



## مقدمه‌ای بر مدل‌های علوم اعصاب (۱) روزبه فرهودی

شکل ۱: مقطعی از بافت مغز که با روش گلگی رنگ آمیز شده است.

این‌ها با وارد کردن یک الکتروود در سلول می‌توان دنباله فعالیت‌های آن را ثبت کرد. این ابزارها و مشابه‌های روزآمد آن‌ها انبوهی از داده فراهم آورده و دریچه جدیدی را بر محققان باز کرده است که با آن به سؤالات فلسفی قدیمی نگاه دوباره بیاندازند. شاید تشبیه وضعیت کنونی علم نروساینس با زمانی که تیکو براهه<sup>۹</sup> اندازه‌گیری‌های دقیقی از اجرام آسمانی نمود که به پیدایش مکانیک نیوتنی منجر شد، بیراه نباشد.

برای درک این داده‌ها باید به تفسیرهای کوتاه و دقیق برسیم. بسیاری از فعالیت‌های ذهنی مانند دیدن، یادگرفتن، به خاطر سپردن، لذت بردن، درد کشیدن، مساله ریاضی حل کردن و .... برای ما روشن است ولی هنگامی که داده‌های مغزی نظیر آن‌ها را ثبت می‌کنیم متوجه می‌شویم تا چه اندازه شرح اتفاقات مغزی آن مشکل است. اینجاست که برای دست یافتن به قوانین بنیادی این حوزه مدل‌سازی ریاضی مغز اهمیت پیدا می‌کند. در این سلسله نوشتارها قصد داریم مقدماتی از علوم اعصاب و مدل‌های معروف آن را بیان کنیم.

### ۱ مدل تک نرون

مغز از دو رده مهم سلولی تشکیل شده است: نرون‌ها<sup>۱۰</sup> که اطلاعات را پردازش می‌کنند و سلول‌های گلیا<sup>۱۱</sup> که نقش حمایت کننده نرون‌ها را دارند و مستقیماً دخالتی در پردازش اطلاعات ندارند. در مغز انسان به طور تقریبی ۱۰۰ میلیارد سلول نرونی و حدود ۱۰ برابر آن سلول گلیا وجود دارد [۱]. نرون‌ها از نظر آناتومی و تغییرات الکتریکی تنوع زیادی دارند با این حال یک نرون به طور معمول

از دیرباز نحوه کارکرد ذهن سوالی چالش برانگیز بوده است. شکل ظاهری مغز توده‌ای کم و بیش سفید رنگ و یکنواخت است که نشانی از ساختار اعجاب‌آورش نمی‌دهد. به همین دلیل تا مدت‌ها وظیفه اصلی آن در بدن مشخص نبود. رنه دکارت، فیلسوف و دانشمند شهیر، مغز را ماشینی از اندام‌های کوچک تصور می‌کرد که به کمک مایع درون مغزی و قوانین هیدرولیکی مسبب حرکت‌های دست و پا و بدن است و در نتیجه نقشی در هوش و احساس ندارد. در سال ۱۸۷۳ گلگی<sup>۱</sup> که از پیشگامان علوم اعصاب است، با قرار دادن مقطعی از مغز در ترکیبی از جیوه به روشی دست یافت که بتوان بعضی از اجزای آن را در زیر میکروسکوپ مشاهده کرد. جالب است بدانید که به علت پیچیدگی شکل ظاهری سلول‌های مغز تا مدت‌ها بین او و کاخال<sup>۲</sup> بحث‌های جدی بر سر این که آیا مغز ساختاری یک‌پارچه است<sup>۳</sup> و یا از اجزای سلولی تشکیل شده است، در گرفت. تا جایی که به علت تفوق نیافتن هیچ یک از این دو نظریه بر دیگری، در سال ۱۹۰۶ مشترکاً به هر دوی آن‌ها نوبل دادند. هرچند یافته‌های بعدی نظریه سلولی را مورد تأیید قرار داد.

