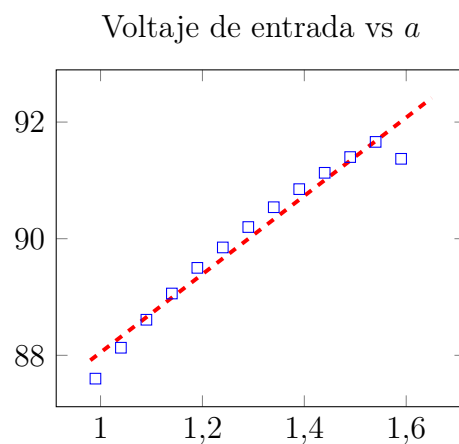
1. ¿A qué se debe la diferencia entre los resultados obtenidos al medir las resistencias de los arrollamientos con el multímetro y con el método empleado? ¿Cuál es más confiable y por qué?

Respuesta: Por lo que se ha podido comprobar, el método más confiable es el método con corriente directa (DC), gracias a que los valores obtenidos son mucho más precisos. El motivo de la discrepancia entre los valores obtenidos al medir la resistencia se debe al estado transitoria producido por la inductancia del devanado. \square

2. De la prueba de relación de transformación, graficar la relación de transformación vs Voltaje de entrada y explicar los resultados.

Demostración. Los datos serán:

Voltaje de entrada (V)	Voltaje de salida (mV)	a
1.59	17.4	91.37931
1.54	16.8	91.66667
1.49	16.3	91.41104
1.44	15.8	91.13924
1.39	15.3	90.84967
1.34	14.8	90.54054
1.29	14.3	90.20979
1.24	13.8	89.85507
1.19	13.3	89.47368
1.14	12.8	89.0625
1.09	12.3	88.61789
1.04	11.8	88.13559
0.99	11.3	87.61062



□

3. Tabular las resistencias medidas a los arrollamientos de las bobinas (lados de alta y de baja) y determinar las resistencias promedios (lados de alta y de baja), asimismo, determinar dichas resistencias referidos a la temperatura de 75°

Respuesta: Nuestra tabla será:

Voltaje de entrada (V)	Voltaje de salida (mV)	a
1.59	17.4	91.37931
1.54	16.8	91.66667
1.49	16.3	91.41104
1.44	15.8	91.13924
1.39	15.3	90.84967
1.34	14.8	90.54054
1.29	14.3	90.20979
1.24	13.8	89.85507
1.19	13.3	89.47368
1.14	12.8	89.0625
1.09	12.3	88.61789
1.04	11.8	88.13559
0.99	11.3	87.61062

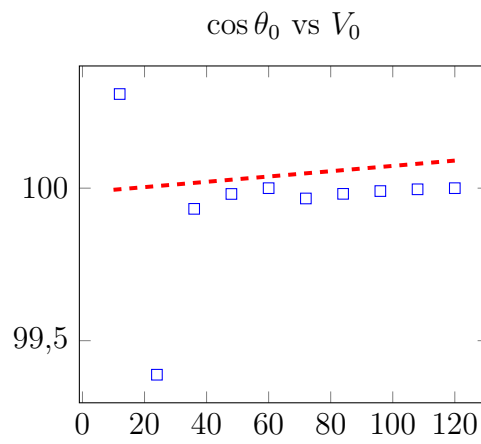
□

4. Del ensayo de vacío trazar las curvas de factor de potencia $\cos \theta_0$ (%), potencia consumida P_0 (W) y corriente en vacío I_0 (A) como funciones de la tensión de alimentación, asimismo graficar la curva relación de transformación.

