Numpy vs. Sympyで学ぶ
高校数学ハンズオン（後編）

【数列，積分編】

進行予定

後編「数列，積分編」

- 数列の一般式，漸化式
- 数列の和
- 積分を定義から理解する
- 簡単な数値積分の方法
- 応用：確率と積分

講師自己紹介

- 氏名：大久保　亮介
- 現在，薬学部4年（漢方薬専攻）
- 担当講義：基礎統計→ML，高校数学など

- 数列の一般式，漸化式

数列とは？

その名の通り「数が列になったもの」のこと

等差数列→差が等しい数列

例：１３５７９…（差は2）

等比数列→比が等しい数列

例：３９27 81 243 …（比は3）

等差数列

等差数列→差が等しい数列

例：１ ３ ５ ７ ９ …　（差は2）

項	初項 a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	…	a_n
	1	3	5	7	9		

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

公差d：2　2　2　2

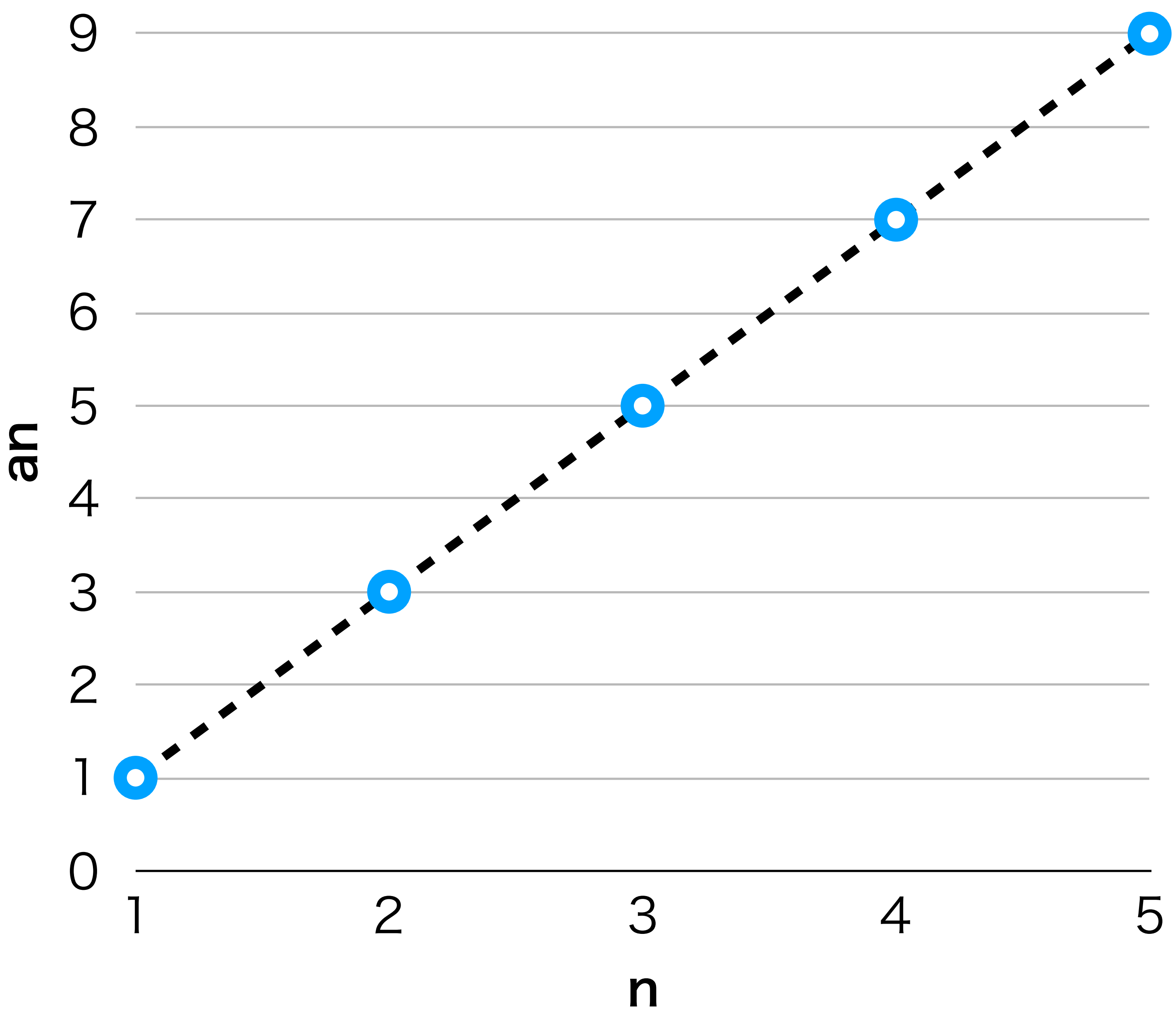
n-1個

→初項1，公差2の等差数列

等差数列の図形的意味

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = dn + a_1 - d$$



→傾きが公差d,
切片がa_1-dの
直線

等比数列

等比数列→比が等しい数列

例：3 9 27 81 243 … （比は3）

項	初項 a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	…	a_n
	3	9	27	81	243		

公比r： 3 3 3 3

n-1個

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

→初項3，公比3の
等比数列

漸化式（差分方程式）

第n項と第n+1項との関係を表す式

等差数列： $$a_{n+1} - a_n = d$$

等比数列： $$a_{n+1} = r a_n$$

- 数列の和

和の記号Σ

“1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20”

$$\sum_{k=1}^{20} k$$

→ kに１～20まで順に自然数をいれ

それらを**全部足す！**

Σの公式

1. 係数nはΣの外に出せる

$$\sum na_k = n\sum a_k$$

2. 和は分割できる

$$\sum(a_k + b_k) = \sum a_k + \sum b_k$$

等差数列の和

例：1~100までの自然数の和

$$
\begin{array}{rrcrrrrrrr}
 & S_n & = & 1 & + 2 & + \cdots & + 99 & + 100 \\
+ & S_n & = & 100 & + 99 & + \cdots & + 2 & + 1 \\
\hline
 & 2S_n & = & 101 & + 101 & + \cdots & + 101 & + 101
\end{array}
$$

$\rightarrow 2S_n = 101 \times 100$

$$S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$$

$S_n = 1/2\ (101 \times 100) = 5050$

等比数列の和

$$
\begin{array}{rl}
S_n = & a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} \\
- \ \ rS_n = & \quad\ \ ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \\
\hline
(1-r)S_n = & a \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - \ ar^n
\end{array}
$$

$\rightarrow (1\text{-}r)S_n = a - ar^n$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