از آن تاریخ به بعد فن‌آوری‌های مختلفی برای بررسی ساختار مغز ابداع شد. به عنوان مثال با ای.ای.جی<sup>۴</sup> می‌توان تغییر پتانسیل سطح مغز و مشابه آن با ام.ای.جی<sup>۵</sup> تغییرات میدان مغناطیسی را اندازه گرفت، به وسیله ام.آر.آی<sup>۶</sup> می‌توان بدون هیچ گونه آسیبی به مغز تصویری نسبتاً دقیق از ساختار درونی آن بدست آورد و با اف.ام.آر.آی<sup>۷</sup> می‌توان به طور پیوسته و در طول زمان فعالیت‌های مغزی را ثبت نمود. علاوه بر این میکروسکوپ‌های قوی الکترونی و دو فوتونی<sup>۸</sup> می‌توانند با جزئیاتی در حد نانومتر بافت جدا شده‌ای از مغز را نشان دهند. در کنار

Camillo Golgi<sup>۱</sup>

Santiago Ramón y Cajal<sup>۲</sup>

Reticular Theory<sup>۳</sup>

EEG<sup>۴</sup>

MEG<sup>۵</sup>

MRI<sup>۶</sup>

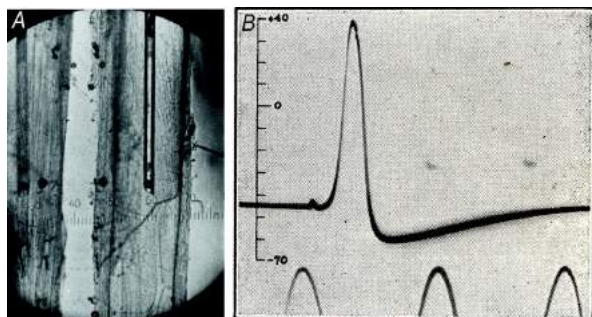
fMRI<sup>۷</sup>

Two Photon Macroscopy<sup>۸</sup>

Tycho Brahe<sup>۹</sup>

neuronal cells<sup>۱۰</sup>

glia cells<sup>۱۱</sup>



شکل ۲: سمت راست: عکسی از تغییرات پتانسیل یک سلول نرونی ماهی مرکب که توسط هاجکین و هاکسلی گرفته شده، سمت چپ: الکترونی که با آن تغییرات پتانسیل را ثبت کرده‌اند

نقل و انتقال یون‌های باردار به سلول می‌شود. در نرونی که هاجکین و هاکسلی کار می‌کردند دو نوع کانال سدیمی و پتاسیمی وجود داشت که تنها اجازه عبور آن‌ها را از یک طرف سلول به طرف دیگر می‌داد.<sup>۱۹</sup> بنابراین دو جریان الکتریکی  $I_{Na}(t)$  و  $I_K(t)$  بین درون سلول و خارج سلول ایجاد می‌شود. هر یون در یک محیط پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌کند که تابعی از غلظت آن در محیط و بار الکتریکی آن یون است و از معادله نرنست<sup>۲۰</sup> حساب می‌شود. علت اسپایک زدن نرون، متفاوت بودن پتانسیل‌های الکتریکی سدیم و پتاسیم است به نحوی که کاهش یکی باعث افزایش دیگری می‌شود و سلول را از حالت پایدار خارج می‌کند. هاجکین و هاکسلی می‌خواستند معادلاتی برای این تحولات بنویسند.

فرض کنید جریان ورودی سلول را با  $I(t)$  نمایش دهیم. تاکنون می‌دانیم  $I(t)$  جمعی از  $I_{Na}(t)$  و  $I_K(t)$  است. اما علاوه بر آن‌ها، دو جریان دیگر هم وجود دارد. یکی جریانی است که از کانال‌های نشی ایجاد می‌شود، (کانال‌هایی که به یون خاصی حساس نیستند) و دیگری جریانی است که از غشای خازن مانند سلول به درونش القا می‌شود ( $I_{cap}(t)$ ). بنابراین می‌توان نوشت:

$$I(t) = I_{cap}(t) + I_{Na+}(t) + I_{K+}(t) + I_{leak}(t)$$

اگر  $V(t)$  اختلاف پتانسیل دو طرف سلول و  $C$  ظرفیت خازنی غشای سلول باشد، با رابطه  $I_{cap}(t) = CdV/dt$  بدست می‌آوریم:

$$CdV/dt = I(t) - I_{Na+}(t) - I_{K+}(t) - I_{leak}(t)$$

از رابطه اهم داریم:  $I_x(t) = g_x(t)(V(t) - V_x)$  که  $g_x$  رسانایی سلول برای کانال  $x$  و  $V_x$  پتانسیل استراحت آن است. هاجکین و هاکسلی می‌دانستند که رسانایی این کانال‌ها احتمالاً تابعی از ولتاژ هستند و با

<sup>۱۹</sup> البته بعدها با بررسی نرون‌های دیگر و به طور خاص نرون‌های مغز انسان، کانال‌های دیگری از جمله کانال کلسیمی هم به این مجموعه اضافه شد.

