

Име:

група: фак. номер:

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

1. (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото a се нарича граница на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако за всяко

2. продължение (5 точки) Докажете, числото 0 НЕ Е граница на редицата

$$\left\{ \left(\left(\frac{n+2}{n} \right) \sin \frac{(n-1)\pi}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^\infty .$$

3. продължение (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото l се нарича точка на сгъстяване на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако

4. продължение (7 точки) Намерете всички точки на сгъстяване на редицата от точка 2.

5. (4+4 точки) Довършете дефиницията (по два начина):

Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ клони към $+\infty$ когато x клони към $+\infty$, ако:

(Коши)

(Хайне)

6. (5 точки) Формулирайте теоремата на Вайерщрас за непрекъсната функция.

7. продължение (12 точки) Нека $f(x)$ е непрекъсната в \mathbb{R} и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

Докажете, че $f(x)$ има най-малка стойност в \mathbb{R} .

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

8. (4 точки) Довършете дефиницията:

Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a , ако е дефинирана в

и

9. продължение (8 точки) Докажете, че функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[5]{1+x} - 1}{x} & \text{за } x > 0 \\ \frac{\ln(1+x^2) - 2x + 5}{25} & \text{за } x \leq 0 \end{cases}$$

има производна в точката $a = 0$ и пресметнете $f'(0) =$.

10. продължение (8 точки) Докажете, че $f'(x)$, където $f(x)$ е дефинираната в предната точка функция, е непрекъсната в $(-1, +\infty)$.

11. продължение (13 точки) Формулирайте и докажете теоремата на Лагранж (за крайните нараствания).

12. (8 точки) Формулирайте и докажете правилото за смяна на променливите за неопределени интеграли.

13. (7+7 точки) Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \frac{5x^5 + 1}{x^6 + x^4 + 1}$ в \mathbb{R} .

Пресметнете границите:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x^2)}{\ln x} = \quad ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(4x) - F(x)}{x} = \quad .$$

Име:

група: фак. номер:

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

1. (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото a се нарича граница на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако за всяко

2. продължение (5 точки) Докажете, числото 0 НЕ Е граница на редицата

$$\left\{ \left(\left(\frac{n-3}{n} \right) \cos \frac{(n+1)\pi}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^\infty .$$

3. продължение (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото l се нарича точка на сгъстяване на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако

4. продължение (7 точки) Намерете всички точки на сгъстяване на редицата от точка 2.

5. (4+4 точки) Довършете дефиницията (по два начина):

Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ клони към $-\infty$ когато x клони към $+\infty$, ако:

(Коши)

(Хайне)

6. (5 точки) Формулирайте теоремата на Вайерщрас за непрекъсната функция.

7. продължение (12 точки) Нека $f(x)$ е непрекъсната в \mathbb{R} и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Докажете, че $f(x)$ има най-голяма стойност в \mathbb{R} .

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

8. (4 точки) Довършете дефиницията:

Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a , ако е дефинирана в

и

9. продължение (8 точки) Докажете, че функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{x} & \text{за } x > 0 \\ \frac{\operatorname{arctg}(x^2) - 3x + 8}{32} & \text{за } x \leq 0 \end{cases}$$

има производна в точката $a = 0$ и пресметнете $f'(0) =$.

10. продължение (8 точки) Докажете, че $f'(x)$, където $f(x)$ е дефинираната в предната точка функция, е непрекъсната в $(-1, +\infty)$.

11. продължение (13 точки) Формулирайте и докажете теоремата на Рол.

12. (8 точки) Формулирайте и докажете правилото интегриране по части за неопределени интеграл.

13. (7+7 точки) Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \frac{2x^5 + 3}{x^6 + x^4 + 2}$ в \mathbb{R} .