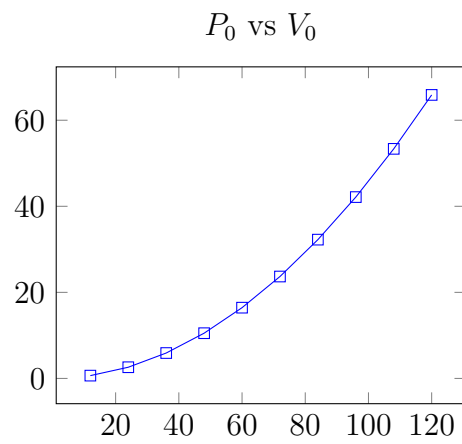
Respuesta: Nuestra tabla será:

V de entrada (V)	V de Salida (V)	I vacío (mA)	Pot (W)	$\cos(\theta) = \frac{\text{Pot}}{V \text{ de entrada} \cdot I \text{ vacío}} \cdot 100\%$
120	1.2	549	65.88	100.0000
108	1.08	494	53.35	99.9963
96	0.96	439	42.14	99.9905
84	0.84	384	32.25	99.9814
72	0.72	329	23.68	99.9662
60	0.6	274	16.44	100.0000
48	0.48	219	10.51	99.9810
36	0.36	164	5.9	99.9322
24	0.24	109	2.6	99.3884
12	0.12	54	0.65	100.3086

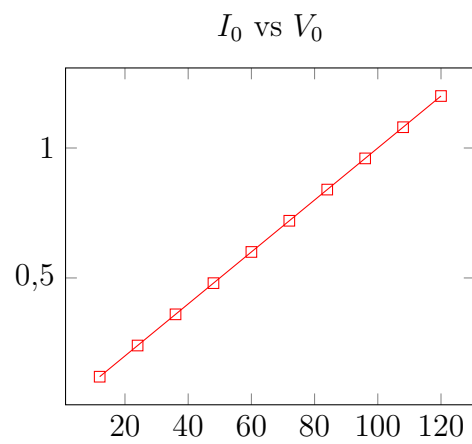
Ahora vemos que nuestras gráficas son:



Del mismo modo:



Y por último:



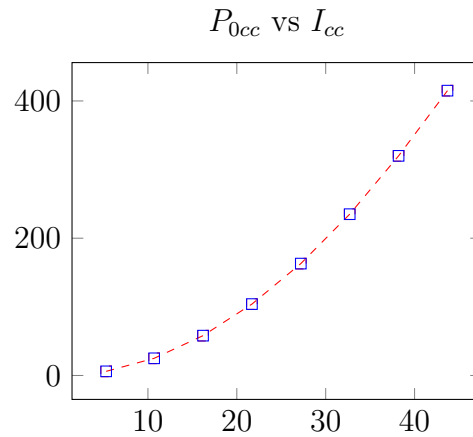
□

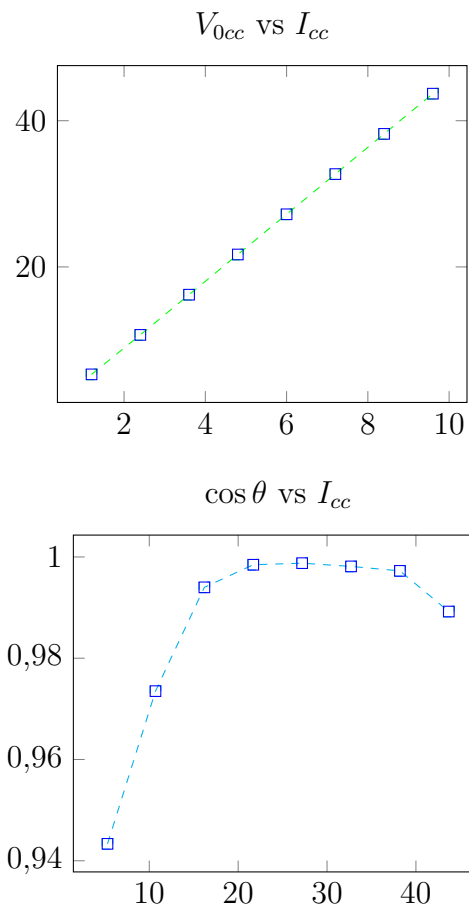
5. Del ensayo de cortocircuito graficar a partir de las lecturas la potencia consumida P_{cc} (W), la tensión de cortocircuito V_{sc} (V) y el factor de potencia de cortocircuito $\cos \theta_{sG}$ (%) como funciones de la corriente de cortocircuito I_{cg} (A).