<sup>۲۰</sup> Nernst equation

یک هسته دارد که پروتئین‌های لازم برای سلول را تولید می‌کند و از آن تعدادی شاخه باریک منشعب می‌شود که به دندریت<sup>۱۲</sup> معروف هستند و با شاخه شاخه شدن، شکلی شبیه درخت درست می‌کنند. علاوه بر این از هسته شاخه دیگری به نام آکسون<sup>۱۳</sup> منشعب می‌شود که ضخیم‌تر از شاخه‌های دندریت است. دندریت مسئول دریافت پیام‌های از نرون‌های دیگر است و آکسون پیام آن نرون را به نرون‌های دیگر انتقال می‌دهد. طبیعت پیام‌های عصبی الکتریکی است.

تفاوتی اساسی بین کارکرد دندریت و آکسون وجود دارد. دندریت‌ها معمولاً خطی هستند و پیام‌های ورودی را با هم جمع می‌کنند. در حالی که آکسون انتقال دهنده‌های غیر خطی دارد و مواد شیمیایی در طول آن به شکل موجی منتشر می‌شوند. به همین جهت پیام‌های یک نرون به شکل گسسته به نرون‌های دیگر انتقال می‌یابد. به هر واحد این پیام‌های گسسته اسپایک<sup>۱۴</sup> می‌گویند. با یک الکتروود حساس می‌توان دنباله اسپایک‌ها را در طول زمان ثبت کرد. ما در اینجا قصد داریم اتفاقاتی که باعث به وجود آمدن یک اسپایک می‌شود را مدل کنیم. تاریخچه این کشف از داستان‌های آموزنده علم است. در سال ۱۹۳۹ دو دانشمند انگلیسی به نام‌های هاجکین<sup>۱۵</sup> و هاکسلی<sup>۱۶</sup> به این مسأله علاقه‌مند شدند اما اندکی بعد و با شروع جنگ جهانی دوم وقفه‌ای در کارشان افتاد. در سال ۱۹۴۶ دوباره به این مسأله بازگشتند و تا سال ۱۹۵۲ به توصیف کاملی از آن رسیدند و نهایتاً بخاطر دستاوردهایشان نوبل پزشکی را در سال ۱۹۶۳ دریافت کردند.

برای این کار آن‌ها ابتدا نیاز به نرونی داشتند که از مابقی نرون‌ها جدا باشد و به اندازه‌ای بزرگ باشد که بتوان با ابزارهای آن زمان تغییرات پتانسیل آن را ثبت کنند. یکی از نرون‌های ماهی مرکب<sup>۱۷</sup> برای این کار مناسب بود. سپس باید راهی می‌یافتند که غلیظت مواد شیمیایی مختلف را در اطراف سلول به دلخواه خود تعیین کنند. روش ابداعی آن‌ها استفاده از لوله موئینی بود که با مکش قسمتی از سلول به درون خود، غلظت مواد را در اطراف آن ناحیه ثابت نگه می‌داشت.<sup>۱۸</sup> سرانجام با تکرار آزمایش در حالت‌های مختلف به نمودارهای زیادی رسیدند و تلاش کردند آن‌ها را تفسیر کنند. قبل از آن نیاز به مقدماتی درباره نحوه تغییر پتانسیل سطح سلول داریم.

روی سطح هر سلول نرونی تعداد بسیار زیادی (از مرتبه چند میلیارد!) کانال‌های بسیار کوچک (از مرتبه چند نانومتر!) قرار دارد که باعث

<sup>۱۲</sup> dendrite

<sup>۱۳</sup> axon

<sup>۱۴</sup> spike

<sup>۱۵</sup> Alan Hodgkin

<sup>۱۶</sup> Andrew Huxley

<sup>۱۷</sup> Squid

<sup>۱۸</sup> Patch clamp technic

بررسی نمودارهای مختلف ولتاژ (نمودار بالا) به دنبال بهترین تابع برای  $g_x$  گشتند و سرانجام به توابع غیر خطی زیر رسیدند:

$$g_{Na} = \bar{g}_{Na} m^3 h \quad g_K = \bar{g}_K n^4 \quad g_{leak} = \bar{g}_{leak}$$

