Univerza v Ljubljani
Fakulteta za Matematiko in Fiziko
Oddelek za Fiziko

Model epidemije

Projekt v sklopu predmeta
Računalniška orodja v fiziki

Ruben Lasan

Predavatelj: izr. prof. dr. Daniel Svenšek
Asistent: doc. dr. Martin Horvat

Akademsko leto 2019/2020

Kazalo

1 Uvod

Projekt obravnava diskreten model epidemije. Populacija, ki je čez celoten potek modela enaka, je razdeljena v štiri kategorije. Te so dovzetni, okuženi, bolni in odporni. Posamezen delež populacije v kategoriji pa je razdeljen v celice velikosti od ene do deset oseb. Preko točno določenih enačb in poljubno izbranih parametrov se vsak diskreten korak (dan) izračuna novi delež populacije v posamezni kategoriji.

1.1 Opis enačb

Vsak diskreten korak se začne z osnovno enačbo, ki izračuna delež novo okuženih:

$$\Delta K_i = (\alpha_1 K_i + \alpha_2 B_i) D_i \tag{1}$$

Parametra α_1 in α_2 sta poljubna, K_i, B_i, D_i pa so deleži okuženih, bolnih in dovzetnih. Ker pa je populacija razdeljena v celice potrebujemo funkcijo, ki bo izračunala novo število posameznih celic in upošteva enačbo 1:

$$s_{i+1}^D(N) = s_i^D(N) - Z\Delta K_i n_i^D(N) \tag{2}$$

To je funkcija števila oseb v posamezni dovzetni celici (v tem modelu so celice velikosti od N=1 do N=10), s_i^D predstavlja število dovzetnih celic, Z je celotna populacija, n_i^D je delež dovzetnih oseb v celici in ΔK_i je enačba 1. Preko enačbe 1 lahko še izračunamo novi delež dovzetnih, to pa nam podaja naslednja enačba:

$$D_{i+1} = D_i - \Delta K_i \sum_M n_i^D(M) M \tag{3}$$

Nato pa lahko definiramo funkcijo, ki izračuna novi delež oseb v dovzetnih celicah:

$$n_{i+1}^D(N) = [\frac{D_i}{D_{i+1}} - N\frac{\Delta K_i}{D_{i+1}}] n_i^D(N) \tag{4}$$

Za lažjo obdelavo podatkov predpostavimo, ko se okuži ali zboli en član celice, se okuži ali zboli celotna celica. Verjetnost da prvi dan zboli vsaj en član celice je enaka $1-(1-\beta)^N$, drugi dan $1-(1-\beta_1)^N(1-\beta_2)^N$ in tako naprej. Parameter β_j narašča in peti dan doseže največjo vrednost, potem pa začne padati. Če okuženi ne zboli do desetega dneva postane odporen. Za bolne pa predpostavimo da po štirinajstih dneh postanejo odporni.

2 Epidemija

Model epidemije poteka v diskretnih korakih, tem lahko rečemo kar dnevi. Celotna populacija se čez potek modela ne spreminja, se pa vsak dan stanje populacije, ki je razdeljena v kategorije, spreminja. Na to imata največji vpliv parametra α_1 in α_2 ki vplivata na delež novo okuženih glede na delež okužene in bolne populacije. Ta delež vsak dan izračuna enačba 1. Verjetnosti da okuženi zboli določajo parametri β_j, ker po desetih dneh okuženi postane odporen je parametrov kar deset. Na potek epidemije velikost populacije ali število posameznih celic nima opaznih učinkov, ampak jih ima delež okužene populacije v začetnih dnevih epidemije.

2.1 Pričakovana epidemija

Za lažje razumevanje, analizo in razumevanje modela, simuliramo epidemijo z znanimi rezultati. Parametre določimo tako da bo epidemija hitro dosegla vrh in se hitro končala, skozi potek pa bo bolnih zelo malo. Na koncu bo ostal velik delež odpornih in majhen delež dovzetnih. Število celic je naključno med 1000 in 10000.
Tako epidemijo nam določajo naslednji parametri:

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.007	0.008	0.009	0.01	0.02	0.01	0.008	0.006	0.005	0.003

