ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*
Попълнете:

$$\sin\,(2\,\mathrm{arctg}\,8)\;+\;\cos\,\mathrm{arcctg}\,\frac{5}{12}\;=\;\frac{41}{65}\quad;\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n-1}\;-\;\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+4}\;-\;\sqrt{n+3}}\;=\;-3\quad;$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2\,n+3}{2\,n-3}\right)^{n}\;=\;e^{3}\quad;\qquad \lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}\;-\;\frac{12}{x^{3}-8}\right)\;=\;\frac{1}{2}\quad;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\,(1+\arcsin 6x)}{x}\;=\;6\quad;\qquad f(x)=\sqrt{\sin x}\quad,\quad f'(x)=\frac{\cos x}{2\,\sqrt{\sin x}}\quad;$$

$$f(x)=\frac{x^{4}+x+1}{x^{3}-x+1}\;,\quad f'(0)\;=\;2\quad;\qquad f(x)=\frac{1}{x^{2}+4x+9}\;-\;x^{4}\;,\quad f'''(-2)\;=\;48\quad;$$

$$f(x)=\frac{x^{2}+4\,x+2}{x^{2}+3\,x+2}\;,\quad f'''(0)\;=\;\frac{5}{8}\quad.$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-\;\sqrt[4]{4x+1}}{\mathrm{arctg}\;(x\ln\,(x+1))}\;.$$

Решение:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-\;\sqrt[4]{4x+1}}{\mathrm{arctg}\;(x\ln\,(x+1))}\;=\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-1-x\;+\;1+x-\;\sqrt[4]{4x+1}}{x\ln\,(x+1)}\;=$$

$$=\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-1-x}{x^{2}}\;-\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[4]{4x+1}\;-1-x}{x^{2}}\;=\;\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\left(-\frac{2}{3}\right).3^{2}\;-\;\frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right).4^{2}=\;\frac{1}{2}\;.$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

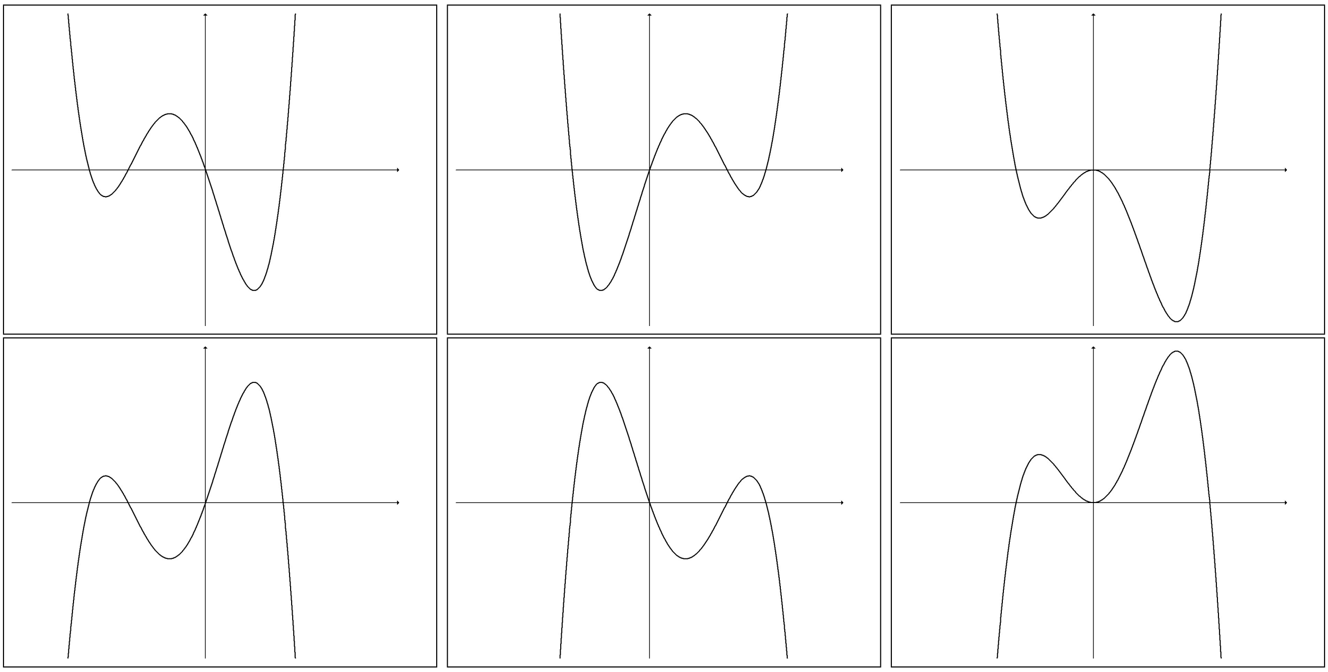
$$f(x)\;=\;\left(x^{2}+x-5\right)e^{|x+1|}\quad.$$

Решение: Имаме $f'(x)\;=-\,(x+2)\,(x-3)\;e^{\,-x-1}$ при $x<-1$ и $f'(x)\;=(x+4)\,(x-1)\;e^{x+1}$ при $x>-1$. Следователно, в $(-\infty\,,\,-2]$ f намалява, в $[-2\,,\,-1]$ f расте, в $[-1\,,\,1]$ f намалява, в $[1\,,\,+\infty)$ f расте.