که  $\bar{g}_{Na}$ ،  $\bar{g}_K$  و  $\bar{g}_{leak}$  ثابت‌اند و سه تابع  $n$ ،  $h$  و  $m$  در معادلات نمایی زیر صدق می‌کنند:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\alpha_X(V) - X}{\tau_X(V)} \quad X = m, n, h$$

که  $\alpha$  و  $\beta$  توابعی پله‌ای هستند.

با دانش امروز می‌دانیم هر کدام از توابع  $n$ ،  $h$  و  $m$  معادل عملکرد قسمتی از کانال‌های یونی هستند. مثلاً کانال سدیمی از چهار قسمت مستقل تشکیل شده است که سه تا از آن‌ها ساختار یکسان دارند که اگر به معادله آن نگاه کنید توان یکی از توابع سه و دیگری یک است. سیستم دینامیکی بالا به قدری پیچیده بود که شبیه‌سازی کامپیوتری آن با دستگاه‌های آن زمان حدود ۶ ماه طول می‌کشید. اما این دو موفق به یافتن روشی برای شبیه‌سازی سریع آن شدند [۳].

معادله هاجکین و هاگسلی معادله‌ای پایه‌ای در علوم اعصاب است که نحوه فعالیت واحدهای مغزی را می‌گوید ولی اطلاعاتی از عملکرد گروهی آن‌ها نمی‌دهد.

## ۲ مدل حافظه‌ی هافیلد

یکی از سوالاتی که احتمالاً بارها به آن فکر کرده‌اید، چگونگی ذخیره اطلاعات در ذهن است. مثلاً وقتی شروع به حفظ کردن یک شعر می‌کنیم چه تغییری در ذهن ما در حال رخ دادن است؟ تکرار یک موضوع به حفظ آن کمک می‌کند. اما گاهی موضوعی را تنها یک بار شنیده‌ایم ولی به روشنی آن را به یاد داریم. این امر چگونه ممکن است؟

با الهام از فن‌آوری‌های روز می‌توانیم تصور کنیم که ذهن ما مشابه یک دستگاه ضبط صدا یا دوربین عکاسی اطلاعات را ذخیره می‌کند. یعنی مکان مشخصی در مغز وجود دارد که اطلاعات به طور ایستا در آن پیاده می‌شوند و به طور مثال هر داده باعث فعل و انفعالاتی در یک سلول نرونی می‌شود که حالت آن را عوض می‌کند به این شکل بیت به بیت اطلاعات نگه‌داری می‌شوند. اما تا حدودی برعکس حافظه‌های کامپیوتری، این نگاه در عمل چالش‌های جدی دارد. اولاً دانش روز عصب شناسی یک جای مشخص از مغز را برای حافظه

پیشنهاد نمی‌دهد. البته قسمت‌هایی از مغز مانند هیپوکمپس<sup>۲۱</sup> احتمالاً نقش مهمی در حافظه دارند، ولی به نظر می‌آید که حافظه در تمام سطح مغز پخش است و به نوعی با پردازش اطلاعات در هم تنیده است. در ثانی سازوکارهای زیستی با احتمالات و تصادف عجین هستند و در نتیجه تصور این که یک نرون اطلاعات مشخصی را برای مدت طولانی و بدون تغییر نگه دارد دور از واقعیت است.

فرضیه مورد قبول درباره حافظه، فعالیت شبکه‌ای نرون‌ها است. یعنی با تغییر در نحوه اتصال تعدادی از نرون‌ها اطلاعاتی ذخیره می‌شود. هافیلد محقق بود که در سال ۱۹۸۲ مدلی برای این کار پیشنهاد داد که در اینجا آن را شرح می‌دهیم [۲].