Respuesta: Nuestra tabla será:

V de entrada (V)	I entrada (mA)	Pot (mW)	cos (θ)
1.2	5.3	6	0.943396226
2.4	10.7	25	0.973520249
3.6	16.2	58	0.994513032
4.8	21.7	104	0.998463902
6	27.2	163	0.99877451
7.2	32.7	235	0.998131159
8.4	38.2	320	0.997257542
9.6	43.7	415	0.989225782

Con esto:

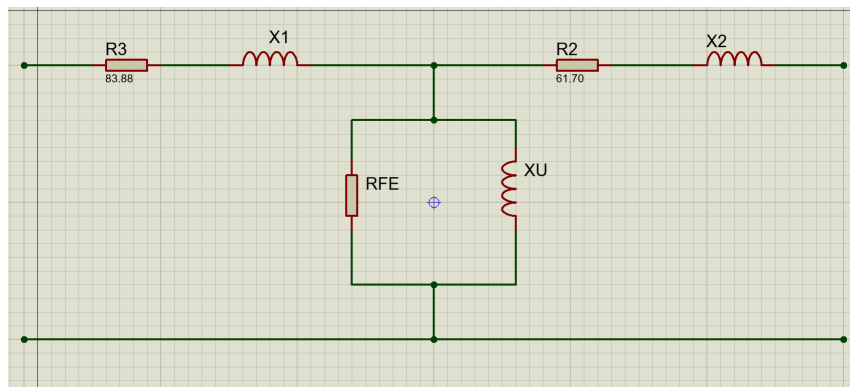




□

6. Utilizando los datos de las dos primeras pruebas hallar el circuito equivalente exacto del transformador para condiciones nominales

Respuesta: Primero veamos:



□

Donde: Conductancia de $RFe = 0,00451389$

Admitancia de $Y = 218,57923$

$b = 218,57922$

7. Con el circuito equivalente aproximado trazar el diagrama circular del transformador, es decir, V_a vs I_a .

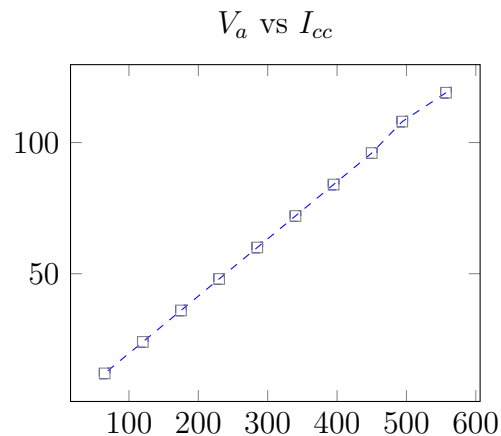
8. Con los datos del ensayo con carga a factor de potencia 1, graficar la curva V_a vs I_a , y compararlo con el gráfico encontrado en 4.5 Explicar las diferencias.

Respuesta: La tabla con los datos es:

Voltaje de entrada (V)	Voltaje de salida (mV)	a
1.59	17.4	91.37931
1.54	16.8	91.66667
1.49	16.3	91.41104
1.44	15.8	91.13924
1.39	15.3	90.84967
1.34	14.8	90.54054
1.29	14.3	90.20979
1.24	13.8	89.85507
1.19	13.3	89.47368
1.14	12.8	89.0625
1.09	12.3	88.61789
1.04	11.8	88.13559
0.99	11.3	87.61062

$$V_a = V_{02} - V_2$$

Teniendo la gráfica:



