Leis de Ohm e Circuitos Elétricos e suas Aplicações

A termodinâmica é fundamental para compreender máquinas térmicas, motores, reações químicas e o comportamento da matéria em diferentes estados.

MSc Raimundo Ronis

UFPA/IFPA

2023

Contexto

Corrente elétrica

É simplesmente cargas elétricas em movimento.
Nos metais existem elétrons livres que são responsáveis pela dinâmica da corrente nos condutores.
Do ponto de vista matemático temos um modelo como:

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}} \tag{1}$$

Podemos determinar por integração a carga através da Eq.[1] no intervalo de 0 a t.

$$q = \int dq = \int_0^t i dt \tag{2}$$

A unidade de corrente no SI é o Coulomb por segundo, ou simplesmente **Ampere**.

1 Ampere = 1 A = 1Coulomb por segundo = 1 C/s

Corrente Elétrica

Intensidade da corrente elétrica	Efeito fisiológico mais comum
0,001 a 0,01	Pequenos formigamentos;
0,01 a 0,1	Contrações musculares, dificuldade respiratória
0,1 a 0,2	Fibrilação ventricular;
0,2 a 1,0	Parada cardíaca e parada cardiorrespiratória;
1,0 a 10,0	Queimaduras graves, parada cardíaca.

Table: 1 - Tabela da corrente e seus respectivos danos quando aplicada ao corpo humano

Sentido da corrente elétrica

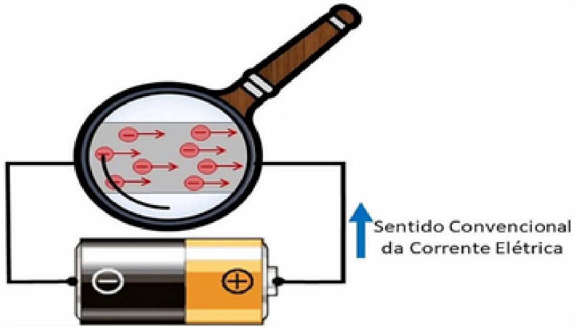

Figure: 1 - O sentido é dito convencional por que os elétrons são portadores de carga negativa e por isso no polo onde estão concentrados é o terminal negativo, mas sabemos que existe um capo elétrico entre os polos em que a seta sai da polaridade positiva e termina na negativa. Por esta razão a seta indica o sentido convencional da corrente.

Densidade

O interesse neste caso é em conhecer o fluxo de corrente em um condutor (cobre, ferro, ouro e etc.). Para a descrição deste conceito usamos a **densidade de corrente** $\vec{J}$.
$\vec{J} \rightarrow$ tem a mesma direção e sentido de i.
A corrente total que atravessa uma superfície é:

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \tag{3}$$

Se a corrente é uniforma em toda a superfície, então a Eq.[3], fica:

$$i = \int J dA = J \int dA = JA,$$

$$\boxed{J = \frac{i}{A}} \tag{4}$$

Exemplo

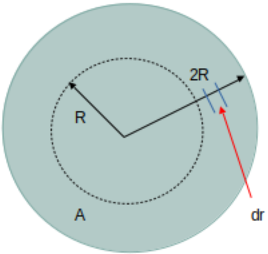

Figure: 2 - A largura elementar dr tem uma elemento de área $dA = 2\pi rdr$

Temos que a densidade de um fio cilíndrico é $J = ar^2$, onde $a = 3 \times 10^{11} \frac{A}{m^2}$, $R = 2mm$ e r está em metros. Qual a corrente que passa na região A da figura acima?

Solução

Como a densidade de corrente é uma função de r vamos usar a Eq.[4] na forma integral, temos:

$$
\begin{aligned}
i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int JdA \\
= \int_{R/2}^{R} ar^2 2\pi r dr = 2\pi a \int_{R/2}^{R} r^3 dr \\
= 2\pi a \left[\frac{r^4}{4}\right]_{R/2}^{R} = \frac{\pi a}{2}\left[R^4 - \frac{R^4}{16}\right] \\
= \frac{15}{32}\pi a R^4
\end{aligned}
$$

Solução

Colocando os valores das constantes dadas no enunciado do problema. Temos:

$$i = \frac{15}{32}\pi(3 \times 10^{11} A/m^2)(0,002m)^4 = 7,1\,A \tag{5}$$

Resistência Elétrica

Dependendo dos materiais por onde passa corrente elétrica, os mesmos podem facilitar esse fluxo de carga ou dificultar. Chamamos de **Resistência à passagem dos elétrons**.