- 積分を定義から理解する

積分の記号

インテグラル

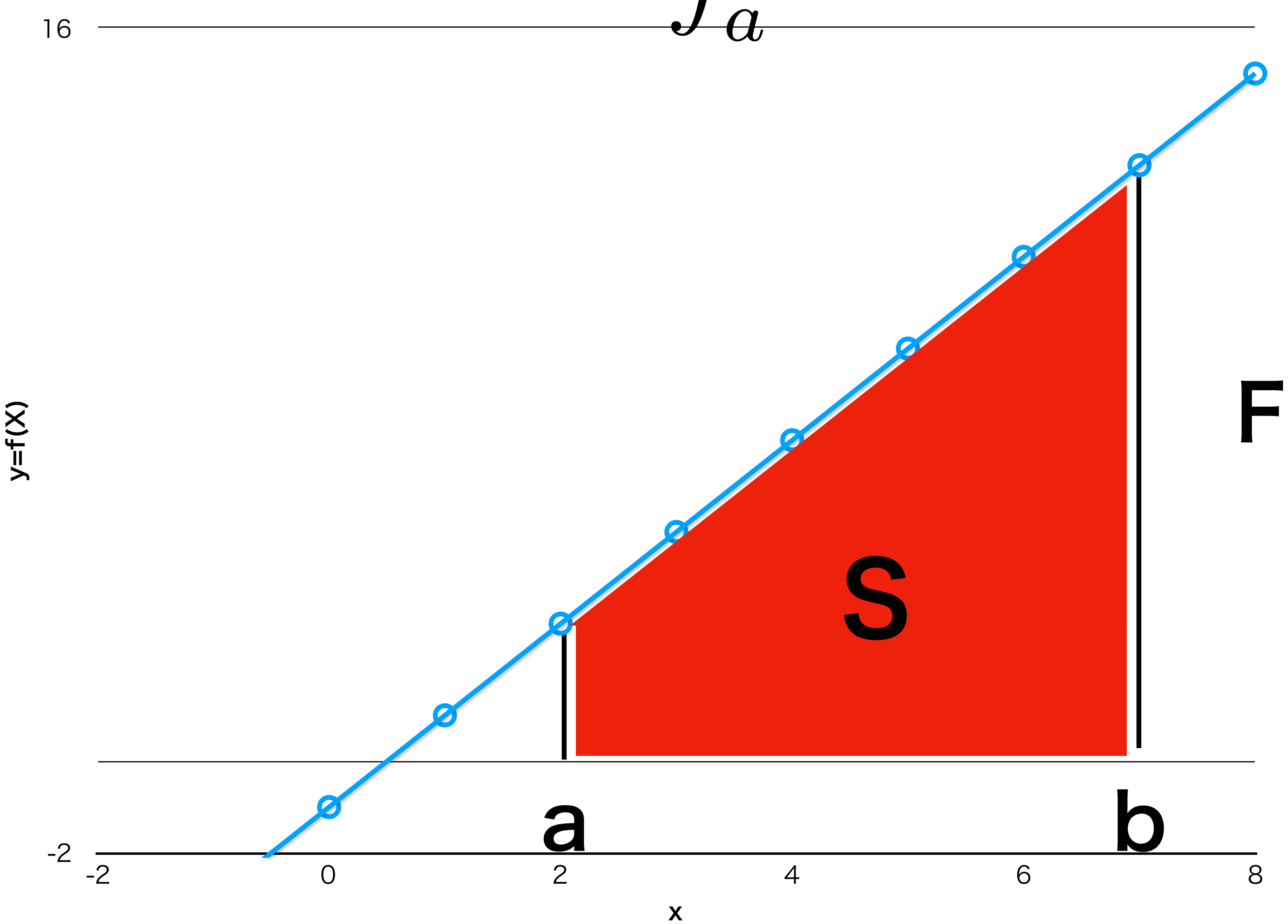
$$\int f(x)dx$$

関数f(x)をxで積分する

定積分

関数 f(x), x = a, x = bとx軸で囲まれた部分の**面積**

$$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$



$$\int_2^7 2x - 1$$