□

9. Para las diversas cargas determinar la caída de tensión interna μ en % según la expresión

$$\mu(\%) = \frac{V_{02} - V_0}{V_{02}} \cdot 100$$

Respuesta: :

Va	V02 (volt)	μ %
118.97	119	0.0252101
107.97	108	0.0277778
95.97	96	0.0312500
83.98	84	0.0238095
71.98	72	0.0277778
59.99	60	0.0166667
47.99	48	0.0208333
35.99	36	0.0277778
23.991	24	0.0375000
11.991	12	0.0750000

□

9. Calcular la regulación de tensión para carga nominal con $\cos \varphi = 0,8$ capacitivo. Asimismo, calcular la eficiencia del transformador para estas condiciones:

$$\eta = \frac{V_{AN} I_{AN} \cos(\theta)}{V_{2N} I_{2N} \cos(\theta) + P_0 + P_L (75C^\circ)}$$

Respuesta:

S1 (VA)	S2 (VA)	η
66.283	55.882353	0.8430873
53.352	49.411765	0.9261464
43.2	42.941176	0.9940087
33.18	25.882353	0.7800589
24.48	22.941176	0.9371396
17.1	9.4117647	0.5503956
11.04	8.2352941	0.7459506

□

10. Comparar las pérdidas en el cobre (I_{1s}) $R_T(W)$ con las pérdidas de carga P_L (75°C) dada por la expresión:

$$P_{L(75C)} = I_{1N}^2 R_1 + \frac{(273 + 75)}{(235 + t)} + (P_{CC}(t) - I_{1N}^2 R_1) \cdot \frac{(273 + t)}{(273 + 75)}$$

11. Comparar los valores obtenidos con los valores indicados en el protocolo de Pruebas del transformador, indicar % de error y explicar las posibles causas de la diferencia. Las experiencias fueron realizadas en un software de simulación de circuitos eléctricos, el cual considera elementos ideales. Por tal motivo no se obtuvieron errores respecto a los valores indicados en los transformadores.

12. Para el ensayo con carga y tomando como referencia los voltajes suministrados por la red, las corrientes medidas por el amperímetro y el circuito equivalente aproximado del transformador, plantear y resolver el circuito respectivo. Determinar las potencias consumidas por cada carga y su respectivo factor de potencia. Comparar, los resultados obtenidos al resolver el circuito, con los medidos por los respectivos instrumentos (vatímetro y sosisímetro), indicar % de error y las posibles causas de los mismos.

Las experiencias fueron realizadas en un software de simulación de circuitos eléctricos, el cual considera elementos ideales. Por tal motivo no se obtuvieron errores respecto a los valores indicados en los transformadores.

8. Conclusiones:

1. El dispositivo empleado en el presente informe tiene un buen diseño dado que $\mu\%$ (caída de tensión en el secundario) es mínima, se encuentra entre 0,025 % y 0,075 %, con ello se logró disminuir las pérdidas.
2. Debido a que la relación de transformación es constante para el experimento de 0,01 se concluye que la impedancia equivalente permanece constante
3. Es mejor medir la resistencia del bobinado del transformador en DC ya que no produce variaciones de flujo magnético y de esta manera se evitan las pérdidas por histéresis y/o corrientes de fuga(Foucault)
4. El transformador tiene una buena precisión ya que al resolver el circuito equivalente

aproximado del transformador, se tienen valores muy cercanos a los registrados por los instrumentos.

5. La caída de tensión se reduce a medida que el voltaje en el primario se aproxima al voltaje nominal (120v), esto se debe a que el transformador fue diseñado para trabajar a este nivel de voltaje

9. Observaciones:

1. Verificar el estado de los autotransformadores, para evitar cortocircuitos en caso de que se encuentren en mal estado.
2. Para la prueba de vacío, a medida que se disminuía el voltaje de entrada, la corriente de vacío y la potencia de vacío disminuían también, por otro lado, el factor de potencia no tiene un comportamiento relativamente constante
3. Para la prueba de cortocircuito, a medida que se aumenta la corriente de entrada podemos observar que la Pcc y el Vcc aumentan también, sin embargo, el factor de potencia aumenta y luego disminuye.
4. Se recomienda verificar el correcto funcionamiento del vatímetro, así como del multímetro a fin de obtener valores precisos.
5. Recordar que a fin de obtener resultados más precisos se trabajara con mayor cantidad de decimales.

