UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL

CARRERA DE INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES

COMUNICACIÓN DIGITAL

Enero 2025- Julio 2025

INDICE DE CONTENIDOS

Tabla de ilustraciones:

CAPÍTULO I

Capítulo I: Introducción a los sistemas de comunicación digital.

Los sistemas de comunicación digital son sistemas que transmiten, reciben y procesan información en forma digital, es decir, representada por secuencias de dígitos binarios (0 y 1). Estos sistemas han revolucionado la forma en que nos comunicamos y han permitido una transmisión más eficiente y confiable de datos.
En un sistema de comunicación digital, la información se codifica en forma binaria para ser transmitida a través de un medio de comunicación, como cables, fibra óptica o señales inalámbricas. A medida que avanza la tecnología, estos sistemas se han vuelto cada vez más rápidos, flexibles y capaces de manejar grandes volúmenes de datos.
La transmisión de datos en un sistema de comunicación digital se divide en varias etapas clave:

1. Codificación de fuente: Consiste en representar la información original en una forma adecuada para su transmisión o almacenamiento. Esto puede incluir técnicas de compresión para reducir redundancias y mejorar la eficiencia en el uso del ancho de banda.
2. Modulación: La información digital se modula en una forma adecuada para ser transmitida a través del medio de comunicación. Esto puede implicar la conversión de los dígitos binarios en señales analógicas que puedan ser transmitidas, como cambios de amplitud, frecuencia o fase.
3. Transmisión: La señal modulada se envía a través del medio de comunicación, como cables, fibra óptica o señales inalámbricas. Durante la transmisión, pueden ocurrir distorsiones y ruido, por lo que se requieren técnicas de corrección de errores y métodos de modulación adecuados para garantizar una transmisión confiable.
4. Recepción: En la estación receptora, la señal transmitida se demodula para recuperar la información digital original. Esto implica el proceso inverso de la modulación, donde las señales analógicas se convierten nuevamente en dígitos binarios.
5. Decodificación de fuente: La información recibida se decodifica y se restaura a su formato original, aplicando técnicas de decodificación y descompresión si se utilizó codificación de fuente en la etapa de codificación.
6. Procesamiento de la información: Una vez que la información ha sido recibida y decodificada, se puede procesar para su uso final, como presentarla en una pantalla, almacenarla en una base de datos o enviar una respuesta en un sistema de comunicación bidireccional.

Los sistemas de comunicación digital tienen numerosas aplicaciones en nuestra vida cotidiana, incluyendo la telefonía móvil, internet, la televisión digital, la radio digital, las redes sociales y muchas otras formas de comunicación moderna. Estos sistemas han transformado la forma en que nos comunicamos, permitiéndonos transmitir y recibir información de manera rápida, confiable y eficiente.

Los sistemas tradicionales de comunicaciones electrónicas, que usan técnicas convencionales de modulación analógica, como los de modulación de amplitud (AM), modulación de frecuencia (FM) y modulación de fase (PM) se están sustituyendo rápidamente por sistemas de comunicación digital, más modernos, que tienen varias y notables ventajas sobre los sistemas analógicos tradicionales: facilidad de procesamiento, facilidad de multiplexado e inmunidad al ruido.

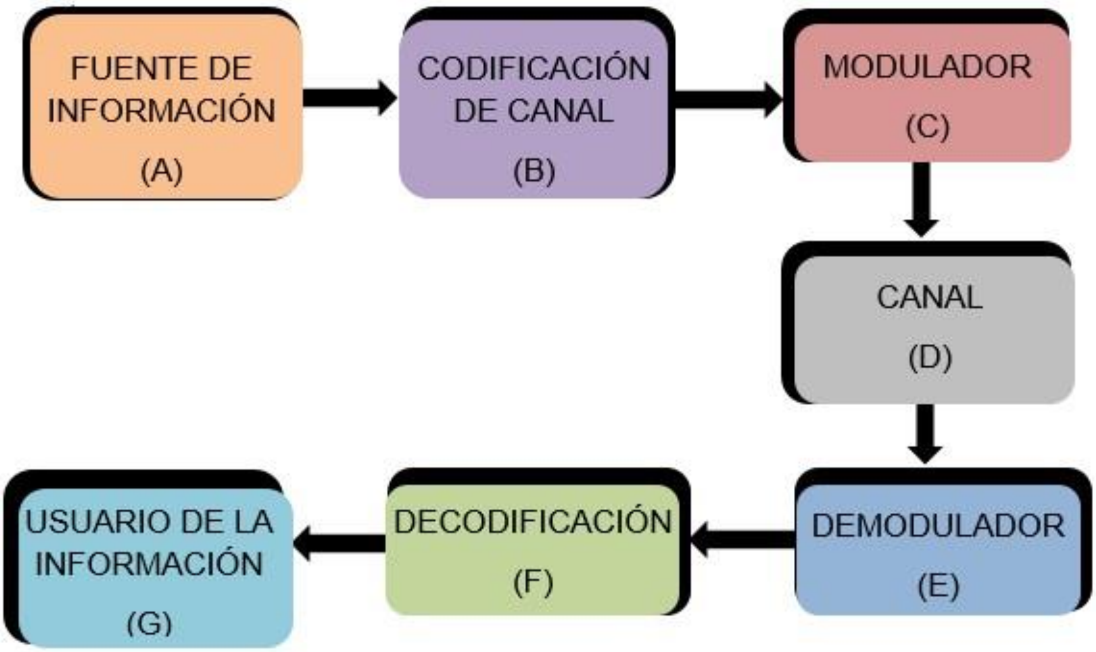


Ilustración 1 Diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones eléctricas

FUENTES DE INFORMACIÓN

Transmisión digital y Radio digital

Las comunicaciones digitales abarcan una gran área de técnicas de comunicaciones, que incluyen la transmisión digital y la radio digital. Se aplica a la transmisión de pulsos digitales entre dos o más puntos en un sistema de comunicaciones.

La radio digital es la transmisión de portadoras analógicas moduladas digitalmente entre dos o más puntos de un sistema de comunicaciones. Los sistemas digitales de transmisión requieren una instalación física entre el transmisor y el receptor, como un par de hilos metálicos, un cable coaxial o un cable de fibra óptica.

En los sistemas digitales de radio, el medio de transmisión puede ser el espacio libre, la atmósfera terrestre.

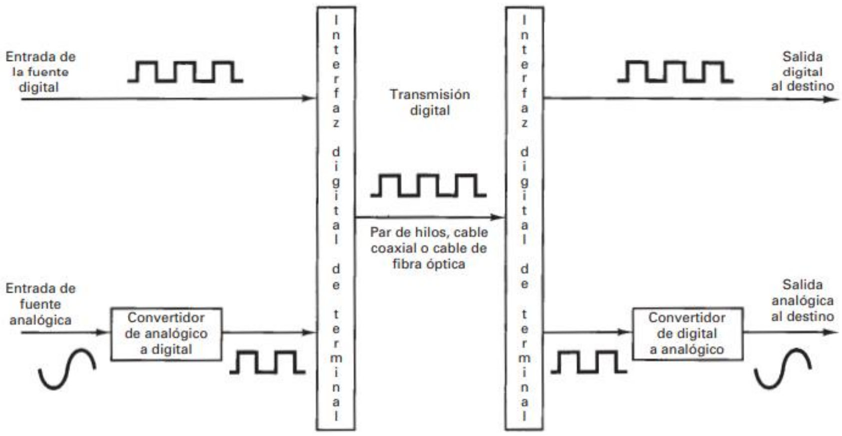


Ilustración 2 Transmisión digital

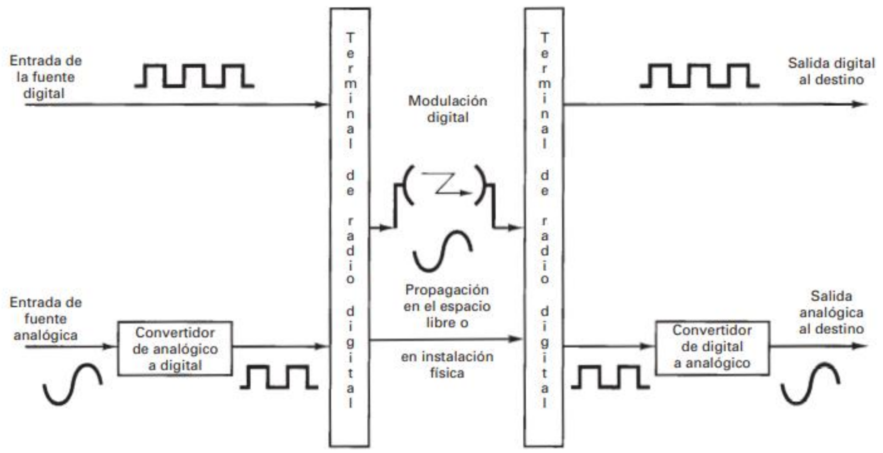


Ilustración 3 Radio Digital

Fuentes de Información

La información o inteligencia para transmitir se origina en la fuente de información. Esta información se materializa como un conjunto finito y discreto, de N símbolos o mensajes distintos e independientes cuyo significado es conocido en el destino del sistema. La fuente de información así definida se denomina "fuente discreta sin memoria". Hay muchas clases de fuentes de información, incluyendo personas y máquinas, de manera que los símbolos o mensajes pueden tomar una gran variedad de formas: una secuencia de símbolos discretos o letras, una magnitud que varía en el tiempo, etc.

Análoga

Es aquella que genera mensajes que varían con el tiempo, es decir, mensajes definidos de manera continua.

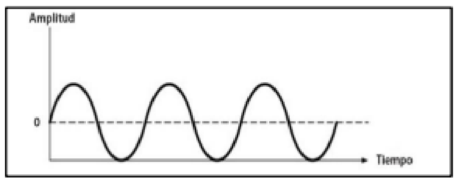


Ilustración 4 Señal analógica

Digital

Es aquella que produce una serie finita de posibles mensajes.

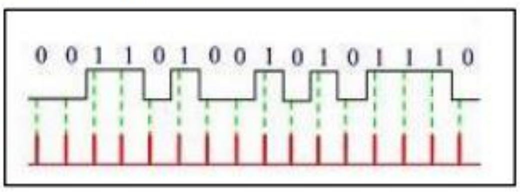


Ilustración 5 Señal digital

Sistema de Comunicación

Es el conjunto de subsistemas y mecanismos que permite el enlace entre el emisor y el receptor. Se toman en cuenta tres factores principales que son:

- Un **transmisor**, que toma la información y la convierte en una señal.
- Un **Medio de Transmisión** o Canal Físico que 'lleva' la señal.
- Un **Receptor**, que toma la señal del canal y la convierte de vuelta a información útil.

