

вариант	ф. номер	група	вариант	курс	специалност
КР1.2	0M10600041	1	1	I	Софтуерно инженерство
Име:	Филип Красимиров Филчев				

Контролна работа № 1.2

27.11.2021

Задача 3. (4т.) В зависимост от стойностите на параметъра λ да се пресметне детерминантата

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} -3i & 3i & 3i & 3i & 3i & -\lambda + (5 + 3i) \\ -3i & 3i & 3i & 3i & -\lambda + 3i & 3i \\ -3i & 3i & 3i & -\lambda - (2 - 3i) & 3i & 3i \\ -3i & 3i & -\lambda + 3i & 3i & 3i & 3i \\ -3i & -\lambda + (4 + 3i) & 3i & 3i & 3i & 3i \\ -\lambda + 3i & -3i & -3i & -3i & -3i & -3i \end{vmatrix},$$

(където i е имажинерната единица).

Задача 4. а) (2,5т.) Да се реши матричното уравнение $AXB = C$, където

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & 6 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -19 \\ -3 & 53 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}.$$

б) (1,5т.) В линейното пространство \mathbb{R}^5 разглеждаме множеството

$$\mathbb{U} = \{(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) \mid b_3 + b_4 + b_5 = b_1 + b_2\}.$$

Да се докаже, че \mathbb{U} е подпространство на \mathbb{R}^5 .

Контрольная работа №1
 Факультет Красильников Борисов
 Софтверно инженерство, IV курс, I группа.

Всехт 2

№: 0010600041

$$\textcircled{3} \begin{vmatrix} -3i & 3i & 3i & 3i & 3i & -\lambda + (5+3i) \\ -3i & 3i & 3i & 3i & -\lambda + 3i & 3i \\ -3i & 3i & 3i & -\lambda - 3i & 3i & 3i \\ -3i & 3i & -\lambda + 3i & 3i & 3i & 3i \\ -3i & -\lambda + (4+3i) & 3i & 3i & 3i & 3i \\ (1) & -\lambda + 3i & -3i & -3i & -3i & -3i \end{vmatrix} \det = ?$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5-\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 4-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & -3i & -3i & -3i & -3i \\ \left(\frac{\lambda}{4-\lambda}\right) & (-1) & \left(\frac{\lambda}{-\lambda-2}\right) & (-1) & \left(\frac{\lambda}{5-\lambda}\right) \end{vmatrix}$$

$$\sim \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5-\lambda \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 4-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ * & -3i & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \det A = (-1)^{2+1} \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (5-\lambda) \\ \det A = -1 \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (5-\lambda) \end{array}$$

$$\det A = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (-\lambda) \cdot (5-\lambda)$$

$$\textcircled{4} = \lambda - 3i \left(\frac{\lambda}{4-\lambda} - 1 + \frac{\lambda}{-\lambda-2} - 1 + \frac{\lambda}{5-\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \det A = - \left(\lambda - 3i \left(\frac{\lambda}{4-\lambda} - 2 + \frac{\lambda}{-\lambda-2} + \frac{\lambda}{5-\lambda} \right) \right) \cdot (4-\lambda) \cdot (-\lambda)^2 \cdot (-\lambda-2) \cdot (5-\lambda)$$

при $\lambda \neq 4, -2, 5$

при $\lambda = -2, 5$ или 4 , ^{или 0} преместваме последния
ред на съответното място, където елементът
във ~~главния~~ втория диагонал е 0.

Така последния ред е съставен само от 0,
от което следва че $\det A = 0$, за $\lambda = -2, 0, 4,$
или 5.

Фон: 0110600041.

$$(4) a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & 6 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -19 \\ -3 & 53 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$$

$$A X B = C \quad X = ?$$

$$A X = Y \Rightarrow Y \cdot B = C$$

$$B^t \cdot Y^t = C^t$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & -1 & 2 & -19 \\ 6 & 5 & -3 & 53 \\ 16 & 16 & -6 & 16 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (6) \\ (-1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & -1 & 2 & -19 \\ 0 & -1 & -7 & 35 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-1) \cdot (-1) \\ (-1) \cdot (-1) \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 9 & -38 \\ 0 & 1 & 7 & -35 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-1) \\ (-1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -9 & 38 \\ 0 & 1 & 7 & -35 \end{array} \right) \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} -9 & 7 \\ 38 & -35 \\ -14 & 20 \end{pmatrix}$$

Y^t

$$A X = Y \quad \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -2 & -2 & -9 & 7 \\ -2 & 3 & 6 & 38 & -35 \\ -2 & 6 & 1 & -14 & 20 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (2) \\ (-1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -2 & -2 & -9 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 20 & -21 \\ 0 & 2 & -3 & -32 & 34 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-2) \cdot (-2) \\ (-2) \cdot (-2) \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & -6 & -49 & 49 \\ 0 & -1 & 2 & 20 & -21 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -8 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-1) \\ (-1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 8 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-1) \\ (-1) \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 8 \end{array} \right) \cdot \begin{matrix} (-1) \\ (-1) \end{matrix}$$

X

ГРН: 0010000041

8) \mathbb{R}^5

$$U = \{ (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) \mid b_3 + b_4 + b_5 = b_1 + b_2 \}$$

нека $b \in U = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) \mid b_3 + b_4 + b_5 = b_1 + b_2$

нека $a \in U = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + a_2$

I $(a+b) = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, a_4+b_4, a_5+b_5)$

$$(a_3+b_3) + (a_4+b_4) + (a_5+b_5) = (a_1+b_1) + (a_2+b_2)$$

$$\begin{aligned} & \{ a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + a_2 \} \\ & \{ b_3 + b_4 + b_5 = b_1 + b_2 \} \Rightarrow (a+b) \in U \quad \checkmark \end{aligned}$$

II нека $b \in U = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) \mid b_3 + b_4 + b_5 = b_1 + b_2$

нека $\lambda \in F$

$$\lambda \cdot b = (\lambda b_1, \lambda b_2, \lambda b_3, \lambda b_4, \lambda b_5)$$

$$\lambda b_3 + \lambda b_4 + \lambda b_5 = \lambda b_1 + \lambda b_2$$

$$\lambda \cdot (b_3 + b_4 + b_5) = \lambda (b_1 + b_2) \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \lambda \cdot b \in U \quad \checkmark$$

от I и II $\Rightarrow U$ е ПП на \mathbb{R}^5 ,

защото U е затворено относно операцията
сбавяне на вектори и
умножение на вектор с число

Зам. 0010000011