فرض کنید  $N$  نرون داریم و وضعیت هر نرون به نحوی است که در هر لحظه فعال (که با ۱ نشان می‌دهیم) یا خاموش (که با ۰ نشان می‌دهیم) است. هر دو نرون می‌توانند با وزنی (که عددی حقیقی است) به یکدیگر وصل باشند. مقدار این وزن قدرت اتصال آنها را نشان می‌دهد. بنابراین ماتریس  $\{T_{i,j}\}_{i,j=1}^N$  از اتصال نرون‌ها خواهیم داشت. همچنین هر نرون آستانه‌ی تحمیلی برای فعال شدن دارد که آن را با یک عدد حقیقی ثابت مانند  $U_i$  (برای نرون  $i$ ) نمایش می‌دهیم. برای راحتی کار فرض کنید زمان گسسته است. دینامیک و یا تحول این نرون‌ها در زمان  $t+1$  تنها به لحظه قبل آن یعنی  $t$  بستگی دارد. اگر وضعیت نرون  $i$  در زمان  $t$  با  $V_i(t)$  نشان دهیم (که صفر یا یک است)، در لحظه  $t+1$  یکی از نرون‌ها مانند نرون  $i$  -ام را به طور دلخواه و با احتمال مساوی از بین تمام نرون‌ها انتخاب می‌کنیم و مقدار

$$\sum_{i \neq j} T_{i,j} V_j(t)$$

را حساب می‌کنیم. اگر حاصل بیش از آستانه‌ی نرون  $i$  -ام، یعنی  $U_i$  شد،  $V_i(t+1)$  را برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر قرار می‌دهد. وضعیت بقیه نرون‌ها را در طی این عملیات ثابت نگه می‌داریم. با این دینامیک اگر وضعیت نرون‌ها را در لحظه شروع بدانیم، وضعیت آن‌ها در زمان‌های بعد یک فرایند تصادفی است.

این دینامیک هرچند ساده است ولی اساس تحولات جمعی نرون‌ها را بیان می‌کند و حقیقت آن است که از نظر تاریخی دهه‌ها قبلتر و در سال ۱۹۴۳ توسط دو فیزیولوژیست ارایه شده بود [۴]. ایده‌ی این دو نفر از آن زمان به بعد مورد توجه محققان قرار گرفت و با پیدایش عصر کامپیوتر، به یکی از ابزارهای پرکاربرد علوم کامپیوتر و رشته هوش مصنوعی بدل شد.

در مدل بالا هر لحظه تعدادی از نرون‌ها فعال و تعدادی خاموش هستند که این به یادآوری چیزی در آن لحظه تعبیر می‌شود. در

<sup>۲۱</sup> hippocampus ناحیه‌ای در عمق مغز است که آسیب به آن در تثبیت حافظه کوتاه مدت به بلند مدت اثرات مخربی دارد.

با اندکی محاسبه داریم:

$$\begin{aligned} \sum_j T_{i,j} P_s(j) &= \sum_{s'=1}^n (\Psi P_{s'}(i) - 1) \left( \sum_j P_s(j) (\Psi P_{s'}(j) - 1) \right) \\ &:= \sum_{s'=1}^n (\Psi P_{s'}(i) - 1) M_{s,s'} \end{aligned}$$

به راحتی می‌توان دید که  $M_{s,s} = \frac{N}{4}$ ، و هر کدام از  $M_{s,s'}$  ها متغیر تصادفی‌هایی با میانگین صفر هستند و با قضیه حد مرکزی از مرتبه  $\sqrt{N}$  اند. در نتیجه با فاکتور گرفتن از  $\sqrt{N}$ ، مجموع  $n - 1$  جمله مستقل نرمال استاندارد خواهند شد که دوباره با قضیه حد مرکزی از مرتبه  $\sqrt{n}$  است. در نتیجه بدون در نظر گرفتن جمله  $M_{s,s}$  مجموع بقیه جملات از مرتبه  $\sqrt{nN}$  است که از  $\frac{N}{4}$  کمتر است و نشان می‌دهد حاصل جمع کل هم علامت با  $\Psi P_s(i) - 1$  است.  $\square$

هافیلد تابع زیر را برای این مدل معرفی کرد:

$$E = -\frac{1}{4} \sum_i \sum_j T_{i,j} V_i(t) V_j(t)$$

و نشان داد تحت دینامیک مقدار  $E$  کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه به یکی از مینیمم‌های خواهیم رسید. در حالت کلی تابع  $E$  تعداد زیادی مینیمم دارد ولی اگر  $n$  کم باشد با احتمال زیاد تنها مینیمم‌ها الگوها هستند. برای چک کردن آن می‌توان شبیه‌سازی کرد که مشاهده می‌شود اگر  $n \sim 0.15N$  این مدل الگوهای ابتدایی را یاد می‌گیرد و قادر به یادآوری آن‌هاست. تاکنون تعمیم‌های متفاوتی از مدل هافیلد داده شده است. در عین حال تلاش‌هایی جدی برای سازش‌پذیری آن داده‌های زیستی به عمل آمده است.