Ilustración 6 Sistema de comunicación

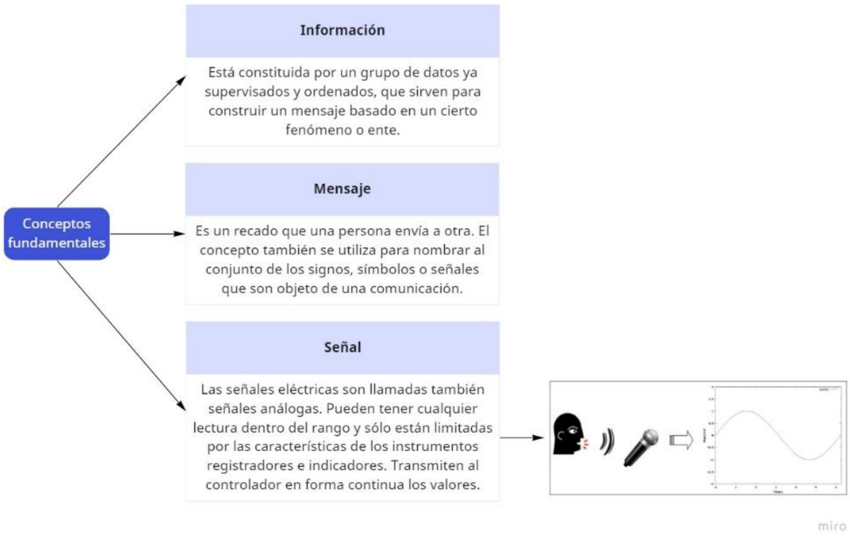
Ventajas de la comunicación digital

- Podemos comunicarnos con cualquier persona en el momento en el que queramos.
- Fácil acceso a la información de todas las personas.
- Facilita gestiones administrativas.
- Permite el contacto con cualquier persona en cualquier lugar del mundo.
- Promueve la acción social y la participación cultural.
- Alta confiabilidad: Por su alta inmunidad al ruido, transmisión segura.
- Tratamiento de las señales digitales es sencillo.
- La conmutación es eficiente (cambios de estado).
- Mantenimiento es sencillo y centralizado.
- Reducción de costos (todo equipo digital consume menos energía eléctrica).

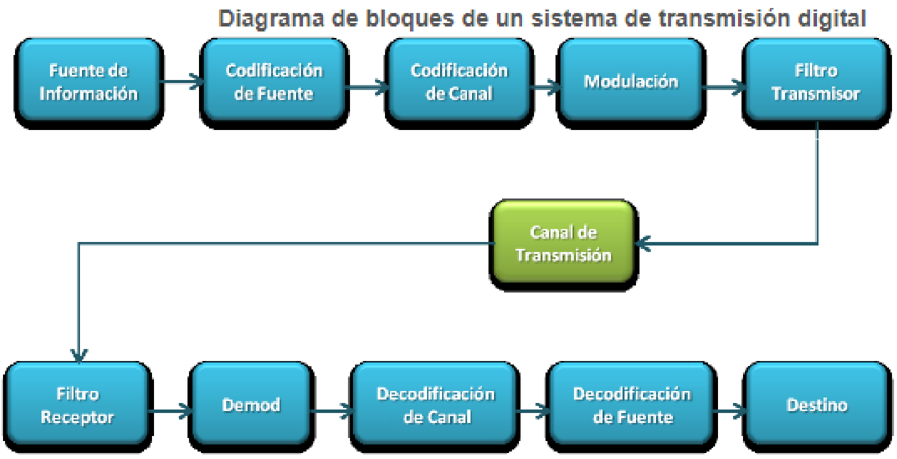
Desventajas de la comunicación digital

- **Conversión**: las naturaleza de las variables físicas es analógica (sonido, temperatura, distancia, peso) por lo tanto, es necesario usar un conversor para transformarlas en datos digitales.
- **Ancho de banda**: la transmisión de señales en un sistema digital requiere de un ancho de banda mucho mayor que un sistema analógico.
- **Alteración**: los sistemas digitales pueden alterarse o manipularse con relativa facilidad con respecto a los analógicos.
- Los sistemas de comunicaciones digitales, son más costosos y complicados de implementar.
- Están restringidos por la velocidad de los conversores, aunque para cada aplicación, ya se están generando nuevos dispositivos.

Conceptos fundamentales en fuentes de información



Descripción de los bloques de un sistema de transmisión digital



Fuente de Información:

Corresponde al procedimiento de conversión del mensaje a transmitir en una señal que se adecue al sistema a usar; dado que es un sistema digital, la fuente genera una señal de tipo digital (binaria). Es común encontrarnos con información a transmitir en formato analógico, por lo que será necesario usar un conversor Analógico/Digital que haga el proceso de muestreo y cuantificación.

Fuente de información en comunicación digital

Aquí tienes información relevante sobre las fuentes de información en comunicación digital:

- Medios de comunicación tradicionales: Incluyen periódicos, revistas, televisión y radio. Estos medios también tienen presencia en línea y ofrecen información actualizada sobre diversos temas, como noticias, análisis, entrevistas y contenido especializado.
- Sitios web y blogs: Existen numerosos sitios web y blogs que abordan temas relacionados con la comunicación digital. Pueden ser portales de noticias, blogs especializados, páginas web de organizaciones y empresas, donde se puede encontrar información actualizada y análisis en profundidad sobre tendencias, estrategias y novedades en el campo de la comunicación digital.

- Redes sociales: Las redes sociales como Facebook, Twitter, Instagram y LinkedIn se han convertido en fuentes importantes de información. A través de ellas, se comparten noticias, artículos, estudios, opiniones y se generan debates sobre temas relacionados con la comunicación digital.
- Plataformas de video: YouTube, Vimeo, TikTok e IGTV son plataformas populares que ofrecen contenido audiovisual relacionado con la comunicación digital. En ellas se encuentran tutoriales, conferencias, entrevistas y contenido educativo sobre estrategias, herramientas y tendencias en comunicación digital.
- Podcasts: Los podcasts son programas de audio en línea que tratan diversos temas, incluyendo la comunicación digital. Ofrecen información, análisis y entrevistas sobre estrategias, marketing digital, redes sociales y otros aspectos relacionados con la comunicación en el entorno digital.
- Foros y comunidades en línea: Existen comunidades y grupos de discusión en línea donde profesionales y entusiastas de la comunicación digital comparten experiencias, conocimientos y resuelven dudas. Estos foros ofrecen un espacio para interactuar, aprender y compartir información valiosa.
- Fuentes académicas y científicas: Los artículos de revistas especializadas, libros, monografías, conferencias y estudios académicos proporcionan información rigurosa y respaldada por investigaciones en el campo de la comunicación digital. Estas fuentes son útiles para profundizar en temas específicos y obtener información confiable y actualizada.
- Datos y estadísticas: Informes de mercado, estudios de investigación, informes gubernamentales y datos recopilados por organizaciones son fuentes valiosas para obtener estadísticas, tendencias y análisis sobre el panorama de la comunicación digital.
- Fuentes de acceso abierto: Existen repositorios académicos y bases de datos en línea que ofrecen acceso gratuito a publicaciones científicas y académicas sobre comunicación digital. Estas fuentes permiten el acceso a información valiosa para la investigación y el estudio en el campo.

Es importante evaluar la credibilidad, la reputación y la actualidad de las fuentes de información en comunicación digital. Verificar la objetividad, la autoridad y la relevancia del contenido contribuye a obtener información confiable y precisa en este ámbito.

Codificación de Fuente:
Encargada de eliminar parte de la redundancia de información ofrecida por el bloque de la fuente. Esto implica una compresión directa del mensaje.
Tipos de codificación de fuente:

- Codificación sin pérdida: También conocida como codificación de compresión, se utiliza cuando es necesario preservar toda la información original. Algunos ejemplos de técnicas de codificación sin pérdida son Huffman, Lempel-Ziv-Welch (LZW) y Arithmetic Coding.
- Codificación con pérdida: Este tipo de codificación se aplica cuando la pérdida de cierta cantidad de información es aceptable. Se utiliza principalmente en aplicaciones de compresión de datos, como en imágenes (JPEG) y audio (MP3), donde la calidad se ve reducida pero con una compresión significativa.

Técnicas de codificación de fuente:

- Codificación de longitud fija: Asigna una secuencia de bits fija a cada símbolo de entrada. Todos los símbolos se representan con la misma cantidad de bits, independientemente de su probabilidad de ocurrencia. Ejemplos: ASCII, UTF-8.

- Codificación de longitud variable: Asigna una secuencia de bits variable a cada símbolo de entrada. Los símbolos más frecuentes se representan con menos bits, mientras que los menos frecuentes se representan con más bits. Ejemplos: Huffman, LZW.

- Codificación adaptativa: A medida que se procesan los símbolos de entrada, se ajusta la codificación en función de la frecuencia de ocurrencia de los símbolos. Esto permite una codificación más eficiente a medida que se obtiene más información sobre la fuente.

La codificación de fuente es un proceso fundamental para la representación eficiente de información proveniente de una fuente. Permite comprimir datos y reducir redundancias, lo que tiene aplicaciones en compresión de datos, transmisión de información y comunicación digital.

Codificación de Canal:

Capaz de detectar y corregir los errores que se producen en los datos durante el proceso de la transmisión. Dichos errores pueden darse por la existencia de ruido en canal, por lo que este bloque es capaz de introducir redundancia en la cadena de datos, haciendo posible la reconstrucción de la misma lo más aproximado a la secuencia original.

Modulación:

Modular consiste, en el ámbito de las comunicaciones, en la variación de una o más propiedades de una forma de onda periódica de alta frecuencia (conocida como **señal portadora**) con respecto a una **señal moduladora**, que es la que se desea transmitir. Con esto es posible transportar el mensaje dentro de otra señal que puede ser transmitida físicamente a través de un canal pasabanda.
Para la transmisión digital estamos hablando de una señal portadora analógica **Sinusoidal** que es modulada de acuerdo con una cadena de bits. Ahora, dependiendo del parámetro que se decida variar, se generan distintos tipos de modulación. Los fundamentales son (Trabajan con una cadena de 0 y 1's):

- PSK (Phase-shift Keying)
- FSK (Frequency-shift Keying)
- ASK (Amplitude-shift Keying)

Pero, si hablamos de la modulación m-aria o multinivel, se tendrán entonces:

- QPSK (Quadrature Phase-shift Keying)
- MPSK
- QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

Filtro Transmisor:

Al trabajar con un sistema de comunicaciones real, se debe considerar una restricción fundamental: El **Ancho de Banda**. Evidentemente, es muy común que estos sistemas limiten el ancho de banda del canal de transmisión, por lo que es necesario implementar un filtro que se encargue de limitar la señal modulada y que también adecue la potencia de transmisión de la misma.

Tipos de filtros transmisores:

- Filtros paso bajo: Permiten el paso de frecuencias más bajas y atenúan las frecuencias más altas. Se utilizan cuando se desea transmitir una señal con un ancho de banda limitado.
- Filtros paso alto: Permiten el paso de frecuencias más altas y atenúan las frecuencias más bajas. Se utilizan para transmitir señales con frecuencias altas.
- Filtros paso banda: Permiten el paso de un rango específico de frecuencias y atenúan las frecuencias fuera de ese rango. Se utilizan cuando se desea transmitir una banda de frecuencia específica.
- Filtros de supresión de banda: Atenúan un rango específico de frecuencias y permiten el paso de frecuencias fuera de ese rango. Se utilizan para eliminar interferencias o señales no deseadas.

