вариант	ф. номер	група	вариант	курс	специалност
ДР2	0MI0600041	**1**	**1**	**I**	**Софтуерно инженерство**
Име:	**Филип Красимиров Филчев**				

Домашна работа № 2

Задача 1. Нека F е числово поле и нека е дадено множеството

$$\mathbb{U} = \{(a_1, a_2, \ldots, a_{13}) \mid a_{k+2} = 2a_{k+1} - 1a_k, 1 \leq k \leq 11, a_k \in F\}.$$

а) Да се докаже, че $\mathbb{U}$ е линейно пространство над полето F относно стандартните операции събиране на наредени 13-орки и умножаване на наредена 13-орка с чсило от F. Да се определи размерността на $\mathbb{U}$.

б) Да се намерят всички елементи на $\mathbb{U}$ от вида $u_\lambda = (\lambda, \lambda^2, \ldots, \lambda^{13})$.

в) Да се докаже, че векторите

$$e_1 = \left(\frac{2}{2}, \frac{2^2}{2^2}, \ldots, \frac{2^{13}}{2^{13}}\right),\ e_2 = \left(\frac{2}{2}, 2\frac{2^2}{2^2}, \ldots, 13\frac{2^{13}}{2^{13}}\right)$$

образуват базис на $\mathbb{U}$.

Задача 2. Да се намери ранга на матрицата $A \in M_5(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda & -1 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -2 & \lambda & \lambda \\ \lambda & -3 & \lambda & \lambda & \lambda \\ 1 & \lambda+4 & \lambda+3 & \lambda+2 & \lambda+1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. а) Да се намери фундаменталната система решения на хомогенната система

$$\left|\begin{aligned} -x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 - 3x_5 &= 0 \\ 5x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4 + 3x_5 &= 0 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 &= 0 \end{aligned}\right. .$$

б) В линейното пространство $\mathbb{R}^5$ са дадени векторите

$$\mathbf{a_1} = (-10, 0, -12, 0, 14), \quad \mathbf{a_2} = (2, -6, 12, 6, -10), \quad \mathbf{a_3} = (-3, -1, -2, 1, 3),$$

Да се намери хомогенна система, пространството от решения на която съвпада с $\mathbb{U} = \ell(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \mathbf{a_3})$.

Задача 4. Нека $\mathbb{V} = M_2(\mathbb{F})$. Дадени са изображенията:

а) $\varphi(X) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} X + X \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$;

б) $\psi(X) = X \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, където $X \in \mathbb{V}$.

Да се провери дали φ и ψ са линейни оператори във $\mathbb{V}$ и когато са такива, да се напишат матриците им в базиса E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}.