

вариант	ф. номер	група	вариант	курс	специалност
KP1.1	0M10600041	1	1	I	Софтуерно инженерство
Име:	Филип Красимиров Филчев				

Контролна работа № 1.1

27.11.2021

Задача 1.

а) (2т.) Да се запише в тригонометричен вид числото

$$\sqrt[24]{\left(\frac{-2-2i\sqrt{3}}{2-2i\sqrt{3}}\right)^{50}}.$$

б) (2т.) Нека $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{32}$ са тридесет и третите корени на единицата, където $\omega_k = \cos \frac{2k\pi}{33} + i \sin \frac{2k\pi}{33}$. Да се пресметне израза

$$\omega_0^{185} + \omega_1^{185} + \dots + \omega_{32}^{185}.$$

Задача 2. (4т.) Да се реши системата в зависимост от стойностите на параметъра λ :

$$\left| \begin{array}{lcl} -18x_1 + & (6-8\lambda)x_2 + 16x_3 & = -10\lambda \\ 18x_1 - (3-4\lambda-\lambda^2)x_2 - 16x_3 & = 11\lambda-3 \\ x_1 - & 3x_2 - x_3 + 3x_4 & = \lambda \\ 8x_1 + & 4\lambda x_2 - 7x_3 - 3x_4 & = 4\lambda \end{array} \right.$$

Контролна работа № 1
 Гоце Крешков Гоцев ФН: 0410600041
 Софийско инженерство, I курс, I група

$$\textcircled{1} a) \sqrt[24]{\left(\frac{-2-2i\sqrt{3}}{2-2i\sqrt{3}}\right)^{50}}$$

$$z = \frac{-2-2i\sqrt{3}}{2-2i\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{2+2i\sqrt{3}}{2+2i\sqrt{3}}\right) = \frac{-4-8i\sqrt{3}+12}{-8} = -1+i\sqrt{3}$$

$$z = -1+i\sqrt{3}$$

$$a=-1 \quad b=\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\sin \varphi = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos \varphi = \frac{a}{r} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

$$z = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$z^{50} = 2^{50} \cdot \left(\cos \frac{100\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{100\pi}{3}\right) = 2^{50} \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\sqrt[24]{z^{50}} = 2^{\frac{50}{24}} \cdot \left(\cos \frac{\frac{4\pi}{3} + 2k\pi}{24} + i \cdot \sin \frac{\frac{4\pi}{3} + 2k\pi}{24}\right) = \quad k = \overline{0, 23}$$

$$= 4^{\frac{125}{12}} \cdot \left(\cos \frac{4\pi + 6k\pi}{72} + i \cdot \sin \frac{4\pi + 6k\pi}{72}\right) \quad k = \overline{0, 23}$$

=

$$\textcircled{1} \delta) \quad w_k = \cos \frac{2k\pi}{33} + i \cdot \sin \frac{2k\pi}{33} \quad k = \overline{0, 32}$$

$$w_0^{185} + w_1^{185} + \dots + w_{32}^{185} = ? \Rightarrow n-1$$

$$\Rightarrow (w_1^{185})^0 + (w_1^{185})^1 + \dots + (w_1^{185})^{32} \rightarrow \text{геометрическая прогрессия}$$

$\underset{1=a}{\quad} \quad \quad \underset{q}{\quad}$

$$S = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{(w_1^{185})^{33} - 1}{w_1^{185} - 1}$$

$$w_1^{185} = \cos \frac{370\pi}{33} + i \cdot \sin \frac{370\pi}{33} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{370\pi}{33} = 11\pi + \frac{9\pi}{33} = \frac{42\pi}{33}$$

$$\text{знаменатель} = \cos \frac{42\pi}{33} - i \cdot \sin \frac{42\pi}{33} \neq 0$$

$$\text{числитель} = (w_1^{185})^{33} = \cos 33 \cdot \frac{42\pi}{33} + i \cdot \sin 33 \cdot \frac{42\pi}{33} =$$

$$= \cos 42\pi + i \cdot \sin 42\pi = \cos 0 + i \cdot \sin 0 = \underline{\underline{1}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1-1}{w_1^{185}-1} = \underline{\underline{0}}$$