Aplicaciones del filtro transmisor:

- Comunicación inalámbrica: Los filtros transmisores se utilizan en sistemas de comunicación inalámbrica, como redes móviles, Wi-Fi y Bluetooth, para asegurar un espectro de frecuencia adecuado y evitar interferencias entre canales.

- Radiodifusión: En sistemas de radiodifusión, como la radio FM o la televisión, los filtros transmisores se utilizan para seleccionar la frecuencia de transmisión y evitar interferencias con otras estaciones.

- Comunicaciones ópticas: En sistemas de comunicación óptica, los filtros transmisores se utilizan para seleccionar y filtrar las longitudes de onda específicas de la luz transmitida a través de fibras ópticas.

- Comunicaciones por cable: En sistemas de comunicación por cable, como los sistemas de televisión por cable, los filtros transmisores se utilizan para seleccionar y filtrar los canales de transmisión específicos.

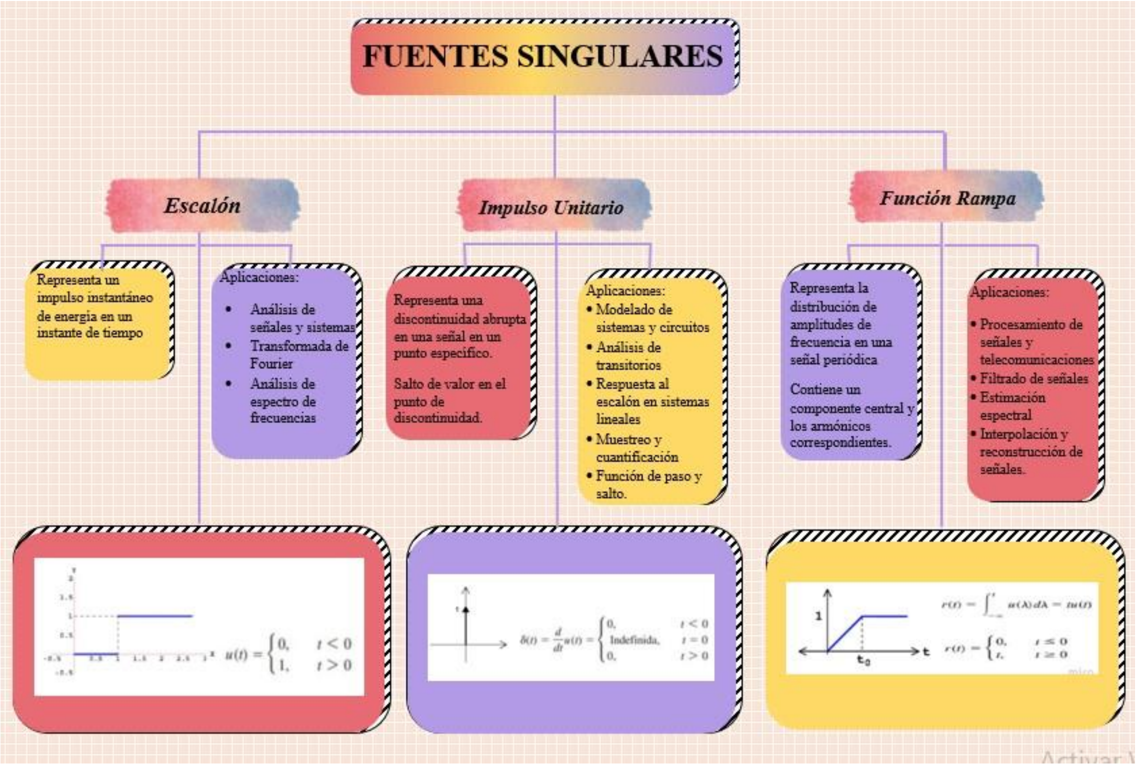
Canal de Transmisión:
Es el medio de transporte de la señal modulada. En la vida real, el canal de transmisión es un gran contribuyente a la introducción de ruido e interferencias, lo que genera errores inmediatos en el mensaje. Esto se debe a la atenuación que condiciona la potencia recibida (es difícil aumentar la potencia de transmisión sin disminuir la distancia entre la fuente y el destino) y el ancho de banda limitado. Los siguientes módulos profundizarán mejor esta situación por medio de la inclusión de ruido AWGN en el sistema y una posible Interferencia Inter-Simbólica (ISI).

Serie trigonométrica de Fourier

Análisis de Fourier para señales

El análisis de Fourier es muy importante en el estudio de las señales ya que permite representar una función por medio de las sumas ortogonales, entre una de sus principales aplicaciones esta la representación de una señal en función de la frecuencia.

Existen 3 tipos de funciones singulares utilizados en el análisis de Fourier:



Serie Trigonométrica de Fourier

Las series de Fourier constituyen la herramienta matemática básica del análisis de Fourier empleado para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de dicha función en una suma infinita de funciones sinusoidales mucho más simples (como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras).

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} \left(a_n cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)\right)$$

Las expresiones se obtienen mediante las siguientes formulas:

$$a_0 = \frac{1}{2T}\int_{-T} f(t)dt$$

$$a_n = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f(t)cos\left(\frac{\pi nt}{T}\right)dt$$

$$b_n = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f(t)sen\left(\frac{\pi nt}{T}\right)dt$$

Condiciones de Dirichlet:

- f(t) es absolutamente integrable
- f(t) tiene un número finito de discontinuidades
- f(t) tiene un número finito de máximos y mínimos

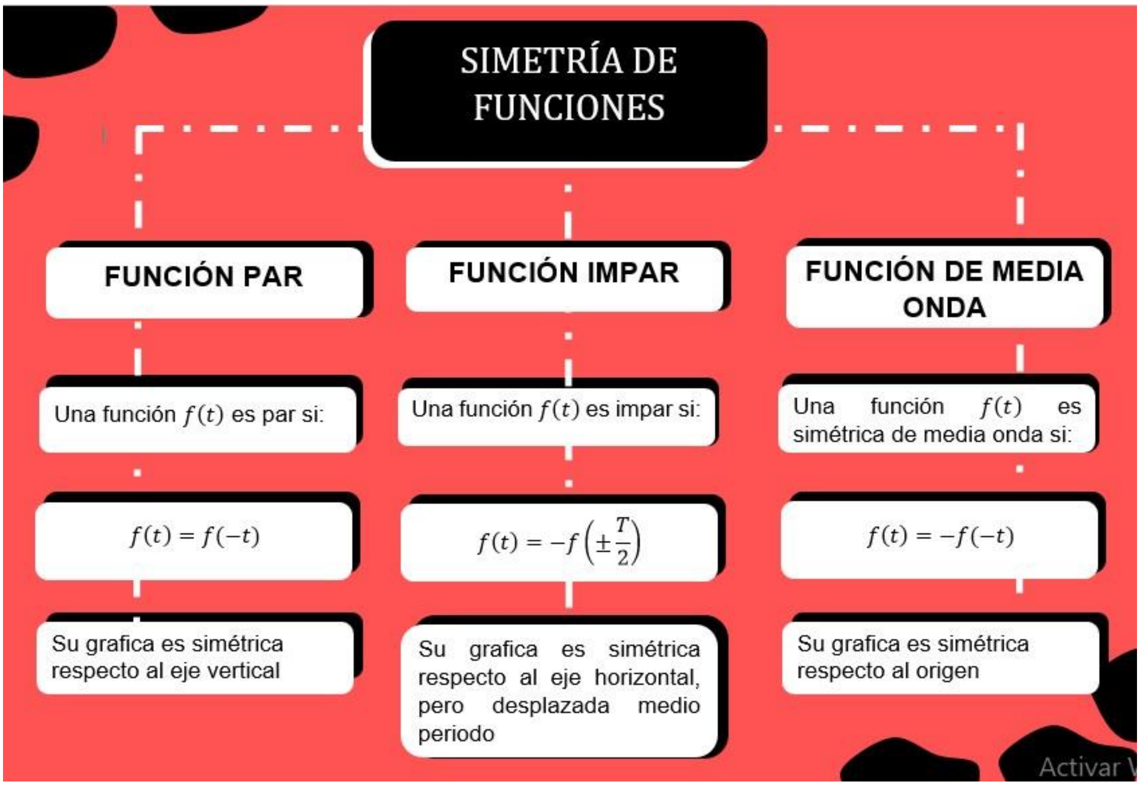
Las condiciones permiten reescribir las ecuaciones de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$a_n = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)cos(nW_0t)dt$$

$$b_n = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_{-T}^{T} f(t)sen((nW_0t))dt$$