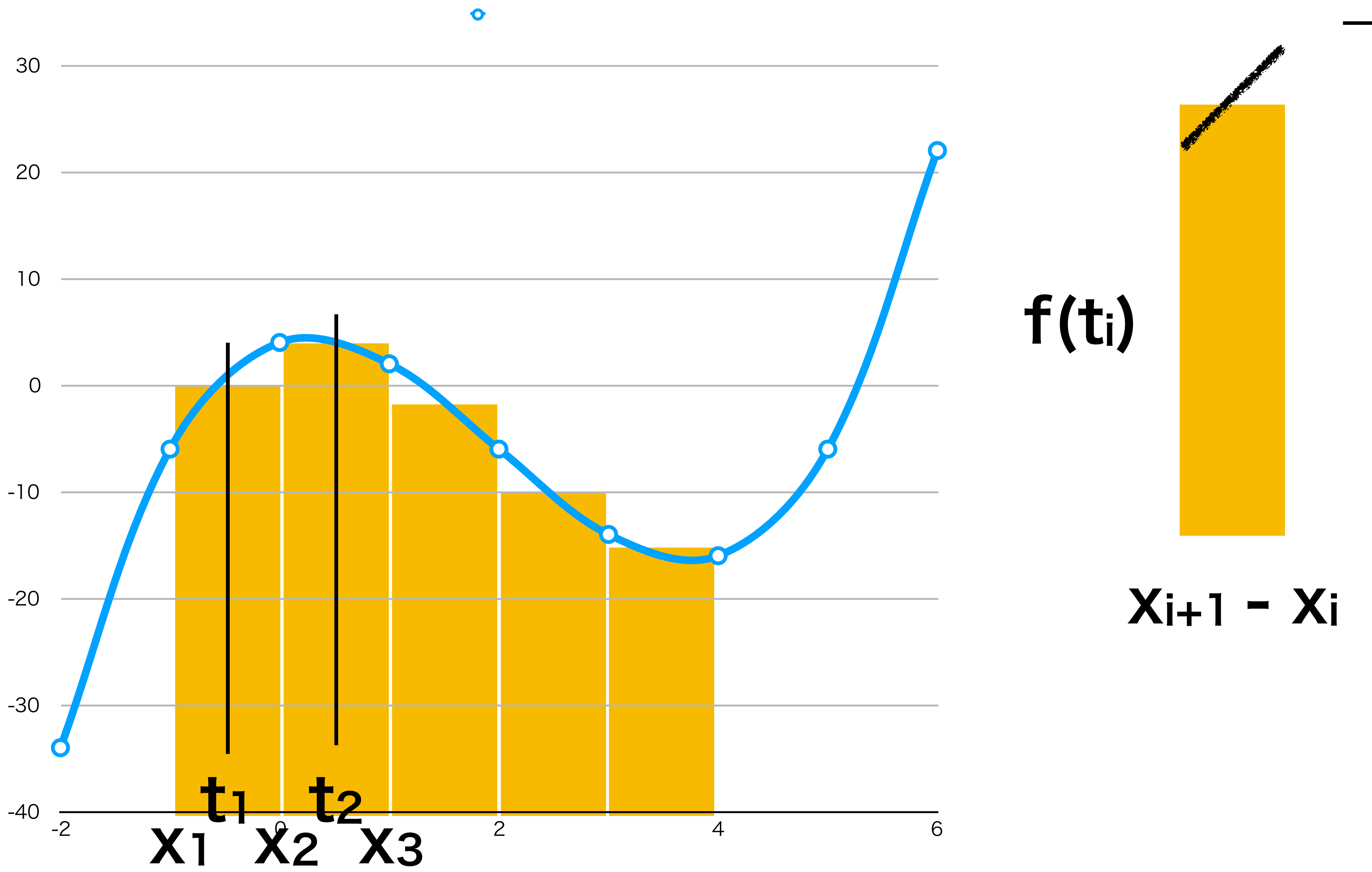
F(x) = x² - x

F(7) - F(2) = (49 - 7) - (4 - 2)

=40

リーマン積分の定義

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(t_i)(x_{i+1}-x_i)$$



→定積分とは,
面積である

一般的に積分とは？

微分の逆

$$f(x) = F'(x)$$

原始関数F(x)

$F(x) = x^2$

関数f(x)