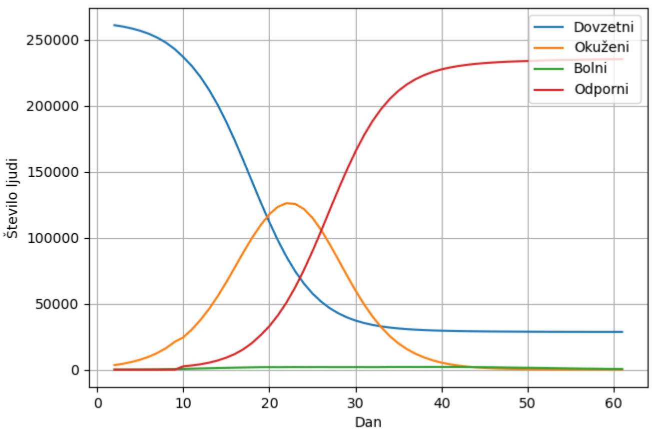
Tabela 1: Parameter beta raste do polovice nato pa spet pada

α_1	0.045
α_2	0.035

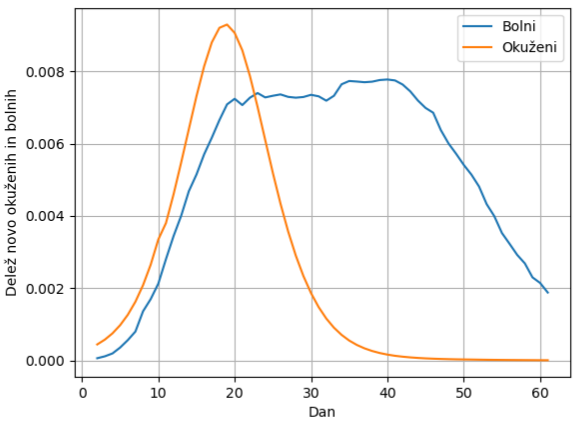
Tabela 2: Parametra α

Delež dovzetnih	0.99
Delež okuženih	0.01

Tabela 3: Deleža populacije

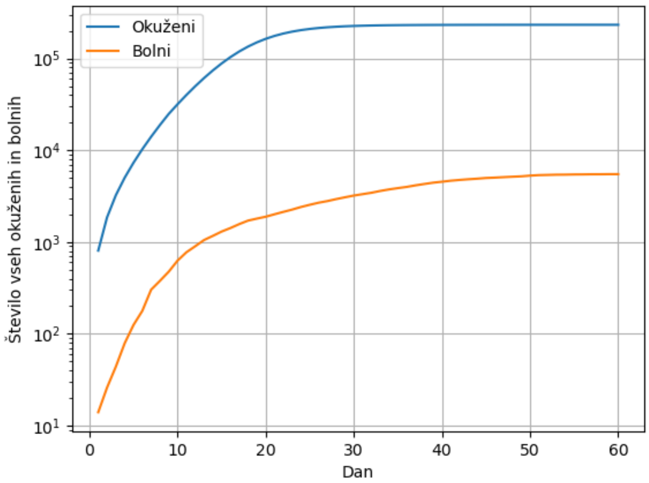


Slika 1: Potek epidemije

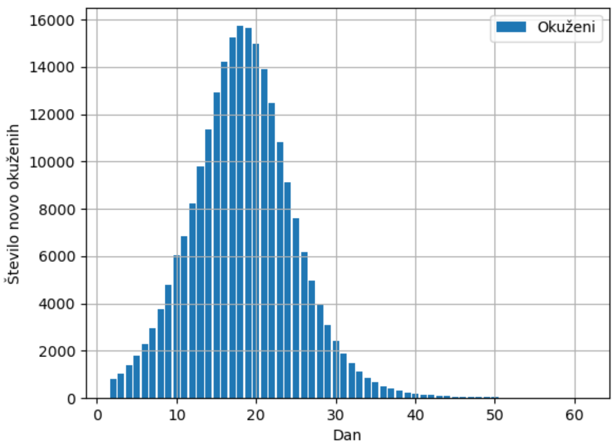


Slika 2: Delež novo okuženih in bolnih

Deseti dan po prvi okužbi lahko vidimo naraščanje odporne populacije. Na dvaindvajseti dan, okužena populacija doseže vrh, naslednji dan pa sta že populacija dovzetnih in odpornih enaki. Ker je število dovzetnih ljudi pomemben del v enačbi 1, ampak je že po dvajsetem dnevu število dovzetnih manjše od števila okuženih, je število novo okuženih manjše od števila ljudi, ki po desetih dneh okužbe postajajo odporni. Verjetnost bolezni je v tem primeru premajhna, da bi imela dovolj velik vpliv v enačbi 1 in s tem upočasnila padec okužene populacije. Na dvainštirideseti dan je nevarnost novega izbrugha epidemije konec, saj je delež odporne populacije prevelik. Število okuženih in bolnih pa pade na ničlo na petinpetdeseti dan.



