

Commonly used inequalities

Renhe W.

在统计学的渐进理论和证明中，一些经典的不等式被广泛使用，以下是其中一些常用的不等式：

1 Markov 不等式 (Markov's Inequality)

设 X 是一个非负的随机变量，对任意 $a > 0$ ，有：

$$P(X \geq a) \leq \frac{E[X]}{a}.$$

2 Chebyshev 不等式 (Chebyshev's Inequality)

设 X 是一个具有有限均值 μ 和方差 σ^2 的随机变量，对任意 $k > 0$ ，有：

$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}.$$

3 Jensen 不等式 (Jensen's Inequality)

设 ϕ 是一个凸函数，如果 $E[|X|] < \infty$ 并且 $E[|\phi(X)|] < \infty$ ，则：

$$\phi(E[X]) \leq E[\phi(X)].$$

4 Hölder 不等式 (Hölder's Inequality)

设 $p > 0$ 和 $q > 0$ 满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ，如果 X 和 Y 是随机变量并且 $E[|X|^p] < \infty$ 和 $E[|Y|^q] < \infty$ ，则：

$$|E[XY]| \leq (E[|X|^p])^{1/p} (E[|Y|^q])^{1/q}.$$

5 Minkowski 不等式 (Minkowski's Inequality)

设 $p \geq 1$ ，如果 X 和 Y 是随机变量且 $E[|X|^p] < \infty$ 和 $E[|Y|^p] < \infty$ ，则：

$$(E[|X + Y|^p])^{1/p} \leq (E[|X|^p])^{1/p} + (E[|Y|^p])^{1/p}.$$

6 Cauchy-Schwarz 不等式 (Cauchy-Schwarz Inequality)

如果 X 和 Y 是随机变量且 $E[X^2] < \infty$ 和 $E[Y^2] < \infty$, 则:

$$|E[XY]|^2 \leq E[X^2] E[Y^2].$$

7 Chernoff 不等式 (Chernoff's Inequality)

对于任意 $t > 0$ 和随机变量 X , 有:

$$P(X \geq t) \leq \frac{E[e^{\lambda X}]}{e^{\lambda t}},$$

对任意正的 λ .