$f(x) = 2x$

$$F(x) = \int f(x)dx$$

不定積分

微分したら f(x) になる**関数**

$$f(x) = \int 6x \; dx$$

微分して6x

$\rightarrow$ $3x^2$　$3x^2+5$　$3x^2-8$ など

$$= 3x^2 + C$$

Cは積分定数

積分の公式

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$$

例：f(x) = x^2の積分は，　(1/3)x^3 + C

Cは積分定数

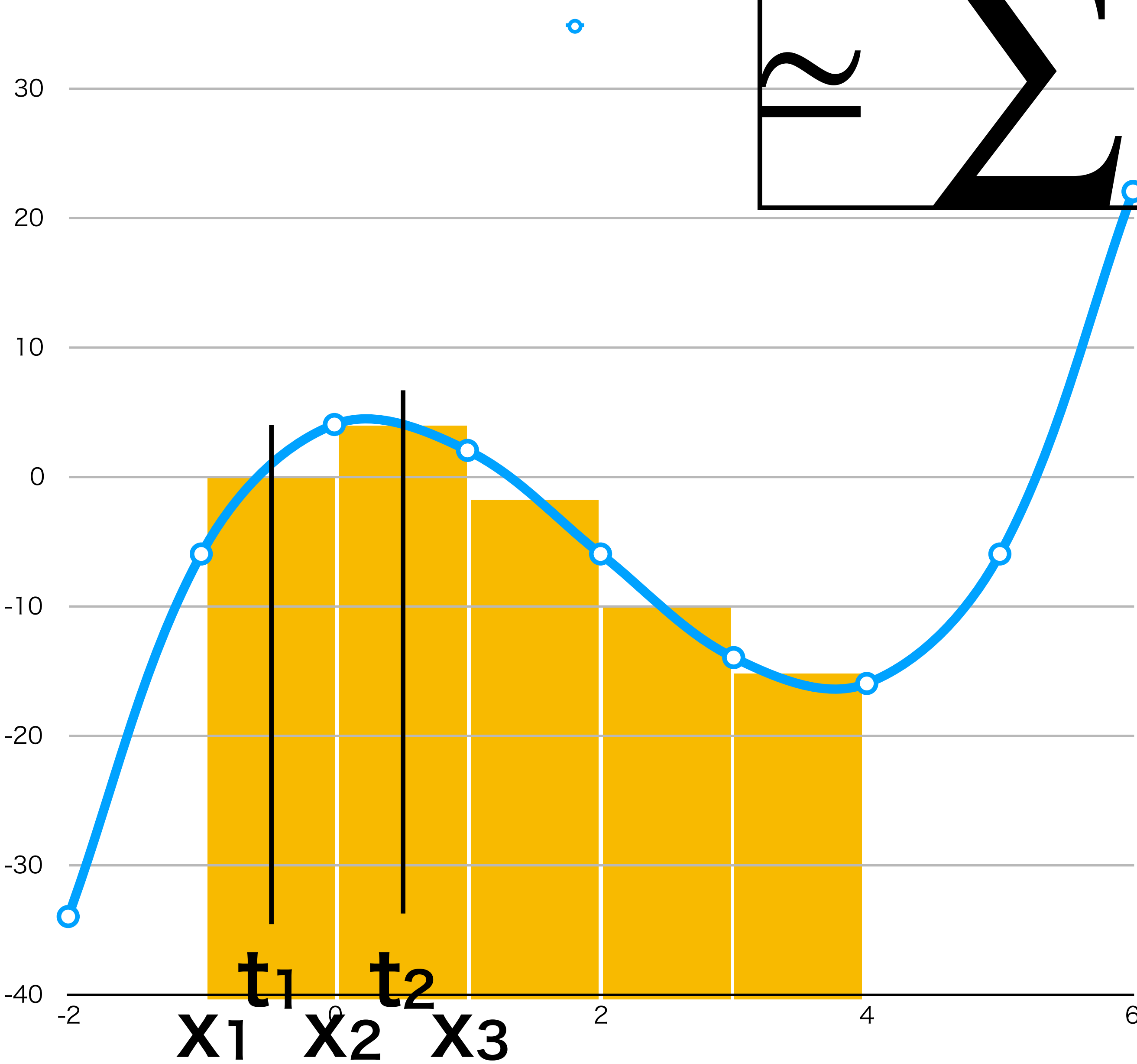
その他の公式：http://examist.jp/mathematics/math-3/integration/sekibunkousiki/

