Sistemas de ecuaciones diferenciales homogéneos

Tanques acoplados A y B

Sergio Rock Arredondo - A01706830

- Usando **"dsolve"**

```
%Definir variables simbólicas
syms x1(t) x2(t)

%Definir el sistema de ecuaciones diferenciales
ode1 = diff(x1,t) == -(3/100)*x1 + (1/100)*x2;
ode2 = diff(x2,t) == (1/50)*x1 - (1/25)*x2 + 1;

%Definir condiciones iniciales
cond1 = x1(0) == 60;
cond2 = x2(0) == 10;

%Resolver el sistema usando desolve
[x1Sol, x2Sol] = dsolve([ode1,ode2],[cond1,cond2]);

%Mostrar las soluciones
disp("Solución para x1(t): ");
```

```
Solución para x1(t):
```

```
pretty(x1Sol)
```

```
                                  /    t \ / exp(t/20) 40   140 \
                               exp| - -- | | ------------ - --- |
   /    t \ / exp(t/50) 50   80 \      \   20 / \       3         3  /
exp| - -- | | ------------ + -- | - --------------------------------
   \   50 / \       3         3 /                   2
```

```
disp("Solución para x2(t): ");
```

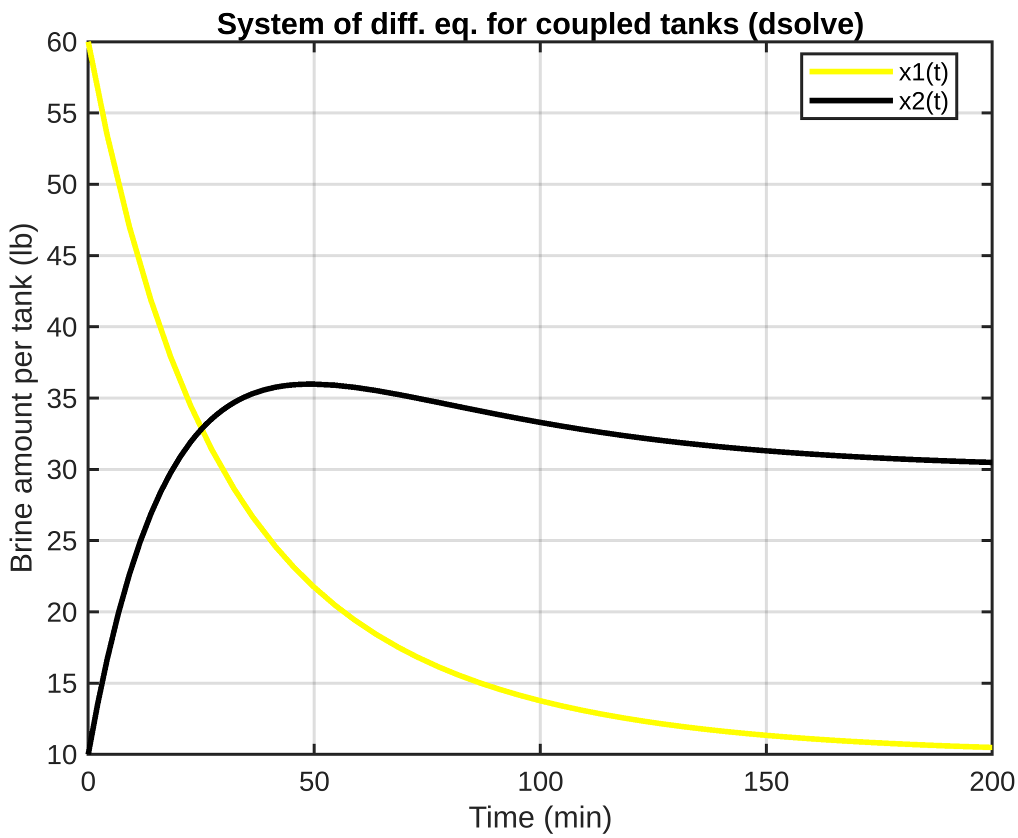
```
Solución para x2(t):
```

```
pretty(x2Sol)
```

```
   /    t \ / exp(t/20) 40   140 \      /    t \ / exp(t/50) 50   80 \
exp| - -- | | ------------ - --- | + exp| - -- | | ------------ + -- |
   \   20 / \       3         3  /      \   50 / \       3         3 /
```

```
%Graficar las soluciones
fplot(x1Sol,[0,200],'y-','DisplayName','x1(t)','LineWidth',2);
hold on
fplot(x2Sol,[0,200],'k-','DisplayName','x2(t)','LineWidth',2);
hold off
grid on
xlabel('Time (min)')
ylabel('Brine amount per tank (lb)')
```

```
title('System of diff. eq. for coupled tanks (dsolve)')
legend('Location','best')
set(gcf, 'Color', 'white')
set(gca, 'LineWidth', 1)
```