## مراجع

- [۱] M F Bear, B W Connors, and M A Paradiso. Neuroscience: exploring the brain. LippincottWilliams and Wilkins, 2001.
- [۲] JJ Hopfield - Proceedings of the national academy of Science of the United States of America, Vol. 79, No.8, 1982 - National Acad Sciences

نتیجه معادل هر اطلاعاتی که قرار است به خاطر سپرده شود، الگویی از فعالیت نرون‌ها متناظر می‌شود. تصور کنید می‌خواهیم الگوهای  $P_1, P_2, \dots, P_n$  را به خاطر بسپاریم که هر  $P_i$  برداری  $N$  مؤلفه‌ای است که وضعیت نرون‌ها را نشان می‌دهد. ( $P_i \in \{0, 1\}^N$ ) هدف این است که  $T_{ij}$  ها را طوری انتخاب کنیم که تقریباً با هر شرط اولیه‌ای بر روی  $N$  نرون در لحظه  $t = 0$ ، بعد از طی چند مرحله به یکی از الگوهای  $P_1, P_2, \dots, P_n$  برسیم. این را مقایسه کنید با هنگامی که تلاش می‌کنیم که موضوعی را به یاد آوریم.

در دهه چهل میلادی روانشناسی به نام دنالد هب<sup>۲۲</sup> با رفتارشناسی بیماران مغزی که تحت عمل جراحی قرار گرفته بودند، به فرضیه‌ی مهمی در کارکرد مغز رسید. طبق فرضیه‌ی وی اگر رفتار دو نرون در طول زمان تشابه زیادی داشته باشد (مثلاً در اکثر مواقع همزمان اسپایک بزنند یا پتانسیل یکسانی داشته باشند) این مشابهت به تقویت اتصال بین این دو کمک می‌کند. به عبارت دیگر نرون‌ها رفتار نرون‌های دیگر را در نظر می‌گیرند و هنگامی که مشابهت‌های زیادی بین رفتار آن‌ها و خود می‌یابند به یکدیگر متصل می‌شوند و یا اتصالشان را قوی‌تر می‌کنند.

این موضوع، هافیلد را به این نتیجه رساند برای پیدا کردن بهترین  $T_{i,j}$  باید به تشابهات فعالیت نرون  $i$  و نرون  $j$  در الگوهای  $P_1, P_2, \dots, P_n$  توجه کرد و بر اساس آن مقدار زیر را برای آن پیشنهاد داد:

$$T_{i,j} = \sum_{s=1}^n (\Psi P_s(i) - 1) (\Psi P_s(j) - 1)$$

و  $T_{i,i} = 0$ .

فرض کنید آستانه‌ی تحمل هر نرون صفر باشد. در این صورت قبل از این که ببینیم آیا با هر شروع اولیه‌ای به یکی از الگوها خواهیم رسید یا خیر، باید بدانیم که آیا الگوها نقاط ثابت دینامیک نرونی هستند؟

**قضیه ۱.** فرض کنید  $n = o(N)$  و الگوهای  $P_1, P_2, \dots, P_n$  به طور مستقل و یکنواخت از مجموعه  $\{0, 1\}^N$  انتخاب شوند. در این صورت احتمال این که تمام الگوها نقطه ثابت دینامیک باشند با افزایش  $N$  به یک میل می‌کند.

اثبات. در اینجا طرحی از اثبات را ارائه می‌دهیم. باید نشان دهیم با شروع از حالت  $P_s$  در آن باقی می‌مانیم و یا به بیان دیگر برای هر  $1 \leq i \leq N$ ، دو عدد  $\Psi P_s(i) - 1$  و  $\sum_j T_{ij} P_s(j)$  هم علامت هستند.

[۳] <http://jp.physoc.org/content/590/11/2571.full>

Donald Hebb<sup>۲۲</sup>

[۴] W.MacCulloch & W.H.Pitts. "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity" Bulletin of Mathematical BioPhysics vol. 5, 1943, p 115-133