Simetría de funciones



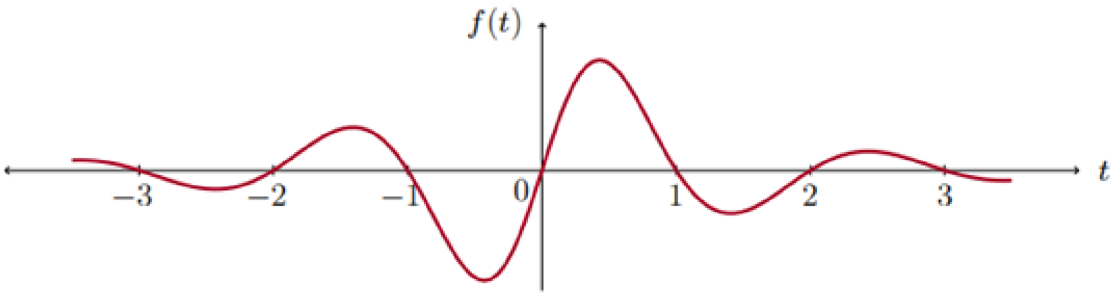


Ilustración 7 Función par

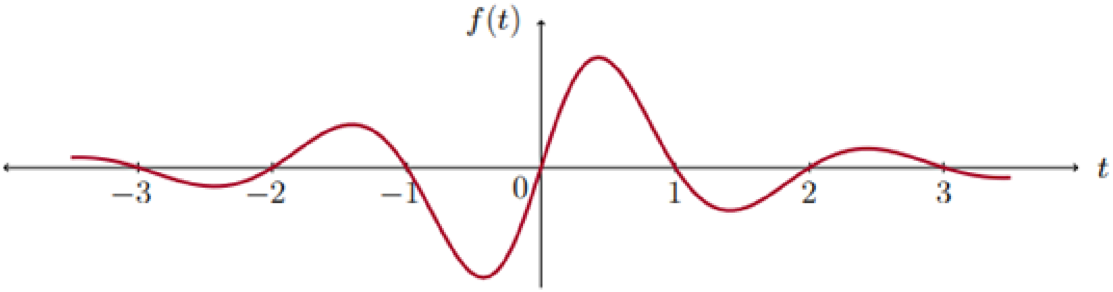


Ilustración 8 Función impar

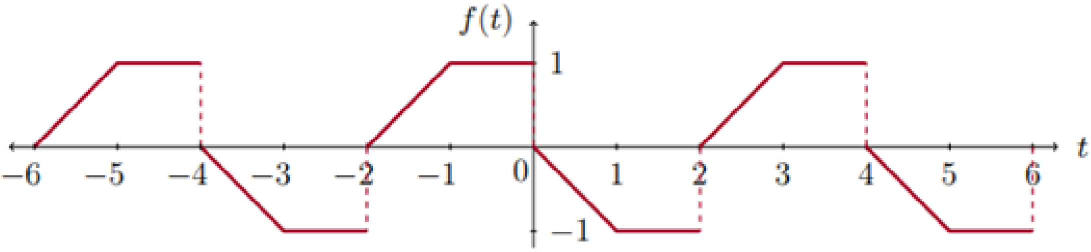
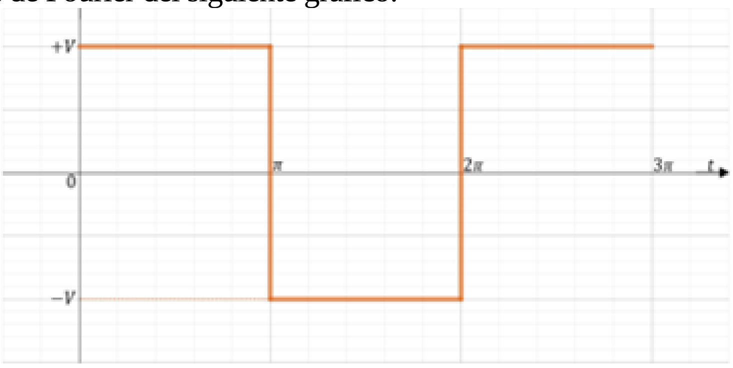


Ilustración 9 Simetría de media onda

Ejemplo 1:
Determinar la serie de Fourier del siguiente gráfico:



1.- Análisis

$T = 2\pi$

$$f(t) = \begin{cases} 0 \le t \le \pi \rightarrow f(t) = +V \\ \pi \le t \le 2\pi \rightarrow f(t) = -V \end{cases}$$

Función Impar:

$a_n = 0$ $\qquad \frac{a_0}{2} = 0$

$b_n \neq 0$

2.- Calcular los coeficientes:

Para a_0

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\cdot d(t) = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} V\cdot d(t) + \int_{\pi}^{2\pi} -V\cdot d(t)\right]$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi}\left[Vt|_0^{\pi} - Vt|_{\pi}^{2\pi}\right] = \frac{V}{2\pi}\left[\cancelto{0}{\pi - 0 - 2\pi + \pi}\right] = 0$$

$$a_n = 0$$

Para b_n:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\sin(n\omega t)\cdot dt = \frac{2}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} V\cdot\sin(n\omega t)\cdot dt - \int_{\pi}^{2\pi} V\cdot\sin(n\omega t)\cdot dt\right]$$

$$b_n = \frac{V}{\pi}\left[\int_0^{\pi}\sin(n\omega t)\cdot dt - \int_{\pi}^{2\pi}\sin(n\omega t)\cdot dt\right] = \frac{V}{\pi}\left[-\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}\bigg|_0^{\pi} + \frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}\bigg|_{\pi}^{2\pi}\right]$$

$$b_n = \frac{V}{\pi n\omega}\left[-\cos(n\omega t)|_0^{\pi} + \cos(n\omega t)|_{\pi}^{2\pi}\right], \text{si } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$b_n = \frac{V}{\pi n}\left[-\cos(nt)|_0^{\pi} + \cos(nt)|_{\pi}^{2\pi}\right] = \frac{V}{\pi n}\left[-\cos(n\pi) + \cos(0) + \cos(n2\pi) - \cos(n\pi)\right]$$

$$b_n = \frac{V}{n\pi}\left[-2\cos(n\pi) + \cos(n2\pi) + 1\right]$$

Si n es par entonces

$\boldsymbol{n = 2}$

$$b_2 = \frac{V}{2\pi}\left[-2\,\cancelto{1}{\cos(2\pi)} + \cancelto{1}{\cos(4\pi)} + 1\right]$$

$$b_2 = \frac{V}{2\pi}\left[\cancelto{0}{-2 + 1 + 1}\right] = 0$$

$\boldsymbol{n = 4}$

$$b_4 = \frac{V}{4\pi}\left[-2\,\cancelto{1}{\cos(4\pi)} + \cancelto{1}{\cos(8\pi)} + 1\right]$$

$$b_4 = \frac{V}{4\pi}\left[\cancelto{0}{-2 + 1 + 1}\right] = 0$$

$\boldsymbol{n = 6}$

$$b_6 = \frac{V}{6\pi}\left[\cancelto{0}{-2\cos(6\pi) + \cos(12\pi) + 1}\right] = 0$$

Si n es impar entonces

$$\boldsymbol{n = 1}$$

$$b_1 = \frac{V}{\pi}\left[-2\cancelto{-1}{\cos(\pi)} + \cancelto{1}{\cos(2\pi)} + 1\right] = \frac{V}{\pi}[2 + 1 + 1] = \frac{4V}{\pi}$$

$$\boldsymbol{n = 3}$$

$$b_3 = \frac{V}{3\pi}\left[-2\cancelto{-1}{\cos(3\pi)} + \cancelto{1}{\cos(6\pi)} + 1\right] = \frac{V}{\pi}[2 + 1 + 1] = \frac{4V}{3\pi}$$

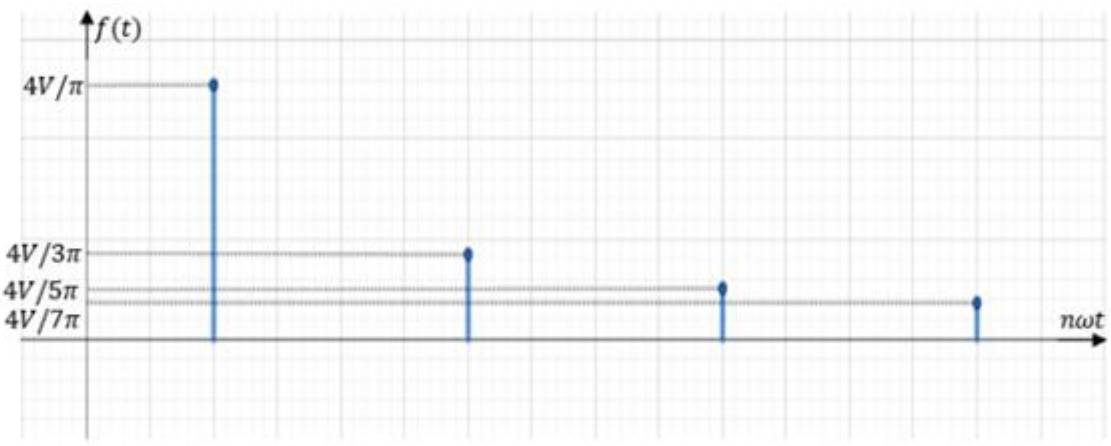
Entonces:

$$f(t) = \cancelto{0}{\frac{a_0}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \cancelto{0}{a_n \cos(n\omega t)} + b_n \sin(n\omega t)$$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V}{n\pi}\sin(n\omega t) = \boldsymbol{\frac{4V}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\omega t)}{n}}\ ; n = impar$$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\frac{4V}{n\pi}}_{Amp} \sin\left(\underbrace{n2\pi f t}_{frec.}\right)$$

Nº	Amplitud	Frecuencia
1	$4V/\pi$	$2\pi f t$
3	$4V/3\pi$	$6\pi f t$
5	$4V/5\pi$	$10\pi f t$
7	$4V/7\pi$	$14\pi f t$



Serie exponencial de Fourier

Serie exponencial de Fourier

La principal diferencia con la serie de Fourier trigonométrica es que el intervalo toma valores negativos y positivos, aunque por definición son las mismas funciones y se define como:

$$Cn = \frac{1}{T}\int_0^{T} f(t)e^{-jnwt}dt$$

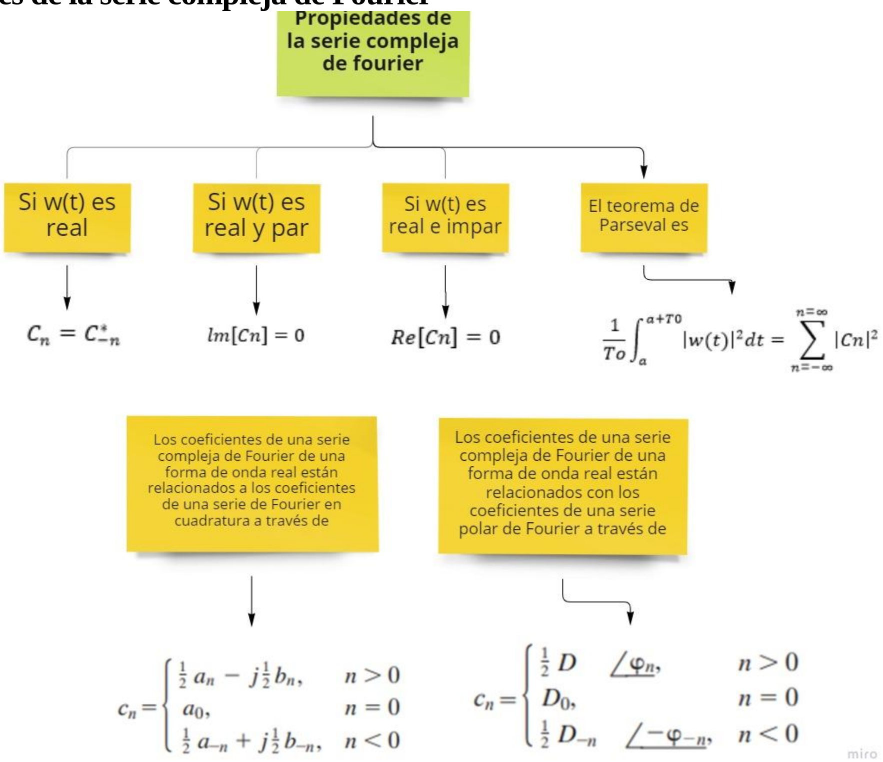
$$C_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T} f(t)dt$$

Entonces la ecuación general se define de la siguiente manera:

$$f(t) = C_0 + \sum_{-\infty} Cne^{jnwt}$$

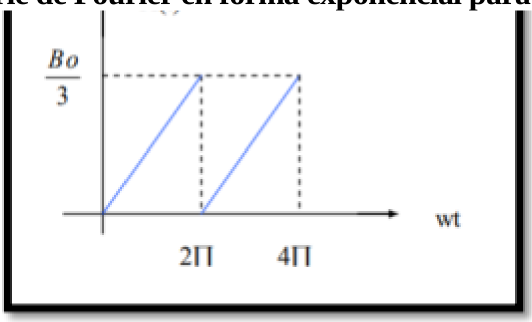
Si la forma de onda f(t) es periódica con un periodo de T0, esta representación por series de Fourier es válida durante todo el tiempo (es decir, sobre el intervalo menos infinito a más infinito), debido a que w(t) y n(t) son periódicas con el mismo periodo.