- 簡単な数値積分の方法

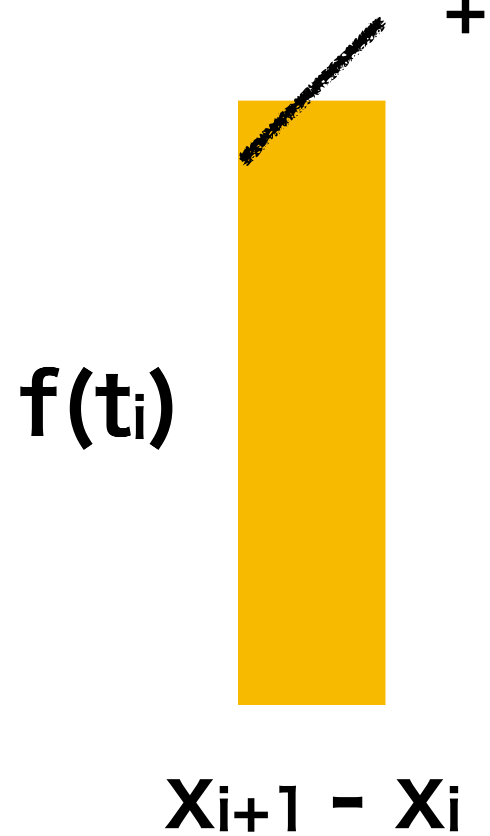
リーマン積分の実装

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(t_i)(x_{i+1} - x_i)$$

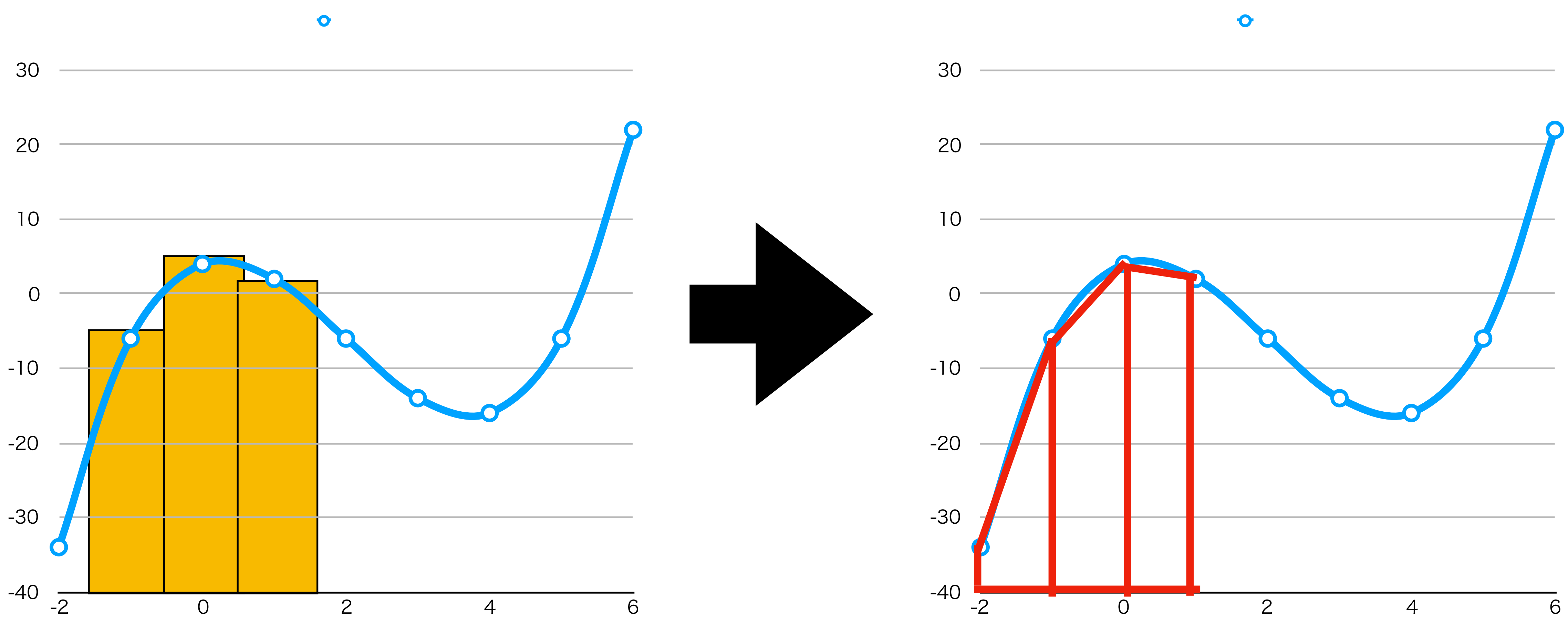
$$\boxed{\simeq \sum f(t_i)(x_{t+1} - x_i)}$$