Presentación en Genially:

Dado que se nos complica la descarga directa, indexamos el link de visualización:

<https://view.genial.ly/615fc1a9218d8b0dab0dc78f/presentation-presentacion-vuelta-al-cole>

Referencias

- Chabay, R., y Sherwood, B. (2020). *Matter and interactions* (1.^a ed.). Wiley.
- Chapman, S. (2012). *Maquinas eléctricas* (5.^a ed.). Mc Graw Hill.
- Cross, R. C. (1986). Current transformers. *American Journal of Physics*, 54(12), 1110-1113. doi: 10.1119/1.14726
- Edwards, J., y Saha, T. (2011, 01). Power flow in transformers via the poynting vector.
- Erickson, R. P. (2018). Variational theory of the tapered impedance transformer. *Journal of Applied Physics*, 123(7), 074501. doi: 10.1063/1.5001466
- Ida, N., y Bastos, J. (1997). *Electromagnetics and calculation of fields* (2.^a ed.). Springer.
- Kingman, R., Rowland, S. C., y Popescu, S. (2002). An experimental observation of faraday's law of induction. *American Journal of Physics*, 70(6), 595-598. Descargado de <https://doi.org/10.1119/1.1405504> doi: 10.1119/1.1405504
- Kulkarni, S., y Khaparde, S. (2013). *Transformer engineering design, technology, and diagnostics* (1.^a ed.). CRC Press.
- Landau, L., y Lifshitz, E. (1987). *The classical theory of fields*. Butterworth.
- Mora, J. F. (2008). *Maquinas eléctricas* (6.^a ed.). Mc Graw Hill.
- Newcomb, W. A. (1984). Where is the poynting vector in an ideal transformer? *American Journal of Physics*, 52(8), 723-724. doi: 10.1119/1.13563
- Nolting, W. (2015). *Theoretical physics 3 electrodynamics* (2.^a ed.). Springer.
- Pramanik, A. (2009). *Electromagnetism: Theory and applications* (1.^a ed.). PHI Learning.
- Redinz, J. A. (2019). Faraday induction from point-charge fields. *American Journal of Physics*, 87(10), 824-828. Descargado de <https://doi.org/10.1119/1.5124977> doi: 10.1119/1.5124977
- Schwartz, M. (1972). *Principles of electrodynamics* (1.^a ed.). Dover.
- Smolensky, I. (1960). *Electrical machines , vol. 1*. Mir Publisher Moscow.

Davison M (1973), "A Simple Proof that the Lorentz Force, Law Implied Faraday's Law of Induction, when B is Time Independent", *American Journal of Physics* 41, 713-713, <https://doi.org/10.1119/1.1987339>

Normas Consultadas:

Las normas que a continuación se indican son indispensables para la aplicación de esta norma. Para las referencias con fecha, sólo se aplica la edición citada. Para las referencias sin fecha se aplica la última edición de la norma (incluyendo cualquier modificación de ésta).

IEC 60076-1: 1993 *Transformadores de potencia. Parte 1: Generalidades*. Modificación 1(1999)¹⁾

IEC 60076-3:2000 *Transformadores de potencia. Parte 3: Niveles de aislamiento, ensayos dieléctricos y distancias de aislamiento en el aire*.

IEC 60076-8: 1997 *Transformadores de potencia. Parte 8: Guía de aplicación*.

IEC 60076-11:2004 *Transformadores de potencia. Parte 2: Transformadores de tipo seco*.