Propiedades de la serie compleja de Fourier



Ejemplo 1:

Hallar la forma de la serie de Fourier en forma exponencial para la siguiente función



Solución:

Determinando la expresión matemática de la función y aplicando fórmulas de los coeficientes se tiene:

$$m = \frac{\frac{Bo}{3} - 0}{2\pi - 0} = \frac{Bo}{6\pi}$$

$$y - y1 = m\,(x - x1)$$

$$y = m(x - x1) + y1$$

$$y = \frac{B0}{6\pi} t$$

$$u = t \to du = dt$$

$$dv = sen(nwt)dwt \to v = -\frac{\cos(nwt)(wt}{n}$$

$$Cn = \frac{1}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0}\left(1 + \frac{4}{T}t\right)e^{-inwt}dt + \int_{0}^{\frac{T}{2}}\left(1 + \frac{4}{T}t\right)e^{-inwt}dt\right]$$

$$Cn = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{e^{-inwt}}{-jwn}\right)\Big|_{-\frac{T}{2}}^{0}\right] + \frac{4}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0}(t)e^{-inwt}dt + \left[\frac{e^{-inwt}}{-jwn}\right]_{0}^{\frac{T}{2}} - \frac{4}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{0}(t)e^{-inwt}dt\right]$$

$$\int_{a}^{b} te^{-intw}dt = +\frac{te^{-intw}}{-jwn} - \int_{0}^{\frac{T}{2}}\frac{te^{-intw}}{-jwn}dt$$

$$Cn = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{-jwn} - \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{-jwn} + \frac{4}{T}\left(\frac{te^{-intw}}{-jwn} + \frac{te^{-intw}}{w^2n^2}\right)\Big|_{0}^{-\frac{T}{2}} - \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{-jwn} - \frac{1}{-jwn}\right.$$

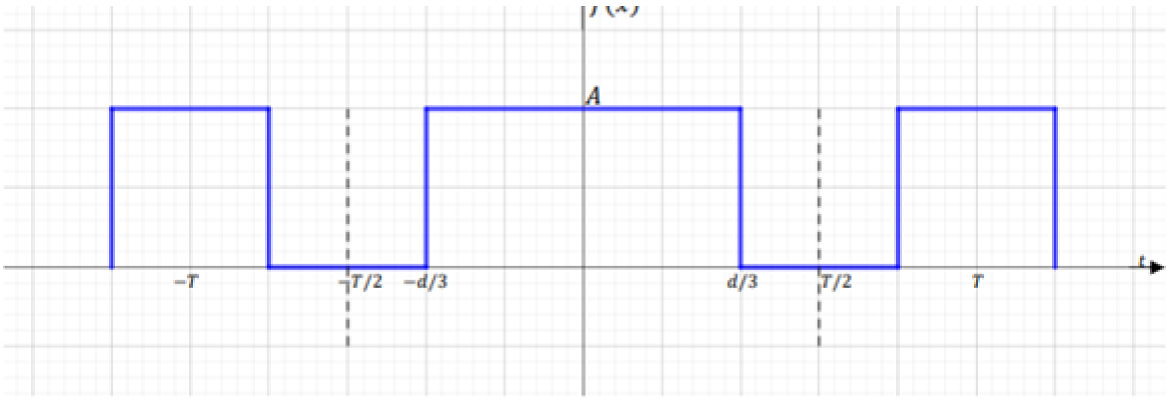
$$\left. - \frac{4}{T}\left(\frac{te^{-intw}}{-jwn} + \frac{te^{-intw}}{w^2n^2}\right)\Big|_{0}^{-\frac{T}{2}} - \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{-jwn} + \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{-jwn} = \frac{2sen(nw\frac{T}{2})}{wn}\right]$$

$$Cn = \frac{1}{T}\left[\frac{2sen(nw\frac{T}{2})}{wn} + \frac{4}{T}\left(\frac{1}{w^2n^2} - \frac{Te^{-in\frac{T}{2}w}}{2jwn} - \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{w^2n^2}\right) - \frac{4}{T}\left(\frac{Te^{-in\frac{T}{2}w}}{2jwn} + \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{w^2n^2} - \frac{1}{w^2n^2}\right)\right]$$

$$Cn = \frac{4}{T^2}\left[\left(-\frac{Te^{-in\frac{T}{2}w}}{2jwn} + \frac{e^{-inw\frac{T}{2}}}{w^2n^2} - \frac{2e^{-inw\frac{T}{2}}}{w^2n^2} + \frac{2}{w^2n^2}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{Cn = \frac{4}{T^2}\left[\left(-\frac{T}{iwn}sen\left(wn\frac{T}{2}\right) + \frac{2}{w^2n^2} - \frac{2}{w^2n^2}\cos\left(\frac{n\pi T}{2}\right)\right)\right]}$$

Ejemplo 2:
Encuentre la serie exponencial de Fourier y grafique los espectros respectivos de la frecuencia para la función periódica de pulsos rectangulares (t), la cual se muestra en la figura:



$$f(t) = \begin{cases} 0; -T/2 \le t \le -d/3 \\ A;\ -d/3 \le t \le d/3 \\ 0; \quad d/3 \le t \le T/2 \end{cases}$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)e^{-jn\omega_o t}dt = \frac{1}{T}\int_{-d/3}^{d/3} Ae^{-jn\omega_o t}dt$$

$$C_n = \frac{A}{T}\int_{-d/3}^{d/3} e^{-jn\omega_o t}dt = \frac{A}{T}\left[\frac{e^{-jn\omega_o t}}{-jn\omega_o t}\Bigg|_{-d/3}^{d/3}\right] = -\frac{A}{T}\left(\frac{e^{-jn\omega_o d/3} - e^{jn\omega_o d/3}}{jn\omega_o}\right)\cdot\frac{2}{2}$$

$$C_n = \frac{2A}{nT\omega_o}\left(\frac{e^{-jn\omega_o d/3} - e^{jn\omega_o d/3}}{2j}\right)$$

$$C_n = \frac{2A}{nT\omega_o}\cdot \sin(n\omega_o d/3) = \frac{2A}{nT\omega_o}\cdot sin(n\omega_o d/3)$$

$$\boldsymbol{C_n = \frac{2Ad}{3T}\left[\frac{\sin\left(\frac{n\omega_o d}{3}\right)}{\frac{n\omega_o d}{3}}\right]}$$

Para:

$$\frac{2Ad}{3T} = \frac{2A(1/10)}{3(1/2)} = \frac{2A/10}{3/2} = 2A/15$$

$$d = \frac{1}{10}\ y\ T = \frac{1}{2} => \omega_o = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\ rad$$

$$\therefore \frac{d}{T} = \frac{1/10}{1/2} = \frac{1}{5}, ESPECTRO\ DE\ AMPLITUD$$

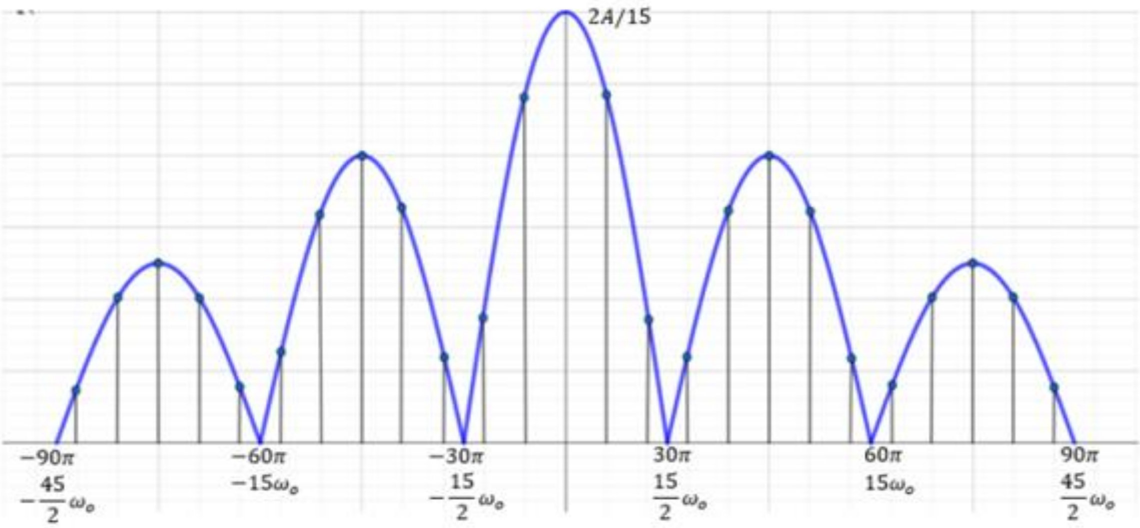
$$\sin\left(\frac{n\omega_o d}{3}\right) = 0 => \frac{n\omega_o d}{3} = m\pi;\ \ m = 1, 2, 3, \dots, K \in E$$

$$n\frac{4\pi}{3}\cdot\frac{1}{10} = m\pi \rightarrow n = \frac{15}{2}m$$

$$m = 1, \omega_1 = \pm\frac{15}{2}\cdot\omega_o = \pm 30\pi rad; n = \sin\pi \qquad n = \sin\left(\frac{15}{2}\cdot 4\pi\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{3}\right) = \sin(\pi)$$

$$m = 2, \omega_2 = \pm 15\cdot\omega_o = \pm 60\pi rad; n = \sin 2\pi \qquad n = \sin\left(15\cdot 4\pi\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{3}\right) = \sin(2\pi)$$

$$m = 3, \omega_3 = \pm\frac{45}{2}\cdot\omega_o = \pm 90\pi rad; n = \sin 3\pi \qquad n = \sin\left(\frac{45}{2}\cdot 4\pi\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{3}\right) = \sin(3\pi)$$



Transformada de Fourier

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una operación matemática indispensable para un gran número de disciplinas. Se usa en campos como la medicina, las telecomunicaciones, la ingeniería acústica, los circuitos eléctricos, el diseño de puentes frente a resonancias y la compresión de pistas de audio, entre otros.

