

Redes Recorrentes de Hopfield

21 de fevereiro de 2015

André L. S. Pessoa

Juan A. Gonçalves

Ronnasayd S. Machado

`andreluissilvapessoa,juan.aguiar.goncalves@gmail.com`

`ronnasayd@hotmail.com`

Departamento de Computação

Universidade Federal do Piauí

Teresina





Tópicos

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência



Introdução

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

2

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

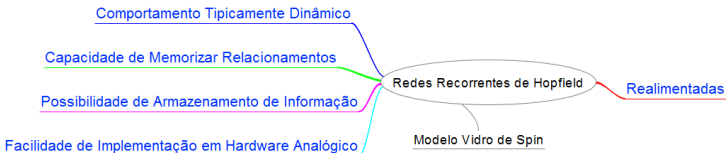
Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

23





Introdução

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

3

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

- ▶ Minimizar a função energia $E(x)$ em busca de pontos de equilíbrio **ESTÁVEL**.
- ▶ Podem-se ter vários pontos de equilíbrio estável.
- ▶ **Áreas de Aplicação:** Otimização de Sistemas, Programação Dinâmica, Programação Linear, Otimização Não-Linear, Otimização Não Linear Restrita, Otimização Combinacional.



Introdução

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

► Ilustração mostrando pontos de equilíbrio estáveis.

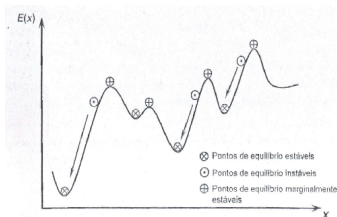


Figura: Ilustração de pontos de equilíbrio estáveis.[1]



Princípio de Funcionamento

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

5

- A seguir há uma ilustração de uma rede de Hopfield convencional.

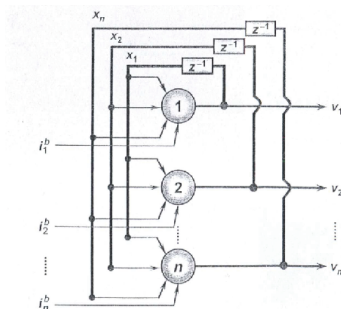


Figura: Rede de Hopfield convencional.[1]



Princípio de Funcionamento

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

6

- Operador z^{-1} : Atraso temporal de uma unidade.
- O comportamento em tempo contínuo de cada neurônio é dado conforme as equações

$$u_j(t) = -\eta u_j(t) + \sum_{i=1}^n w_{ji} v_i(t) + i_j^b, \quad (1)$$

$$v_j(t) = g(u_j(t)). \quad (2)$$

- Dependendo da configuração dos parâmetros livres da rede pode-se gerar soluções instáveis.



Princípio de Funcionamento

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

7

- ▶ Em tempo discreto as Equações (1) e (2) são reescritas conforme a seguir.

$$u_j(k) = \sum_{i=1}^n w_{ji} \cdot v_i(k-1) + i_j^b, \quad (3)$$

$$v_j(k) = g(u_j(k)). \quad (4)$$

- ▶ $j = 1, \dots, n.$

23



Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

8

- W deve ser simétrica e $g(.)$ deve ser monótona crescente.

$$\frac{\partial v_j(t)}{\partial u_j(t)} > 0$$

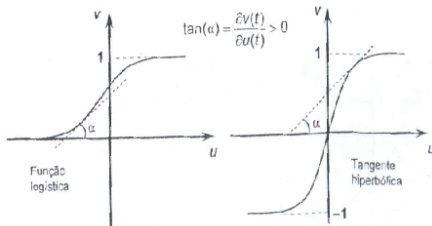


Figura: Exemplos de funções monótonas crescentes.[1]



Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

9

- Campos de atração e pontos de equilíbrio.

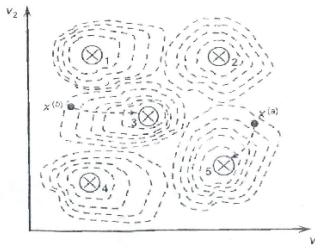


Figura: Campos de atração e pontos de equilíbrio.[1]



Memória Associativa

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

10

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

- ▶ Memória Associativa Binária (**memórias endereçáveis pelo conteúdo**).
- ▶ Método do produto externo.

$$\mathbf{W} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^p \mathbf{z}^k \cdot (\mathbf{z}^k)^T - \frac{p}{n} \cdot \mathbf{I} \quad (5)$$



Memória Associativa (EXEMPLO)

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

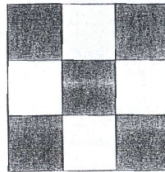
Referência

11

- No exemplo a seguir $p=2$ e $n=9$.



Primeiro padrão // $z^{(1)}$



Segundo padrão // $z^{(2)}$

Figura: Exemplo de padrões a serem armazenados na memória.[1]



Memória Associativa

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

12

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

► Método da matriz pseudo-inversa.

$$Erro = ||Z - \underbrace{W \cdot R}_V|| \quad (6)$$

$$W = Z \cdot (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \quad (7)$$



Capacidade de armazenamento das memórias

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

13

► C^{Hopf}

$$C^{Hopf} = 0,15 \cdot n \quad (8)$$

► $C^{Máx}$

$$C^{Máx} = \frac{n}{2 \cdot \ln(n)} \quad (9)$$

► $C^{100\%}$

$$C^{100\%} = \frac{n}{4 \cdot \ln(n)} \quad (10)$$

► Obs.: A capacidade de armazenamento de padrões está fortemente relacionada com a precisão exigida.