A resistência R é dado por:

$$R = \frac{V}{i} \tag{6}$$

No SI temos que a unidade de medição e:

1 **Ohm** $= 1\Omega =$ 1 volt por Ampere $=$ 1 V/A

Resistência Elétrica

Em condutores existem vários resistores, de diversos tamanhos e formatos. Na eletrônica básica existem vários componentes em uma placa (Placa Mãe).
Um outro parâmetro fundamental da elétrica é a **Resistividade**, escrita no formato:

$$\rho = \frac{E}{J} \tag{7}$$

Reescrevendo a Eq.[7] no formato vetorial da seguinte forma:

$$\boxed{\vec{E} = \rho \vec{J}} \tag{8}$$

Tabela de Resistividade

Materiais	Resistividade, $\rho(\Omega \cdot m)$	Coeficiente de temperatura, $\alpha(K^{-1})$
	Metais Típicos	
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Ouro	$2,35 \times 10^{-8}$	$4,0 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
	semicondutores típicos	
Silício puro	$2,5 \times 10^{3}$	-70×10^{-8}
	Isolantes típicos	
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$	
	Super Condutores	
Nb (nióbio)	≈ 0	$10,82 \times 10^{-2}$

Table: 2 - **Resistividade de alguns materiais à temperatura ambiente**

Lei de Ohm

Lei de Ohm

A **Lei de Ohm** *é a afirmação de que a corrente que atravessa um dispositivo é sempre diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo.*

Hoje em dia sabemos que essa Lei só é válida em certas condições e por **razão histórica** continua a ser chamada de Lei do Ohm.

Um dispositivo obedece a lei de Ohm se a resistência do dispositivo não depende do valor absoluto nem da polaridade da diferença de potencial aplicada.

A microeletrônica moderna é feita de diodos semicondutores e esses elementos não obedecem a lei de Ohm.

Circuitos Elétricos

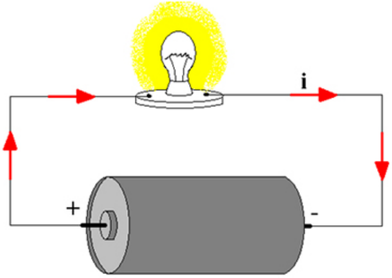

Figure: 3 - Circuito de uma malha

A fig. [3] mostra o esquema de uma pilha conectada a um circuito simples. Podemos também notar uma resistência (lâmpada) ligada nesse circuito. A corrente convencional está indicada com pequenas setas vermelhas que saem do polo positivo da bateria e se encaminham para o polo negativo da pilha.

Como determinar a corrente em circuito de uma malha?

Usando dois métodos para determinar a corrente.

- Conservação da energia elétrica.
- Conceito de potencial elétrico.

Existe uma força eletromotriz da fonte dado por:

$$\xi = \frac{dW}{dq} \tag{9}$$

A força eletromotriz é o trabalho por unidade de carga.
Podemos ter que:

$$i = \frac{\xi}{r} \tag{10}$$

Método do Potencial

Regra das Malhas

A soma algébrica das variações do potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Essa regra também é conhecida como **Leis das tensões de Kirchhoff**.
Vamos considerar que a pilha tem uma resistência interna r , ($V = -iR$ e o potencial da pilha ξ, potencial interno da pilha $v = -ir$). Temos:

$$\xi - v - V = 0 \tag{11}$$

$$\xi - ir - iR = \xi - i(r + R) = \boxed{i = \frac{\xi}{(r + R)}}$$

Regra das fontes. Quando atravessamos uma fonte ideal do terminal negativo para o positivo, a variação do potencial é $\boldsymbol{\xi > 0}$; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é $\boldsymbol{\xi < 0}$.

Resistência em série

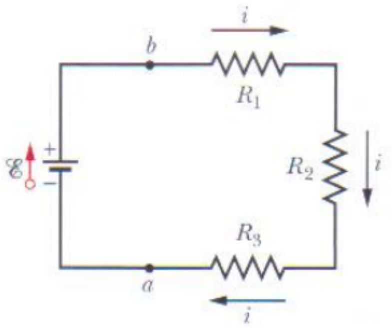

Figure: Três resistores ligados em série entre os pontos "a" e "b".

Quando os resistores estão em série a mesma corrente i passa nos três. Atribuímos uma resistência equivalente R_{eq} que corresponde a soma das três.

Resistência em série

Temos que:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \tag{12}$$

Podemos estender para n resistores na forma:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i \tag{13}$$

A lei da equivalência dos potenciais fica:

$$\boxed{i = \frac{\xi}{R_1 + R_2 + R_3}} \tag{14}$$

Circuito com mais de uma malha

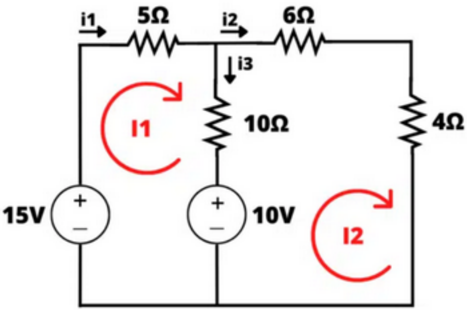

Figure: 5 - Circuito com duas malhas e os pontos em que a corrente i_1 se divide ou se encontra é chamado de nó.