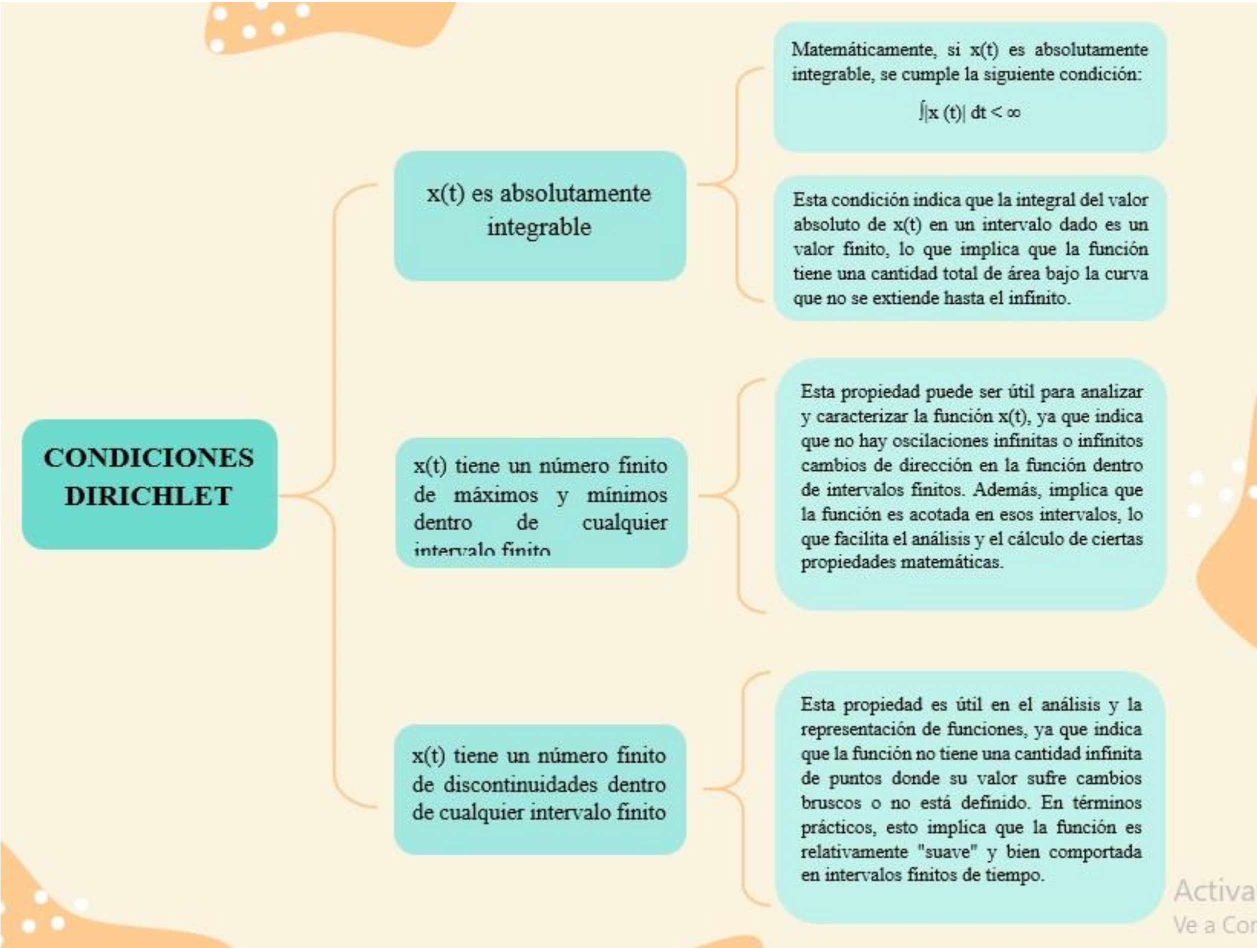
Es usada para transformar señales entre el dominio del tiempo o espacio al dominio de la frecuencia, y viceversa.

$$X(\omega) = \mathscr{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty} x(t) e^{j\omega t} dt$$

$$x(t) = \mathscr{F}^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Convergencia de la transformada de Fourier

Del mismo modo que en el caso de las señales periódicas, las condiciones suficientes para la convergencia de X(v) son las siguientes (de nueva cuenta, se hace referencia a ellas como las condiciones de Dirichlet):



Propiedades de la transformada de Fourier

Propiedad	Señal	Transformada de Fourier
	$x(t)$	$X(\omega)$
	$x_1(t)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(t)$	$X_2(\omega)$
Linealidad	$a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Desplazamiento en el tiempo	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Desplazamiento en la frecuencia	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
Escalamiento en el tiempo	$x(at)$	$\frac{1}{\|a\|}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Inversión del tiempo	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Dualidad	$X(t)$	$2\pi x(-\omega)$
Diferenciación en el tiempo	$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(\omega)$
Diferenciación en la frecuencia	$(-jt)x(t)$	$\frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Integración	$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$	$\pi X(0)\,\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}X(\omega)$
Convolución	$x_1(t) * x_2(t)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Multiplicación	$x_1(t)x_2(t)$	$\frac{1}{2\pi}X_1(\omega) * X_2(\omega)$
Señal real	$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$	$X(\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$ $X(-\omega) = X^*(\omega)$
Componente par	$x_e(t)$	$\mathrm{Re}\{X(\omega)\} = A(\omega)$
Componente impar	$x_o(t)$	$j\,\mathrm{Im}\{X(\omega)\} = jB(\omega)$
Relaciones de Parseval		

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(\lambda)X_2(\lambda)\, d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\lambda)x_2(\lambda)\, d\lambda$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t)\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega)X_2(-\omega)\, d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2\, d\omega$$

Ejemplo 1:

Encuentre la transformada de Fourier de la señal de pulso rectangular x(t) definida por:

$$x(t) = p_a(t) = \begin{cases} 1 & |t| < a \\ 0 & |t| > a \end{cases}$$

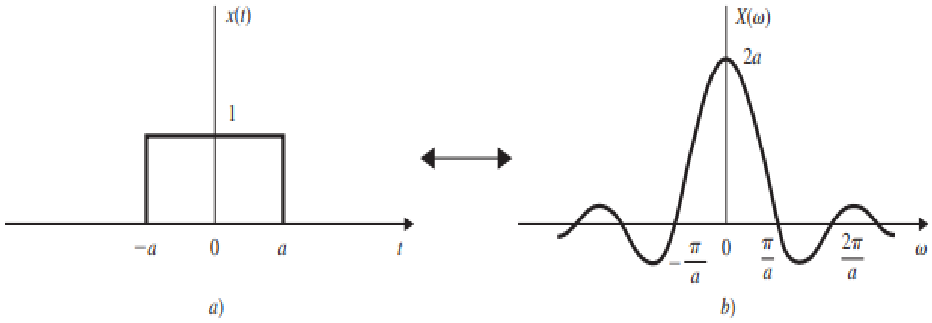
Por la definición (5.31) $\quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p_a(t) e^{-j\omega t}\, dt = \int_{-a}^{a} e^{-j\omega t}\, dt$

$$= \frac{1}{j\omega}(e^{j\omega a} - e^{-j\omega a}) = 2\frac{\operatorname{sen}\omega a}{\omega} = 2a\frac{\operatorname{sen}\omega a}{a}$$

Por tanto, obtenemos

$$p_a(t) \leftrightarrow 2\frac{\operatorname{sen}\omega a}{\omega} = 2a\frac{\operatorname{sen}\omega a}{\omega a} \tag{5.136}$$

La transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$ se grafica en la figura 5-16b).



Ejemplo 2:
Encuentre la transformada de Fourier de la señal:

$$x(t) = \frac{1}{a^2 + t^2}$$

De la ecuación (5.138) tenemos que $\quad e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$

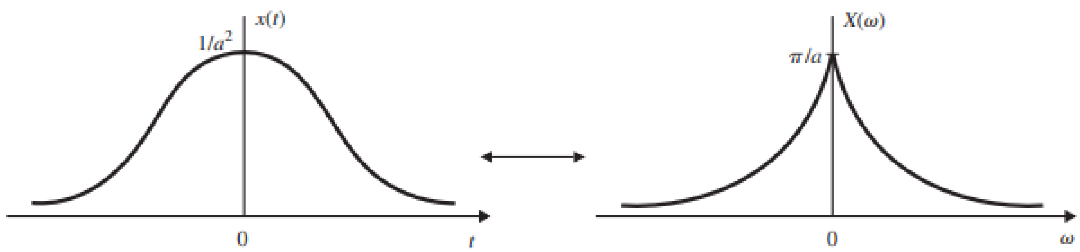
Ahora, por la propiedad de dualidad (5.54) tenemos que

$$\frac{2a}{a^2 + t^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-a|-\omega|} = 2\pi e^{-a|\omega|}$$

Si dividimos ambos lados entre $2a$, obtenemos

$$\frac{1}{a^2 + t^2} \leftrightarrow \frac{\pi}{a} e^{-a|\omega|}$$

La transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$ se muestra en la figura 5-19b).



Densidad espectral

Densidad espectral

La Densidad Espectral de Potencia (siglas DEP, en inglés Power Spectral Density) de una señal es una función matemática que da a conocer la distribución de la potencia de dicha señal sobre las distintas frecuencias en donde está formada. Así, se puede establecer el rango de frecuencias donde se concentran las variaciones de potencia. La observación del comportamiento de señales en el dominio de la frecuencia resulta de gran ayuda, ya que se pueden discriminar las variaciones más fácilmente que en el dominio del tiempo, esto permite la comparación entre dos grupos poblacionales, y detectar una variación en el comportamiento del parámetro estudiado.

$$P(x) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |X(t)|^2 \, dt$$

Auto correlación de señales

Es el proceso de acoplamiento de una señal con una versión retardada de la misma.

Versión de la señal retardada Rx (No periódica)	Propiedades
$Rx(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)\, dt$	$Rx(\tau) = R_x(-\tau)$ $Rx(\tau) \leq R_x(0)$ $Rx(\tau) \leftrightarrow \gamma_x(f)$ $Rx(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\,(t)dt$
Versión de la señal retardada Rx (Periódica)	**Propiedades**
$Rx(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t+\tau)\, dt$	$Rx(\tau) = R_x(-\tau)$ $Rx(\tau) \leq R_x(0)$ $Rx(\tau) \leftrightarrow G_x(f)$ $Rx(0) = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x^2\,(t)dt$

Energía de una señal

En general toda señal tiene duración finita, por lo que la energía es finita. No se considera solo como energía el área bajo la curva, o integral de la señal, debido a que puede contener áreas de signo negativo que pueden cancelar la media, la mayor parte de energía debe estar concentrada en un intervalo de tiempo finito.

$$Ex(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x^{x^2}(t)dt$$

Se debe tener en cuenta lo siguiente:

Señal continua no periódica	
$P = \frac{1}{T}; P = 0 \; porque \; T = \infty$	
Señales Periódicas $E = \infty$ $P = Valor$	**Señales No Periódicas** $E = valor$ $P = 0$

Ejemplo 1:

Hallar la potencia promedio normalizada de:

$$x(t) = 5Cos(2\pi f_0 t)$$

Solución:

Usando Ts promedio

$$Px = \frac{1}{T}\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} x^2(t)dt$$

$$Px = \frac{1}{T0}\int_{-\frac{t_2}{2}}^{\frac{t_2}{2}} 25cos^2(2\pi f_0 t)dt$$

$$Px = \frac{25}{T0}\int_{-\frac{t_2}{2}}^{\frac{t_2}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{Cos(4\pi f_0 t)dt}{2}\right)dt$$