Пресметнете границите:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x^2)}{\ln x} = \quad ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(5x) - F(x)}{x} = \quad .$$

Име:

група: фак. номер:

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

1. (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото a се нарича граница на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако за всяко

2. продължение (5 точки) Докажете, числото 0 НЕ Е граница на редицата

$$\left\{ \left(\left(\frac{n-2}{n} \right) \sin \frac{(n-1)\pi}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^\infty .$$

3. продължение (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото l се нарича точка на сгъстяване на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако

4. продължение (7 точки) Намерете всички точки на сгъстяване на редицата от точка 2.

5. (4+4 точки) Довършете дефиницията (по два начина):

Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ клони към $+\infty$ когато x клони към $-\infty$, ако:

(Коши)

(Хайне)

6. (5 точки) Формулирайте теоремата на Вайерщрас за непрекъсната функция.

7. продължение (12 точки) Нека $f(x)$ е непрекъсната в \mathbb{R} и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

Докажете, че $f(x)$ има най-малка стойност в \mathbb{R} .

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

8. (4 точки) Довършете дефиницията:

Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a , ако е дефинирана в

и

9. продължение (8 точки) Докажете, че функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} & \text{за } x > 0 \\ \frac{\ln(1 + \sin^2 x) - x + 3}{9} & \text{за } x \leq 0 \end{cases}$$

има производна в точката $a = 0$ и пресметнете $f'(0) =$.

10. продължение (8 точки) Докажете, че $f'(x)$, където $f(x)$ е дефинираната в предната точка функция, е непрекъсната в $(-1, +\infty)$.

11. продължение (13 точки) Формулирайте и докажете теоремата на Лагранж (за крайните нараствания).

12. (8 точки) Формулирайте и докажете правилото за смяна на променливите за неопределени интеграли.

13. (7+7 точки) Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \frac{3x^5 + 4}{x^6 + x^4 + 3}$ в \mathbb{R} .

Пресметнете границите:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x^2)}{\ln x} = \quad ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(6x) - F(x)}{x} = \quad .$$

Име:

група: фак. номер:

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

1. (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото a се нарича граница на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако за всяко

2. продължение (5 точки) Докажете, числото 0 НЕ Е граница на редицата

$$\left\{ \left(\left(\frac{n+3}{n} \right) \cos \frac{(n+1)\pi}{4} \right)^n \right\}_{n=1}^\infty .$$

3. продължение (4 точки) Довършете дефиницията:

Числото l се нарича точка на съгъстяване на редицата $\{a_n\}_1^\infty$, ако

4. продължение (7 точки) Намерете всички точки на съгъстяване на редицата от точка 2.

5. (4+4 точки) Довършете дефиницията (по два начина):

Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ клони към $-\infty$ когато x клони към $-\infty$, ако:
(Коши)

(Хайне)

6. (5 точки) Формулирайте теоремата на Вайерщрас за непрекъсната функция.

7. продължение (12 точки) Нека $f(x)$ е непрекъсната в \mathbb{R} и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
Докажете, че $f(x)$ има най-голяма стойност в \mathbb{R} .

отговорите на 1, 3, 5, 6 и 8 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 10, 11 и 12 се използват само допълнителни листа,
за 9 и 13 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят
и на този лист

8. (4 точки) Довършете дефиницията:

Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a , ако е дефинирана в

и

9. продължение (8 точки) Докажете, че функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{x} & \text{за } x > 0 \\ \frac{\sin(x^2) - 3x + 8}{32} & \text{за } x \leq 0 \end{cases}$$

има производна в точката $a = 0$ и пресметнете $f'(0) =$.

10. продължение (8 точки) Докажете, че $f'(x)$, където $f(x)$ е дефинираната в предната точка функция, е непрекъсната в $(-1, +\infty)$.

11. продължение (13 точки) Формулирайте и докажете теоремата на Рол.

12. (8 точки) Формулирайте и докажете правилото интегриране по части за неопределени интеграли.

13. (7+7 точки) Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \frac{4x^5 + 5}{x^6 + x^4 + 4}$ в \mathbb{R} .

Пресметнете границите:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x^2)}{\ln x} = \quad ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(3x) - F(x)}{x} = \quad .$$