Slika 3: Število vseh okuženih in bolnih v logaritmski skali



Slika 4: Število novo okuženih

Iz grafa 3 je dobro razviden potek epidemije. Na začetku število okuženih in bolnih hitro naraste nato pa se počasi približuje končni vrednosti.

2.2 Vplivi parametrov alfa

Največji vpliv na ta model imajo parametri, še posebej parametra α_1 in α_2, malo manjši vpliv imajo parametri β_j, še manj pa velikost populacije.

Parameter β_j bo v tem delu konstanten. Predpostavimo da je α_1 večji od α_2. Predpostavimo stalno populacijo, delež populacije je enak kot v tabeli 3 in število posameznih celic z N osebami je enako:

N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8	N=9	N=10
2062	8872	1903	9526	8871	6917	6870	1712	6766	4350

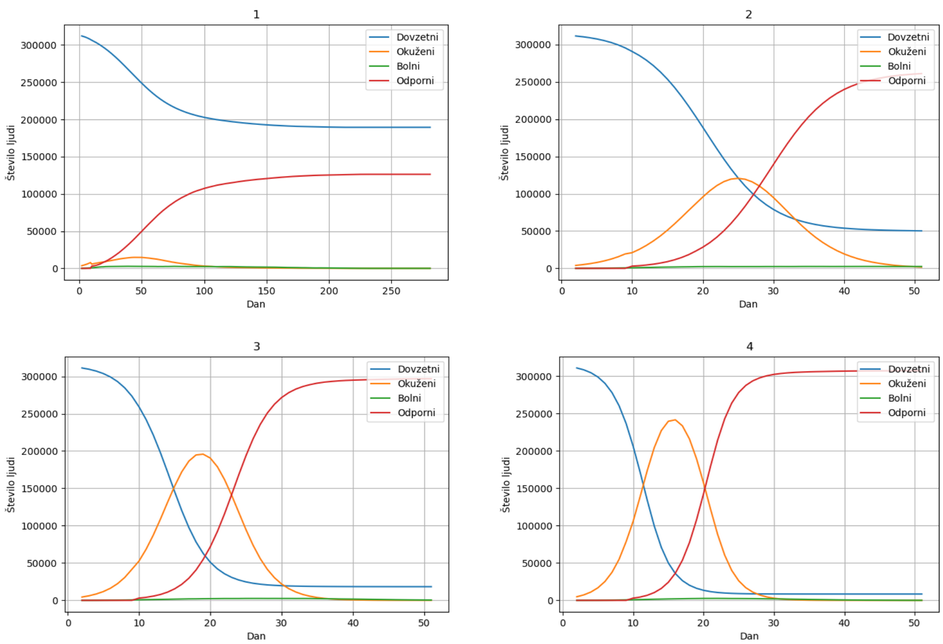
Tabela 4: Število celic

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.01	0.012	0.013	0.014	0.02	0.013	0.012	0.01	0.008	0.006

Tabela 5: Parametri beta

Indeks	1	2	3	4
α_1	0.02	0.04	0.06	0.08
α_2	0.01	0.03	0.05	0.07

Tabela 6: Parametra α_1 in α_2



Slika 5: Epidemija je odvisna od parametrov α

Večja kot sta parametra hitreje narašča število okuženih, to lahko direktno razberemo iz enačbe 1. Na prvi pogled, bi pričakovali, da manjša kot sta parametra hitreje se epidemija ustavi, saj bi to pomenilo manjšo okužbo. Ampak moramo upoštevati hitro padanje števila dovzetnih ljudi, ki ima velik vpliv v enačbi 3. Ta pa direktno vpliva na enačbo 1, saj je število novo okuženih odvisno od deleža dovzetnih. Če se hitro okuži veliko število ljudi, se enako hitro zmanjša število dovzetnih in poveča število odpornih ljudi. Ker je število dovzetnih zelo hitro padlo je enako padlo število novo okuženih, že prej okuženi pa sedaj postajajo odporni. Ostane samo še odporna in dovzetna populacija, s tem pa konec epidemije.

