

Анализ 1, домашна работа №1

Краен срок за изпращане по електронна поща – 23:59:59 EET 02.11.2011

1. Решете уравнението $(x^2 + 3x - 2)^2 + 3(x^2 + 3x - 2) = x + 2$.

подсказване: решенията на уравнението $f(x) = x$ са решения и на уравнението $f(f(x)) = x$

2. Докажете, че за всяко естествено число n е изпълнено:

а) $1^5 + 2^5 + \dots + n^5 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$;

б) $1.2.3.4.5 + 2.3.4.5.6 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) =$
 $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}{6}$.

3. Докажете неравенствата:

а) $\frac{(2n)!}{(n!)^2} < 4^n$ за $n \geq 2$;

б) $\frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2.4.6 \dots (2n)} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$ за $n \geq 2$;

в) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2} < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ (подсказване: приложете неравенството на Бернули).

4. Пресметнете (с N е означен фактетният Ви номер):

а) $\binom{14}{3}$; б) $\binom{-3}{5}$; в) $\binom{-\frac{1}{2}}{7}$; г) $\binom{\frac{1}{3}}{5}$; д) $\binom{-1}{N}$; е) $\binom{-2}{N}$.

5. Пресметнете коефициента пред x^0 в развитието на $\left(1 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)^6$.

6. Пресметнете сумата $S = \binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + \dots + (k+1)\binom{n}{k} + \dots + (n+1)\binom{n}{n}$.