Pela conservação da carga termos que:

$$i_1 = i_2 + i_3 \tag{15}$$

Circuito com duas malhas

Percorrendo a malha (1) no sentido horário temos que os potenciais são:
15V-$i_1 5A\Omega - i_3 10A\Omega - 10V = 0$
Na malha (2), vamos também percorrer o sentido horário. Temos:

$$10V + i_3 10A\Omega - i_2 6A\Omega - i_2 4A\Omega = 0 \tag{16}$$

Assim dispomos de um sistema linear de 3 variáveis i_1, i_2 e i_3 em que podem ser encontradas.

Circuito Paralelo

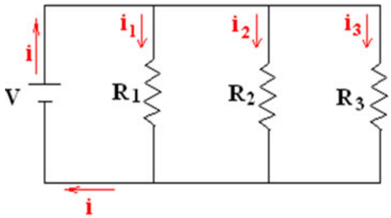

Figure: 6 - Caption

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências em paralelo todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial
Para encontrar-mos a resistência equivalente temos:

$$i_1 = \frac{V}{R_1}\,;\, i_2 = \frac{V}{R_2}\,;\, i_3 = \frac{V}{R_3} \tag{17}$$

Circuito Paralelo

A equivalência da resistência é dado por:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right). \tag{18}$$

Substituindo Eq. [17] em Eq. [18], temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{19}$$

Generalizando, temos:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i}^{n} \frac{1}{R_i}} \tag{20}$$

Exemplo

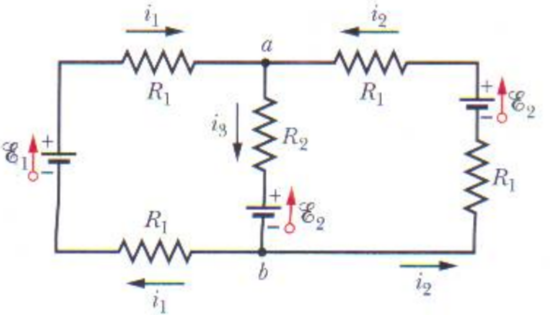

Figure: 7 - Circuito de duas malhas com 3 fontes

A Fig. [7] mostra um circuito cujos elementos tem os seguintes valores, $\xi_1 = 3V$, $\xi_2 = 6V$, $R_1 = 2\Omega$ e $R_2 = 4\Omega$. As três fontes são ideais. Determine o valor absoluto e o sentido da corrente nos 3 ramos.

Solução

Vamos por etapas

Regra dos nós:

Escolhendo arbitrariamente o sentido das correntes.

$$i_3 = i_1 + i_2 \tag{21}$$

Malha da esquerda:

Escolhendo arbitrariamente o sentido horário a partir do nó b, temos:

$$-i_1 R_1 + \xi_1 - i_1 R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - \xi_2 = 0 \tag{22}$$

Solução

Substituindo os valores dados no problema, temos:

$$i_1(8\Omega) + i_2(4\Omega) = -3V \tag{23}$$

Malha da direita: Temos:

$$-i_2 R_1 + \xi_2 - i_2 R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - \xi_2 = 0 \tag{24}$$

Substituindo os valores do problema, temos:

$$i_1(4\Omega) + i_2(8\Omega) = 0 \tag{25}$$

Resolvendo as equações

Agora temos um sistema de duas equações, Eq.[23] e Eq.[25] que fica fácil de resolver.

$$i_1 = 0.50A \ e \ i_2 = 0.25A$$

Conclusão

- Aprendemos que a relação entre tensão, corrente e resistência é fundamental para entender e controlar o fluxo de eletricidade.
- Com esse conhecimento, estamos capacitados para projetar sistemas elétricos seguros, eficientes e funcionais.
- À medida que avançamos, vale lembrar que as Leis de Ohm são a base da eletrônica e desempenham um papel essencial em nossa vida cotidiana, desde lâmpadas até dispositivos eletrônicos sofisticados.

Referências Bibliográficas

Figure: 8 - (a)

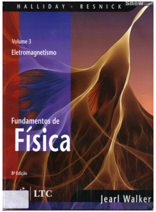

Figure: 8 - (b)

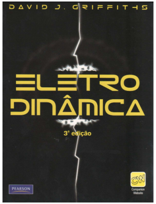

Figure: 8 - (c)

Agradecimentos

Obrigado pela atenção!

Início