2.3 Vpliv velikosti celic

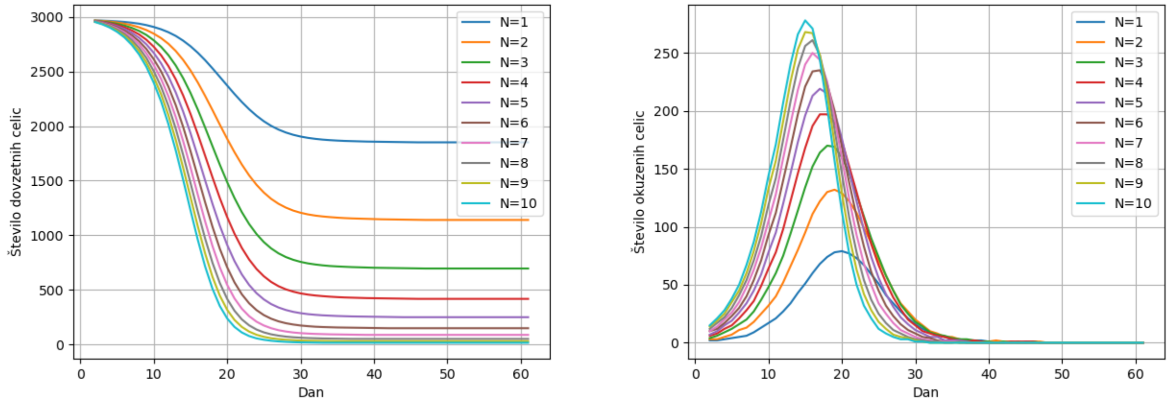
Ker je v našem modelu populacija razdeljena na celice velikosti N oseb, imajo te celice svoje prednosti in slabosti. Predpostavili smo, če se okuži ali zboli en član v celici bo okužena ali bolna kar celotna celica. Število celic je enako kot v tabeli 4, deleža populacije pa sta enaka kot v tabeli 2.
Parametri so naslednji:

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.22	0.24	0.26	0.28	0.45	0.43	0.41	0.29	0.27	0.25