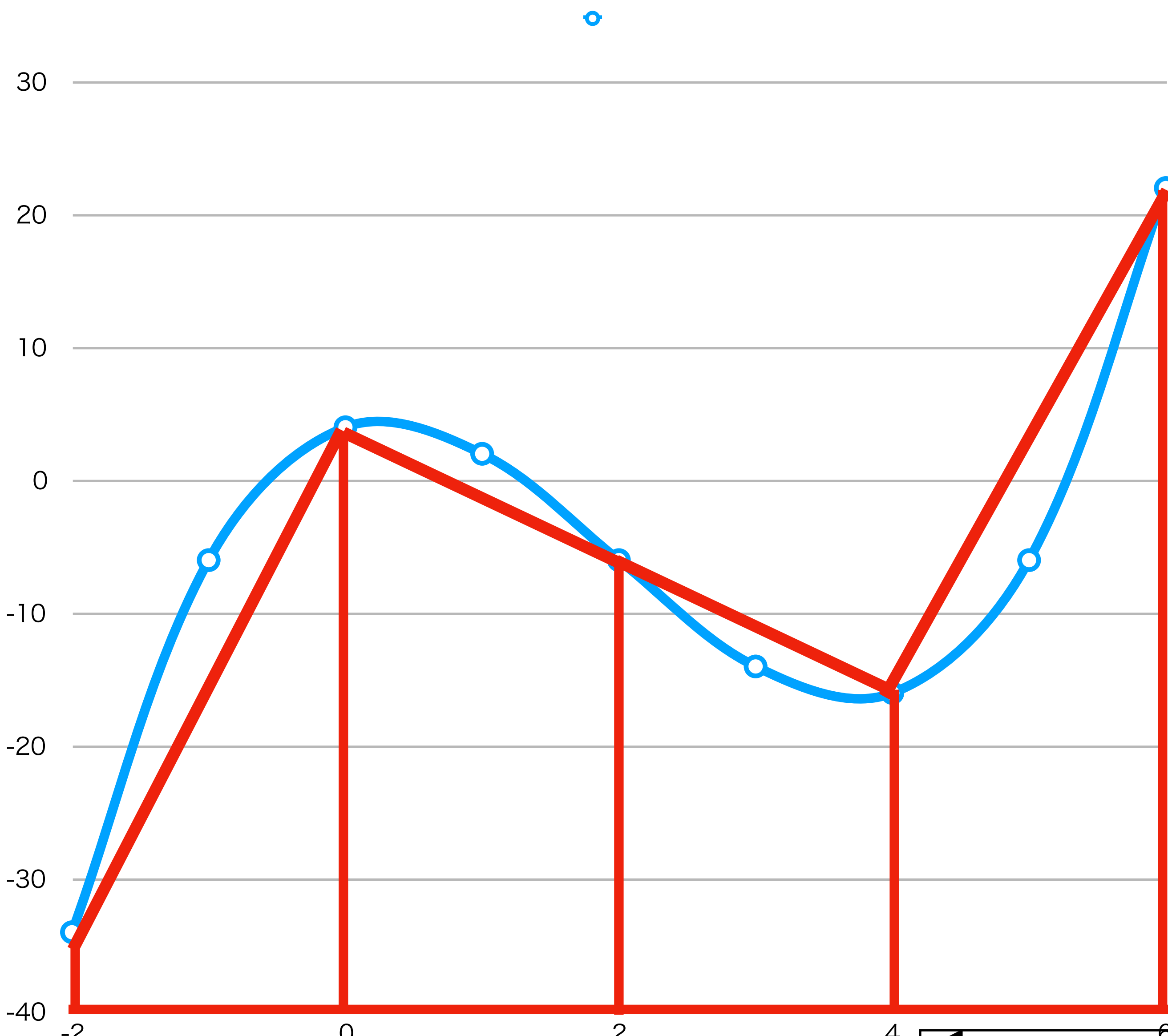
for文による繰り返し演算
+ 要素の総和

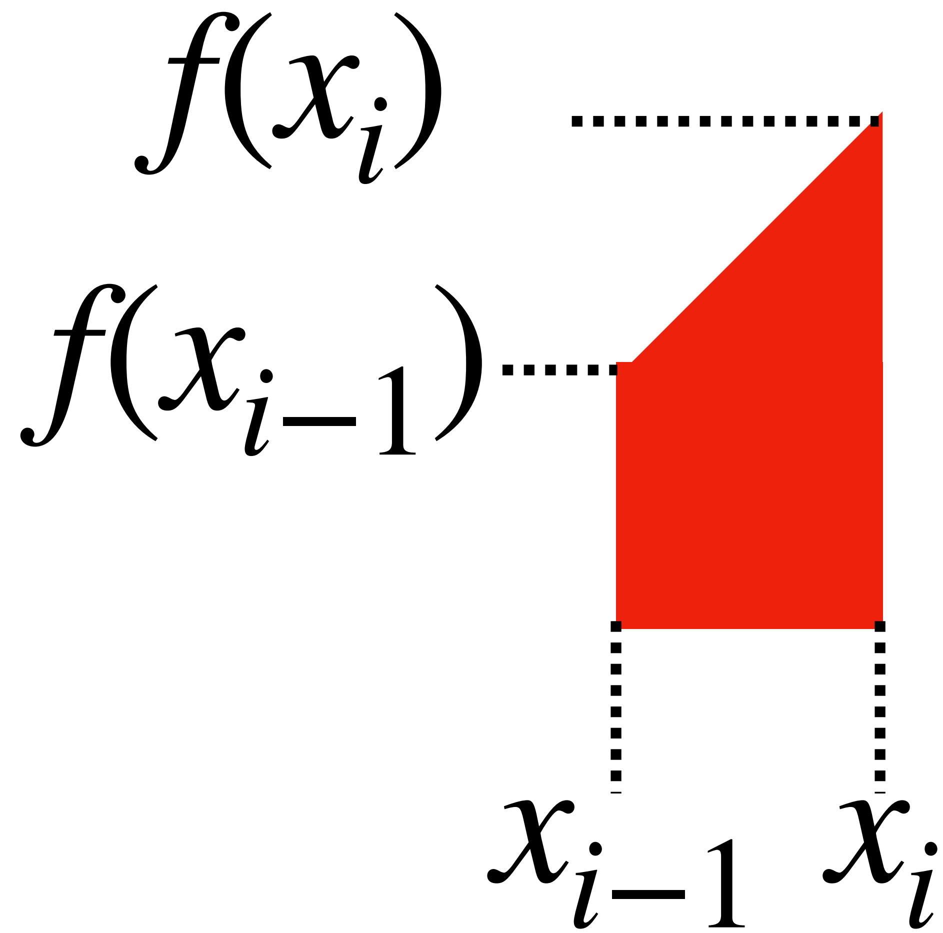


リーマン積分から台形法へ



台形法の考え方





$$\frac{1}{2}\sum (f(x_{i-1}) + f(x_i))(x_i - x_{i-1})$$

- 確率と積分

https://ryosuke-okubo.hatenablog.com/entry/2019/02/25/210000