- Usando **"ode45"**

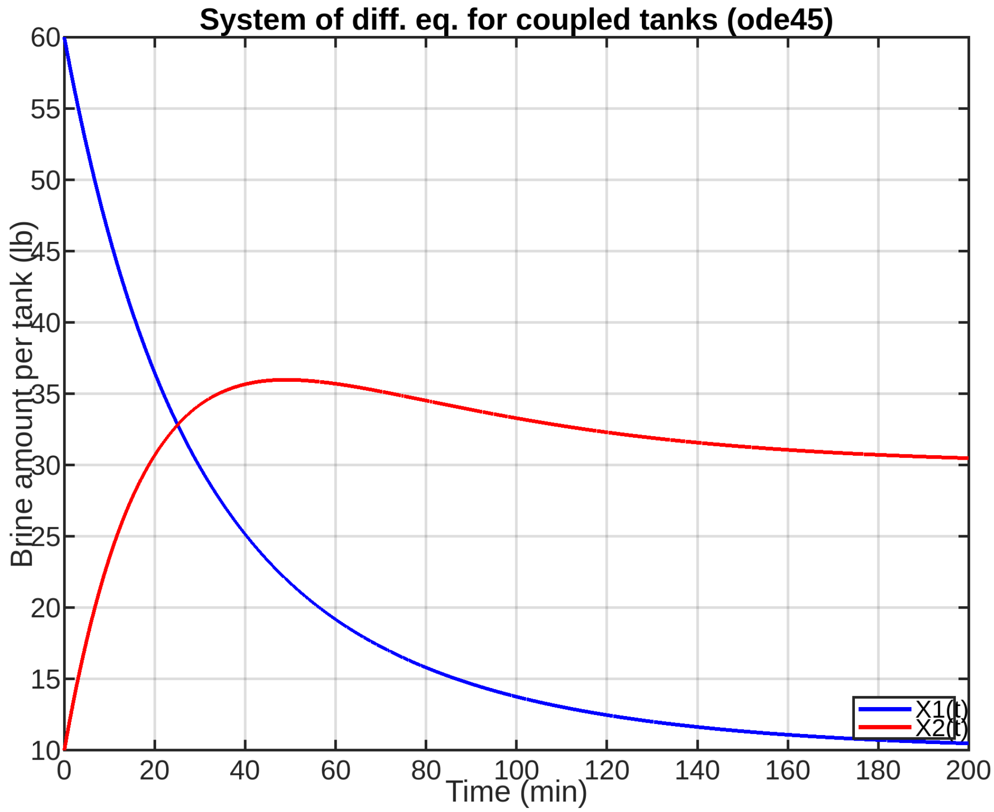
```
%Condiciones iniciales
x0=[60,10];      % x1(t), x2(t)

%Intervalo de tiempo
tspan=0:0.01:200;   % min

%Función ode para resolver sistema de ec. diff
[t,x]=ode45(@tanquesAcoplados,tspan,x0);    %@ -> as a function handle

%Plot
figure('Name','Respuesta del Sistema de Tanques Acoplados')
plot(t, x(:,1), 'b-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'X1(t)')
hold on
plot(t, x(:,2), 'r-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'X2(t)')
hold off
```

```
%Estética
grid on
xlabel('Time (min)')
ylabel('Brine amount per tank (lb)')
title('System of diff. eq. for coupled tanks (ode45)')
legend('Location', 'best')
set(gcf, 'Color', 'white')
set(gca, 'LineWidth', 1)
```




```
%En MATLAB las funciones, para que estén en el mismo script tienen que ir
%hasta abajo

%Definir función para sistema de ecuaciones diferenciales
function dxdt = tanquesAcoplados(t,x)

%Inicializar vector de dos filas, una columna vacío
dxdt=zeros(2,1);

%Ec. diff.
dxdt(1)= -(3/100)*x(1) + (1/100)*x(2);
dxdt(2)= (1/50)*x(1) - (1/25)*x(2) + 1;
end
```