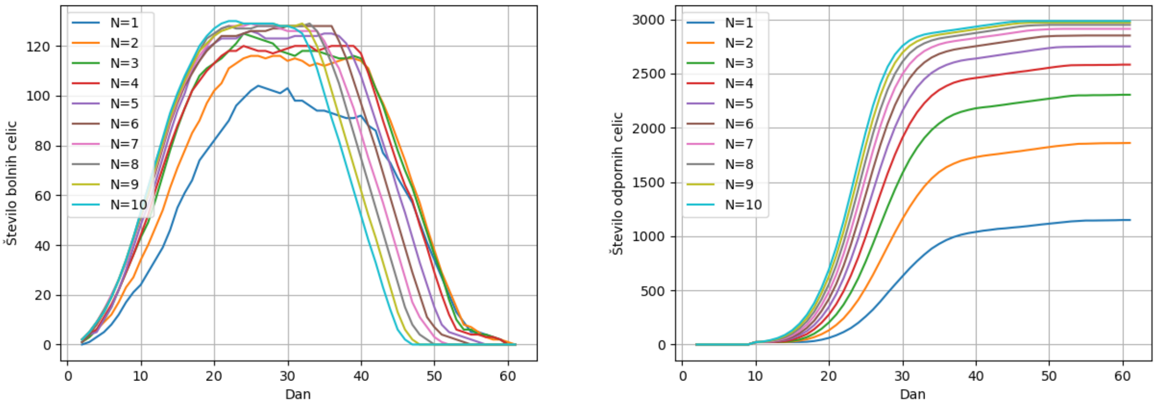
Tabela 7: Parametri beta

α_1	0.055
α_2	0.025

Tabela 8: Parametra α_1 in α_2



Slika 6: Število posameznih celic

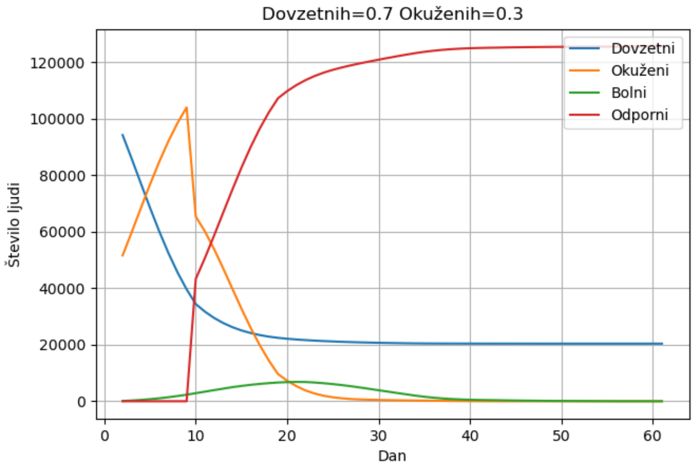


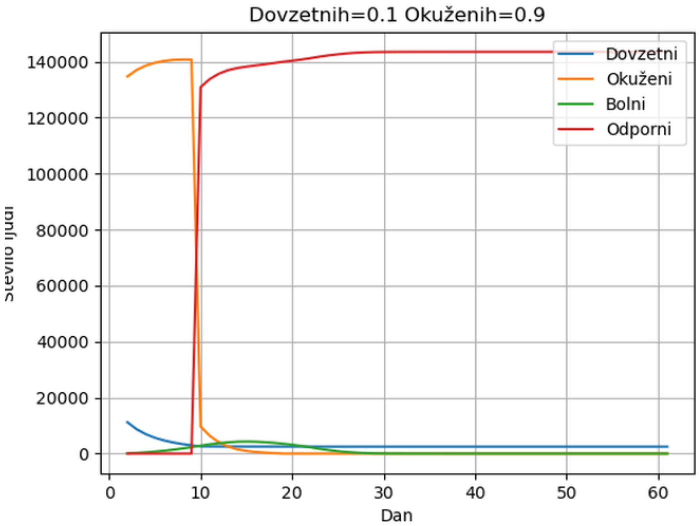
Slika 7: Število posameznih celic

Takoj lahko opazimo da večje kot je število oseb v posamezni celici, hitreje se širi okužba. Razlog za to lahko razberemo iz enačbe 4, enačbe 2 in pa verjetnosti bolezni. V enačbi 4 in 3 n_i^D predstavlja delež dovzetnih oseb, kar je logično da je večji, saj je v isto število celic večji delež populacije tam kjer je v celici deset oseb v primerjavi, kjer je samo ena. Verjetnost ali bo okuženi zbolel ali ne je enako odvisna od števila oseb v celici. Enačba za verjetnost je 1-(1-β)^N, kjer N predstavlja število oseb v celici. Iz te enačbe je razvidno, večje kot je število oseb v celici večja je verjetnost bolezni.
Največji vpliv na slabost večjih celic pa imata predpostavki, ko se okuži ali zboli en član celice so naslednji dan okuženi ali bolni vsi člani celice. S tem razlogom so velike celice slabost v tem modelu.

2.4 Posebni primeri

Obravnavajno še poseben primer. Parametri β_j so enaki kot v tabeli 7. Število vseh posameznih celic pa je 2000.
Če je delež okuženih na prvi dan večji od 0.3 se epidemija po dvajsetih dneh konča.





Slika 8: Konec epidemije po dvajsetih dneh

Ker je večina populacije prvi dan že okužene, postanejo deseti dan že odporni, zato pade število okuženih zelo blizu ničle in posledično ne pride do novih okužb.

3 Zaključek

Ne glede na to, da v tem modelu nismo upoštevali spreminjanje populacije, starosti ljudi, vsakodnevnih potreb, nam je model zelo dobro napovedal potek epidemije v svetu. Po določenem času se število vseh okužb logaritmsko približuje neki končni vrednosti, število okužb po izbruhu dnevno pada, večje skupine ljudi so slabost, konča pa se vedno tako da jih delež zboli, delež jih ostane neokuženih in pa preostali postanejo odporni.
V modelu veliko spremenljivk, ki bi bile v resničnem življenju ključne neupoštevamo, ampak se še vseeno zelo dobro primerja z podatki iz trenutne epidemije z virusom SARS-CoV-2.