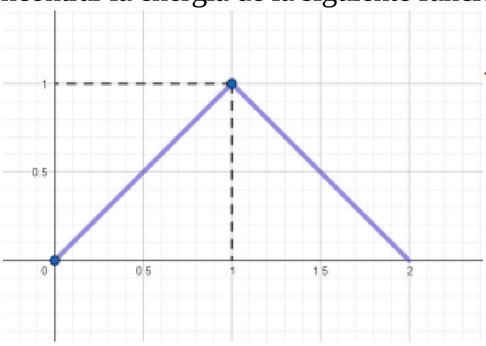
$$Px = \frac{25}{T0}\left[\left(\frac{t}{2} + \frac{Cos(4\pi f_0 t)dt}{2}\right)_{-\frac{T0}{2}}^{\frac{T0}{2}}\right]$$

$$Px = \frac{25}{T0}\left[\left(\frac{T0}{2}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{Px = 12.5\left[\frac{Watts}{Hz}\right]}$$

Ejemplo 2:

Encontrar la energía de la siguiente función:



$$x(t)\begin{cases} t; 0 \le t \le 1 \\ 2 - t; 1 \le t \le 2 \\ 0; \ t \le 2 \end{cases}$$

$P1(0;0)$ $x_1; y_1$ $P2(1;1)$ $x_2; y_2$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = x \rightarrow \boldsymbol{x(t) = t}$$

$x_1; y_1$ $P2(2;0)$ $x_2; y_2$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = 2 - x \rightarrow \boldsymbol{x(t) = 2 - t}$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)^2|dt = \int_0^1 |t^2|dt + \int_1^2 |(2-t)^2|dt$$

$$E = \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 + \int_1^2 (4 - 4t + t^2)dt = \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 + \left[4t|_1^2 - \frac{4t^2}{2}\Big|_1^2 + \frac{t^3}{3}\Big|_1^2\right]$$

$$E = \frac{1}{3} + \left[8 - 4 + \frac{16}{2} + \frac{4}{2} + \frac{8}{3} + \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3} + \left[-4 + 2 + \frac{7}{3}\right]$$

$$E = \frac{1}{3} + 4 + 2 + \frac{7}{3} = \boldsymbol{\frac{2}{3}[Joule/Hz]}$$

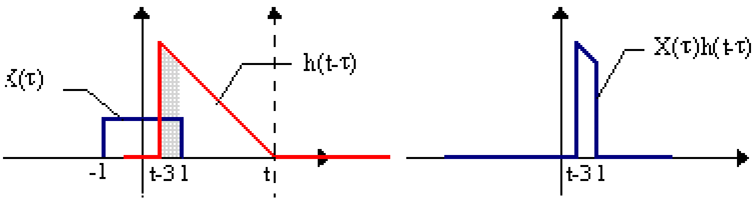
Convolución y autocorrelación

Convolución y autocorrelación

Convolución

Es una operación matemática con dos funciones, que es la representación más general del proceso de filtrado lineal (invariante). La convolución puede ser aplicada a dos funciones cualesquiera de tiempo o espacio (u otras variables) para arrojar una tercera función, la salida de la convolución. Si bien la definición matemática es simétrica con respecto a las dos funciones de entrada, es común en el procesamiento de las señales decir que una de las funciones es un filtro que actúa sobre la otra función.

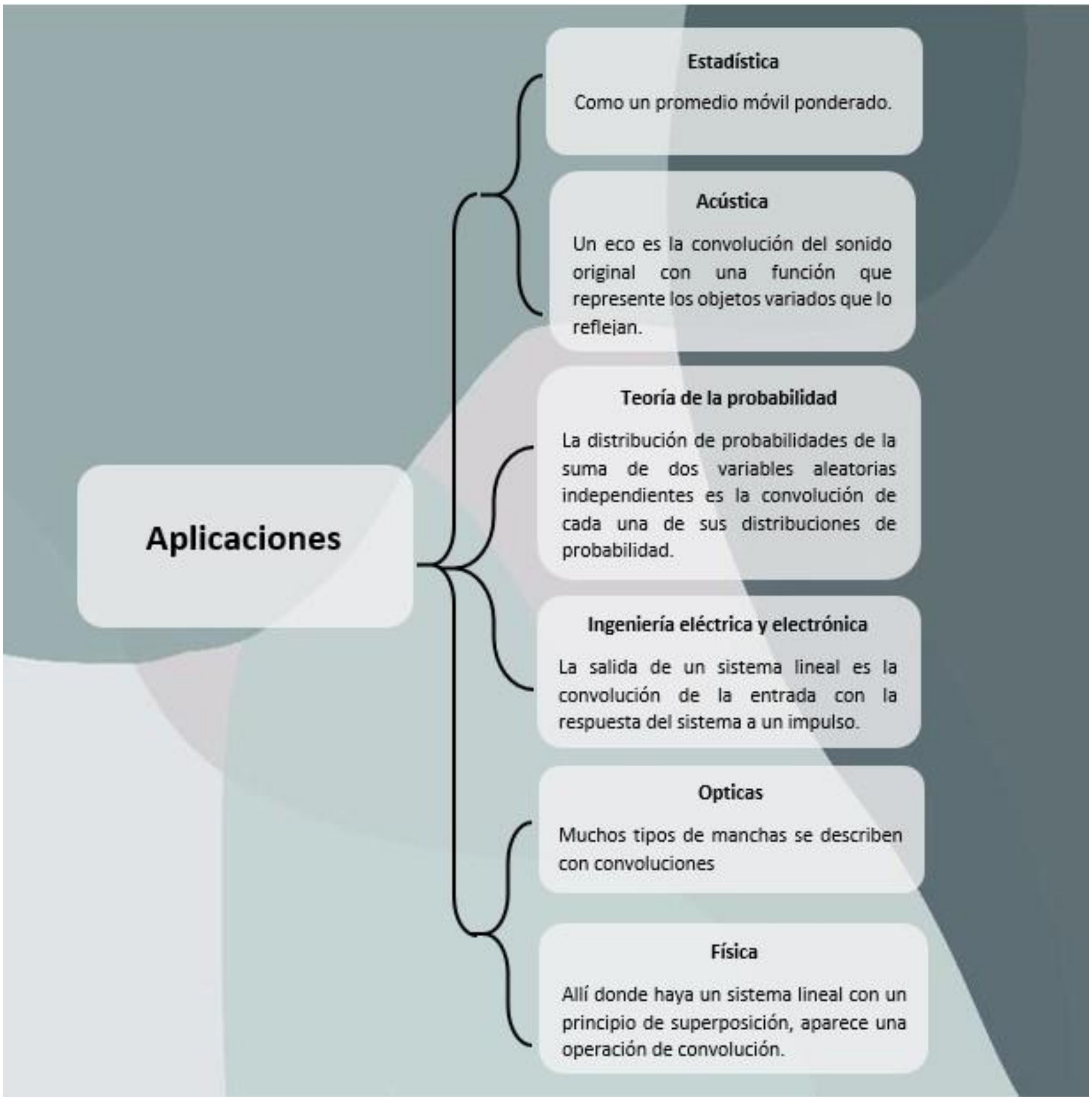
La respuesta de muchos sistemas físicos puede ser representada matemáticamente mediante una convolución. Por ejemplo, una convolución puede ser utilizada para modelar el filtrado de la energía sísmica por las diversas capas de rocas; la deconvolución se utiliza extensivamente en el procesamiento sísmico para contrarrestar ese filtrado.



$$X(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} t-\tau & t-3<\tau<1 \\ 0 & \textit{otro valor} \end{cases} \qquad Y(t) = X(t)*h(t) = \int_{t-3}^{1}(t-\tau)\,d\tau = 4+t-\frac{t^2}{2}$$

$$Y(t) = 4+t-\frac{t^2}{2} \qquad 2<t<4$$

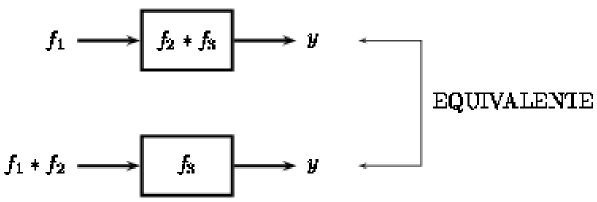
Aplicaciones de la convolución



Propiedades de la convolución

- Asociativa

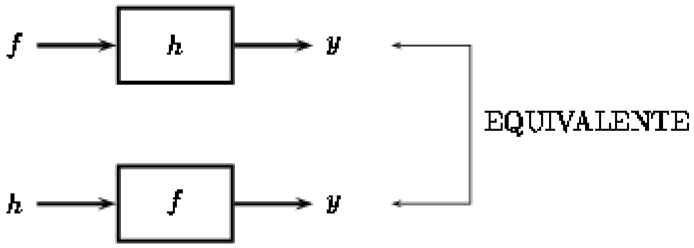
$$f_1(t) * (f_2(t) * f_3(t)) = (f_1(t) * f_2(t)) * f_3(t)$$



- Conmutativa

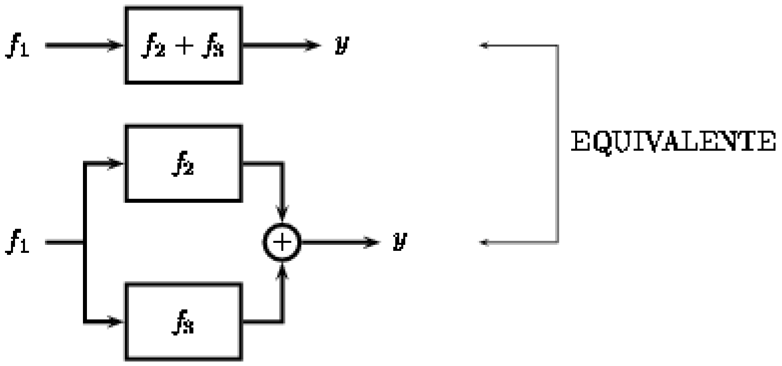
$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)h(\tau)\,\mathrm{d}\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \end{aligned}$$

$$f(t) * h(t) = h(t) * f(t)$$



- Distributiva

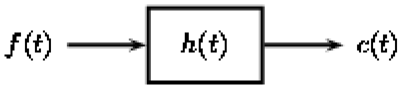
$$f_1(t) * (f_2(t) + f_3(t)) = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$$



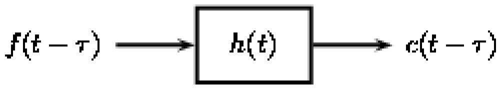
- Desplazamiento en el tiempo

$$c\,(t-T) = f\,(t-T) * h\,(t)$$

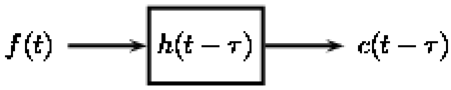
$$c\,(t-T) = f\,(t) * h\,(t-T)$$



(a)



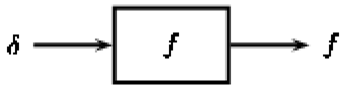
(b)



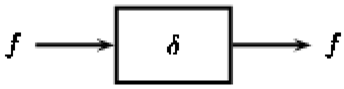
(c)

- Convolución con un impulso

$$f\,(t) * \delta\,(t) = f\,(t)$$



(a)



(b)