ИД: 0010600041

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} -18x_1 + (6-8\lambda) + 16x_3 = -10\lambda \\ 18x_1 + (3-4\lambda-\lambda^2)x_2 + 16x_3 = 11\lambda-3 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 8x_1 + 4\lambda x_2 - 7x_3 - 3x_4 = 4\lambda \end{array} \right. \quad \text{0110600041}
 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -18 & 6-8\lambda & 16 & 0 & -10\lambda \\ 18 & \lambda^2+4\lambda-3 & -16 & 0 & 11\lambda-3 \\ 1 & -3 & -1 & 3 & 2 \\ 8 & 4\lambda & -7 & -3 & 4\lambda \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \cdot (-1) \cdot (2) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 6 & 2 & -6 & -2\lambda \\ 10 & \lambda^2-3 & -9 & 3 & 7\lambda-3 \\ 1 & -3 & -1 & 3 & 2 \\ 8 & 4\lambda & -7 & -3 & 4\lambda \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \cdot (-1) \cdot (1) \cdot (2) \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & \lambda^2 & -8 & 0 & 6\lambda-3 \\ 1 & -3 & -1 & 3 & 2 \\ 9 & 4\lambda-3 & -8 & 0 & 5\lambda \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} \\ \cdot (-1) \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 9 & \lambda^2 & -8 & 0 & 6\lambda-3 \\ 1 & -3 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 4\lambda-3-\lambda^2 & 0 & 0 & -\lambda-3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{от 3-й рег:} \\ (4\lambda-3-\lambda^2) \cdot x_2 = -\lambda-3 \cdot (-1) \\ (\lambda^2-4\lambda+3) x_2 = \lambda+3 \\ (\lambda-1)(\lambda-3) x_2 = \lambda+3 \end{array}$$

I сл. $\lambda = 1 \Rightarrow 0 \cdot x_2 = 0$ - неизвестна

II сл. $\lambda = 3 \Rightarrow 0 \cdot x_2 = 6$ - неизвестна

III сл. $\lambda = -3 \Rightarrow 24 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0$

$$\Rightarrow \text{от I рег} \quad 9x_1 - 8x_3 = -21$$

$$\begin{array}{l} x_3 = p \\ x_1 = \frac{8p-21}{9} \end{array}$$

$$\text{II рег} \quad \frac{8p-21}{9} - 3 \cdot 0 - p + 3x_4 = -3$$

$$x_4 = p - 3 - \frac{8p-21}{9} = \frac{p-48}{27}$$

IV. $\lambda \neq \pm 3; 1$

$$x_2 = \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)}$$

I в. р. $9x_1 + \lambda^2 x_2 - 8x_3 = 6\lambda - 3$

$$x_1 = \frac{6\lambda - 3 - \lambda^2 \cdot \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)} + 8q}{9}$$

II в. р. $x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = \lambda$

$$x_4 = \lambda - x_1 + 3 \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)} + q$$

Отг. при $\lambda = 1$ и $\lambda = 3 \rightarrow$ системата е несовместима

при $\lambda = -3 \rightarrow$ системата е съвместима неопр.

с рещ. отбуда $\left(\frac{8p-2}{9}; 0; p; \frac{p-48}{27} \right)$

при $\lambda \neq \pm 3$ и $\lambda \neq 1 \rightarrow$ системата е съвместима неопр.

с рещ. отбуда:

$$\underbrace{\left(\frac{6\lambda - 3 - \lambda^2 \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)} + 8q}{9}; \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)}; q; \lambda - x_1 + 3 \frac{\lambda+3}{(\lambda-1)(\lambda-3)} + q \right)}_{x_1}$$

Ген: 0110600041