Interpretación de las gráficas

El fenómeno que estas gráficas modelan es un sitema de dos tanques A y B acoplados que tienen una cantidad inicial de salmuera dentro de si y a su vez tienen flujo de agua pura y de salmuera ingresando por diversas tuberías. Este fenómeno se modela matemáticamente con ecuaciones diferenciales que con el paso del tiempo demnuestran el contenido de salmuera en los tanques. En este caso, el proceso de modelado se realizó con dos métodos numéricos computacionales distintos que muestran a grandes rasgos el mismo resultado, sin embargo utilizan aproximaciones mínimamente diferentes para ser más precisos en el proceso; los métodos son "dsolve" y "ode45".

Para entender lod gráficos, el primer elemento a apreciar es la escala. En el *eje x* se aprecia el tiempo en minutos (min) y en el *eje y* se aprecia la cantidad de salmuera en libras (lb). Es apreciable también que la línea descendiente en ambos gráficos (x1(t)) es la cantidad de salmuera en el tanque A, la cual inicia teniendo 60 lb y en un lapso de aproximadamente 200 min llega a su punto más bajo posible siendo de 10lb, esto debido a dos cosas:

(1) Que la interpretación matemática de este modelo tiene exponenciales negativos que le dan forma a la gráfica y por lo tanto nunca llegará a 0. (2) Que este sistema de tanques tiene un flujo que añade salmuera, por lo tanto nunca se llegará a 0.

Al observar esta tendencia de disminución de salmuera en (x1(t)) se puede notar que este tanque tiene más flujo de agua potable dentro de sí y más flujo de salmuera hacia el exterior.

Por el otro lado, para la cantidad de salmuera en el tanque B (x2(t)), se observa que inicia en 0lb (determinado por las condiciones inicales del sistema), asciende con el paso del tiempo y luego vuelve a descender para ascercase a su concentración más baja después del acople siendo 30lb. De esta forma se observa que e tanque B tiene mayor flujo hacia adentro de sí de salmuera debido a la expulsión de salmuera del tanque A y también un flujo externo independiente de salmuera. Por ello, cuando el flujo de expulsión de salmuera del tanque A y el flujo independiente de salmuera se combinan se llega al punto máximo de dalmuera en e tanque B, sin embargo, cuando se expulsa la gran mayoría de salmuera del tanque A y ya no contribuye con la cantidad inicial que tenía al inicio (60lb) vuelve a reducirse la cantidad de salmuera en el tanque B pues ahora depende en su totalidad de la diferencia de flujo externo de salmuera de A, que ahora es muy bajo, y el ingreso de salmuera externo 1 lb/min. Es por ello que el modelado de x2(t) sube y vuelve a bajar para mantenerse en su punto más bajo.

Finalmente, un último detalle a apreciar dentro de las gráficas es que existe una intersección entre las líneas, la cual indica que ese es el punto en el tiempo en el que ambos tanques tienen la misma cantidad de salmuera, demostrando que existe un flujo o transferencia de salmuera entre los tanques. Esto sucede mayormente al inicio del flujo antes de la estabilización del sistema pues se aprecia la intersección aproximadamente a los 30 min en los que el sistema acoplado comienza su funcionamiento.