Teorema de la convolución

$$f(t) \cdot g(t) = \int_0^t f(\tau) + g(t-\tau)d\tau \qquad en\ donde\ \tau\ es\ la\ variable$$

$$g(t) \cdot f(t) = \int_0^t g(\tau) + f(t-\tau)d\tau$$

Ejemplo:

$$h(t) = t \cdot e^{t-1}$$

$$\int_0^t \tau e^{t-\tau-1} \cdot d\tau \qquad\qquad \int_0^t e^{\tau-1}(t-\tau)d\tau$$

$$= e^{-1}\int_0^t (e^{\tau}t - \tau e^{\tau})d\tau = e^{-1}\int_0^t e^{\tau}t \cdot d\tau - e^{-1}\int_0^t \tau e^{\tau} \cdot d\tau$$

$$u = \tau \qquad \int dv = \int e^{\tau}d\tau$$
$$du = d\tau \qquad v = e^{\tau}$$
$$\therefore \int \tau e^{\tau} \cdot d\tau = \tau e^{\tau} - \int e^{\tau} \cdot d\tau$$

$$= te^{-1}\int_0^t e^{\tau} \cdot d\tau - e^{-1}[\tau e^{\tau} - e^{\tau}]|_0^t$$
$$= te^{-1}[e^{\tau}|_0^t - e^{-1}[te^{t} - e^{t} - 0e^{0} - (-1)]]$$
$$= te^{-1}[e^{t} - 1] - e^{-1}(te^{t} - e^{t} + 1)$$
$$= te^{-1}e^{t} - te^{-1} - te^{-1}e^{t} + e^{-1}e^{t} - e^{-1}$$
$$= \boldsymbol{-te^{-1} + e^{t}e^{-1} - e^{-1}}$$

$$\mathcal{L}\{f(t) \cdot g(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\} \cdot \mathcal{L}\{g(t)\} = F(S)\,G(S)$$

$$\mathcal{L}\{t \cdot e^{t-1}\} = \mathcal{L}\{e^{t-1} \cdot t\} = \int_0^t e^{\tau-1} \cdot (t-\tau) \cdot d\tau$$

$$\mathcal{L}\{e^{t} \cdot e^{-1} - te^{-1} - e^{-1}\} = e^{-1}\mathcal{L}\{t\} - e^{-1}\mathcal{L}\{1\}$$

$$e^{-1}\left[\frac{1}{s-1} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s}\right] = e^{-1}\left[\frac{s^2}{(s-1)s^2} - \frac{(s-1)}{(s-1)s^2} - \frac{s(s-1)}{(s-1)s^2}\right]$$

$$e^{-1}\left[\frac{s^2 - s + 1 - s^2 + s}{(s-1)s^2}\right] = \boldsymbol{\frac{e^{-1}}{(s-1)s^2}} \qquad \mathcal{L}\{t \cdot e^{t-1}\}$$

$$= \frac{1}{s^2}\,\mathcal{L}[e^{t} \cdot e^{-1}]$$

$$= \boldsymbol{\frac{e^{-1}}{(s-1)s^2}}$$

Autocorrelación de señales

La función de autocorrelación se define como la correlación cruzada de la señal consigo misma. La función de autocorrelación resulta de gran utilidad para encontrar patrones repetitivos dentro de una señal, como la periodicidad de una señal enmascarada bajo el ruido o para identificar la frecuencia fundamental de una señal que no contiene dicha componente, pero aparecen numerosas frecuencias armónicas de esta.

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema de comunicación}} \rightarrow x'(t)$$

En donde:

$x'(t) = x(t+\tau)$

$Rx(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t+\tau) \cdot d\tau$ para señales no periódicas

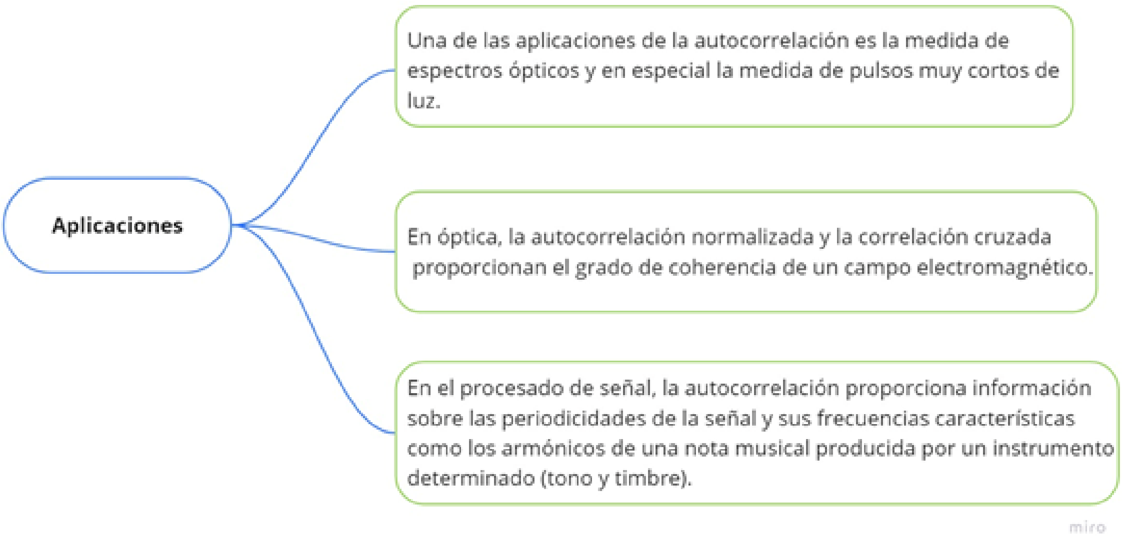
Propiedades de la autocorrelación

Definiremos las propiedades de la autocorrelación unidimensional. La mayoría de sus propiedades son extensibles fácilmente a los casos multidimensionales.

- Simetría: R(i) = R(−i).
- La función de autocorrelación alcanza un valor máximo en el origen, donde alcanza un valor real. El mismo resultado puede encontrarse en el caso discreto.
- Como la autocorrelación es un tipo específico de correlación mantiene todas las propiedades de la correlación.
- La autocorrelación de una señal de ruido blanco tendrá un fuerte pico en $\tau = 0$ y valores cercanos a cero y sin ninguna estructura para cualquier otro τ. Esto muestra que el ruido blanco carece de periodicidad.
- Según el teorema de Wiener-Khinchin, la función de autocorrelación es la transformada inversa de Fourier de la densidad espectral:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f\tau}\, df$$

Aplicaciones de la autocorrelación:



Ejemplo:

Sean x(t) y y(t) dos señales determinísticas descritas a continuación:

$$\boldsymbol{x(t) = -\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin(4\pi t) - \sin(6\pi t)}$$
$$\boldsymbol{y(t) = -\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) - 3\sin(4\pi t) + \cos(6\pi t)}$$

Determine:

a. La Autocorrelación de x(t)

Sea:

$$x(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4} + \pi\right) + \sin(4\pi t) + \sin(6\pi t + \pi)$$
$$x(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{4}\right) + \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(6\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Calculando la autocorrelación de una señal determinística, es decir, la autocorrelación como promedio temporal de una señal de potencia:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T}\int_T x(t).x(t+\tau)dt;$$

se obtiene

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2}\cos(2\pi\tau) + \frac{1}{2}\cos(4\pi\tau) + \frac{1}{2}\cos(6\pi\tau)$$

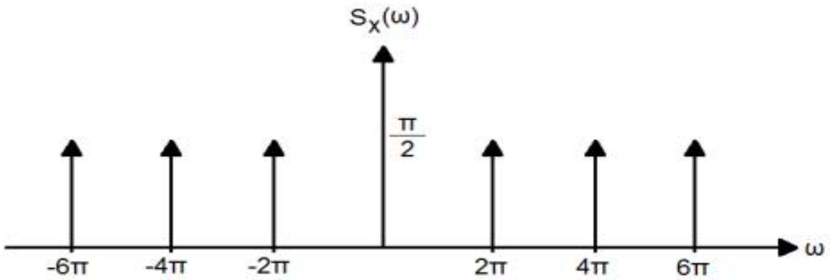
b. La Autocorrelación de y(t)

De forma similar a la pregunta anterior se obtiene:

$$R_{yy}(\tau) = \frac{1}{2}\cos(2\pi\tau) + \frac{9}{2}\cos(4\pi\tau) + \frac{1}{2}\cos(6\pi\tau)$$

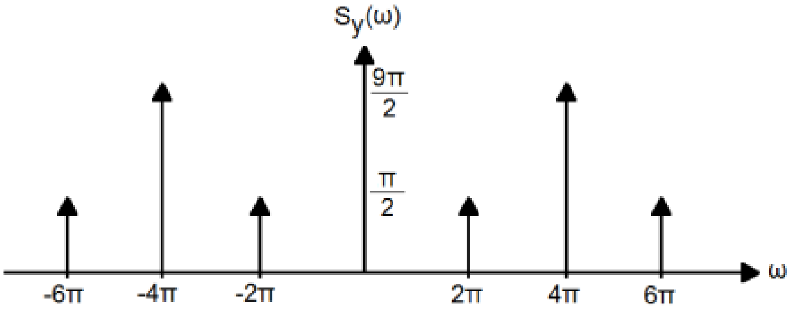
c. La Densidad espectral de potencia de x(t).

$$DEP_x = S_x(\omega) = F\{R_{xx}(\tau)\}$$
$$= \frac{\pi}{2}[\delta(\omega+2\pi) + \delta(\omega-2\pi)] + \frac{\pi}{2}[\delta(\omega+4\pi) + \delta(\omega-4\pi)] + \frac{\pi}{2}[\delta(\omega+6\pi) + \delta(\omega-6\pi)]$$



d. La Densidad espectral de potencia de y(t).

$$DEP_y = S_y(\omega) = F\{R_{yy}(\tau)\}$$
$$= \frac{\pi}{2}[\delta(\omega+2\pi)+\delta(\omega-2\pi)] + \frac{9\pi}{2}[\delta(\omega+4\pi)+\delta(\omega-4\pi)] + \frac{\pi}{2}[\delta(\omega+6\pi)+\delta(\omega-6\pi)]$$



e. La Potencia de x(t)

$$P_{x(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)d\omega = \frac{3}{2}Watts$$

f. La Potencia de y(t)

$$P_{y(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)d\omega = \frac{11}{2}Watts$$

Bibliografía:

[1] M. A. V. CORREA, «Funciones Singulares,» [En línea]. Available: https://www.studocu.com/ec/document/universidad-nacional-de-chimborazo/circuitos-electricos/funciones-singulares-circuitos-ii-resumen-de-la-actividad/16025242. [Último acceso: 20 Diciembre 2023].

[2] G. Suarez, «Coeficientes de fourier de ondas simétricas,» [En línea]. Available: http://logistica.fime.uanl.mx/miguel/mate4/2-simetrias.pdf. [Último acceso: 20 Diciembre 2023].

[3] L. W. Couch, Sistemas de comunicacion digitales y analogicos, México: Pearson, 2002. [Último acceso: 20 Diciembre 2023].