23



Aspectos de projeto

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

14

- ▶ < 1 > Especificar a matriz de pesos W e o vetor de limiares i^b ;
- ▶ < 2 > Apresentar vetor inicial de entradas $x^{(0)}$;
- ▶ < 3 > $v^{atual} \leftarrow x^{(0)}$;
- ▶ < 4 > Repetir as instruções:
 - ▶ $v^{anterior} \leftarrow v^{atual}$;
 - ▶ $u \leftarrow W \cdot v^{anterior} + i^b$;
 - ▶ $v^{anterior} \leftarrow g(u)$;
- ▶ Até que: $v^{atual} \cong v^{anterior}$
- ▶ < 5 > $v^{final} \leftarrow v^{atual}$

23



Aspectos de implementação em hardware

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

15

- Observe o circuito a seguir.

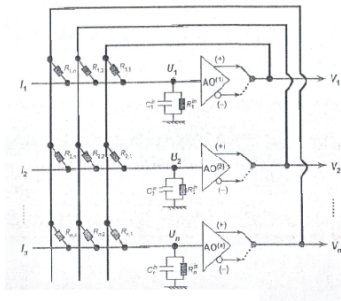


Figura: Implementação em hardware de uma rede de Hopfield.[1]



Aspectos de implementação em hardware

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

- ▶ Neurônios representados por amplificadores operacionais.
- ▶ Função de ativação logística.
- ▶ Para $j=1, \dots, n$. Tem-se:

$$C \cdot \frac{dU_j(t)}{dt} = -\eta U_j(t) + \sum_{j=1}^n W_{ji} \cdot V_j(t) + I_j \quad (11)$$

$$\eta = \frac{1}{R} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{ji}} \quad (12)$$

- ▶ Raciocínio: **Lei de Kirchhoff das correntes.**



Exemplo: Recuperando imagem com 20 % de ruído.

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

17

23

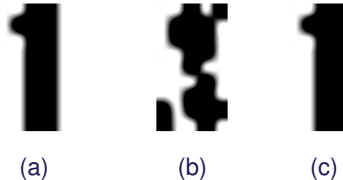


Figura: Simulação considerando 20% de ruído: (a)Imagem original; (b)Imagem com ruído ; (c)Imagem recuperada.



Exemplo: Recuperando imagem com 40 % de ruído.

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

18

23

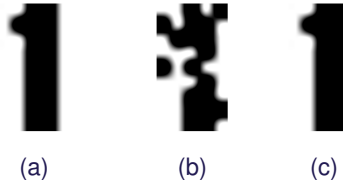


Figura: Simulação considerando 40% de ruído: (a)Imagem original; (b)Imagem com ruído ; (c)Imagem recuperada.



Exemplo: Recuperando imagem com 50 % de ruído.

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

19

23



(a)



(b)



(c)

Figura: Simulação considerando 50% de ruído: (a)Imagem original; (b)Imagem com ruído ; (c)Imagem recuperada.



Exemplo: Recuperando imagem com 55 % de ruído.

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

20

23

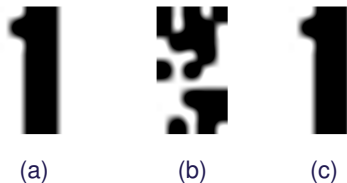


Figura: Simulação considerando 55% de ruído: (a)Imagem original; (b)Imagem com ruído ; (c)Imagem recuperada.



Exemplo: Recuperando imagem com 60 % de ruído.

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

21

23



(a)



(b)



(c)

Figura: Simulação considerando 60% de ruído: (a)Imagem original; (b)Imagem com ruído ; (c)Imagem recuperada.



Exemplo: Recuperando imagem ruidosa (Conclusões).

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

22

- ▶ Observou-se que a rede recorrente de Hopfield resolveu o problema proposto até um nível de ruído igual a 59 %.
- ▶ Um ruído acima de 59 % implica que as amostras não mais estarão ao alcance dos campos de atração.

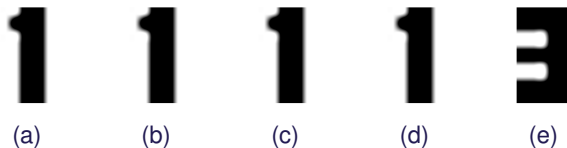


Figura: Sinais recuperados para: (a)20% de ruído; (b)40% de ruído ; (c)50 % de ruído; (d)55% de ruído; (e) 60% de ruído.

23



Referência

Redes Recorrentes de Hopfield

Introdução

Princípio de Funcionamento

Condições de estabilidade da rede de Hopfield

Memória Associativa

Capacidade de armazenamento das memórias

Aspectos de Projeto

Aspectos de implementação em hardware

Aplicação da Rede Recorrente de Hopfield

Referência

23

- [1] da Silva, Ivan Nunes and Spatti, Danilo Hernane and Flauzino, Rogério Andrade. *Redes Neurais artificiais para engenharia e ciências aplicadas curso prático*. Artliber (2010).

23