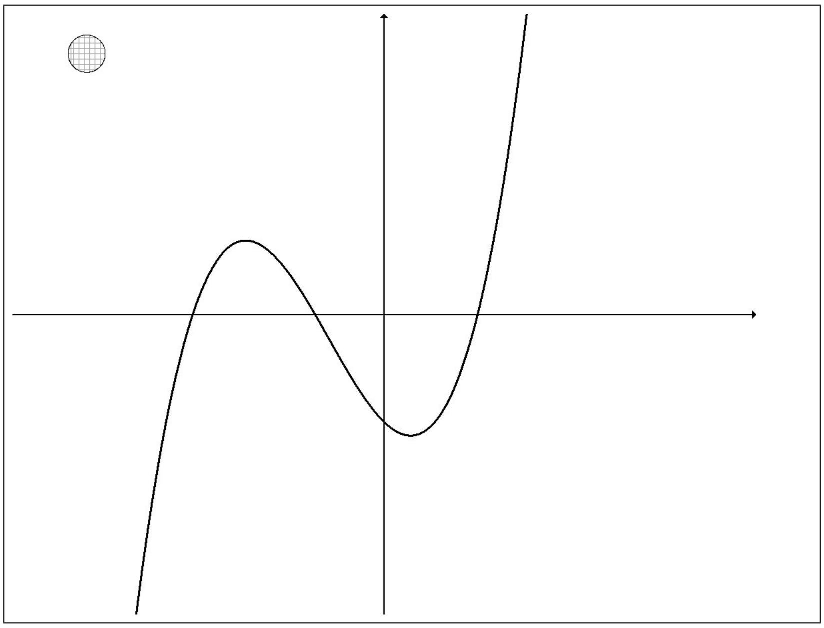
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\;=+\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x)\;\ge f\,(-2)$ при $x\;\le-1$ и $f(x)\;\ge f\,(1)$ при $x\;\ge\;-1$ и $f\,(-2)\;=\;-3\,e\;>\;-3\,e^{2}\;=\;f\,(1)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f\,(1)\;=\;-3\,e^{2}$.

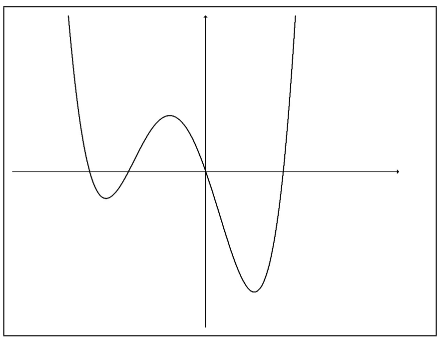
4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 < 0$, т.е верният отговор е в първи стълб. В x_2 функцията има локален максимум, т.е верният отговор е в първи ред.



ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*

Попълнете:

$$\sin \operatorname{arcctg} \frac{4}{3} + \cos\left(2 \operatorname{arctg} 8\right) = -\frac{24}{65} \quad ; \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+5} - \sqrt{n+4}} = 2 \quad ;$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2\,n+3}{2\,n-5}\right)^n = e^4 \quad ; \quad \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{4}{x^4-1}\right) = \frac{3}{2} \quad ;$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1+\arcsin 7x\right)}{x} = 7 \quad ; \quad f(x) = \sin\sqrt{x} \quad , \quad f'(x) = \frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^3+2x+1}{x^4-2x+1} \, , \quad f'(0) = 4 \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x^2-6x+20} + x^5 \, , \quad f'''(3) = 540 \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^2-3\,x+4}{x^2-3\,x+2} \, , \quad f'''(0) = \frac{45}{4} \quad .$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*

Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[4]{4x+1}}{\arcsin\left(x\left(e^x-1\right)\right)} \, .$$

Решение:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[4]{4x+1}}{\arcsin\left(x\left(e^x-1\right)\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1 - x + 1 + x - \sqrt[4]{4x+1}}{x\left(e^x-1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1 - x}{x^2} - \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[4]{4x+1} - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\left(-\frac{1}{2}\right).2^2 - \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right).4^2 = 1 \, .$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*

Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

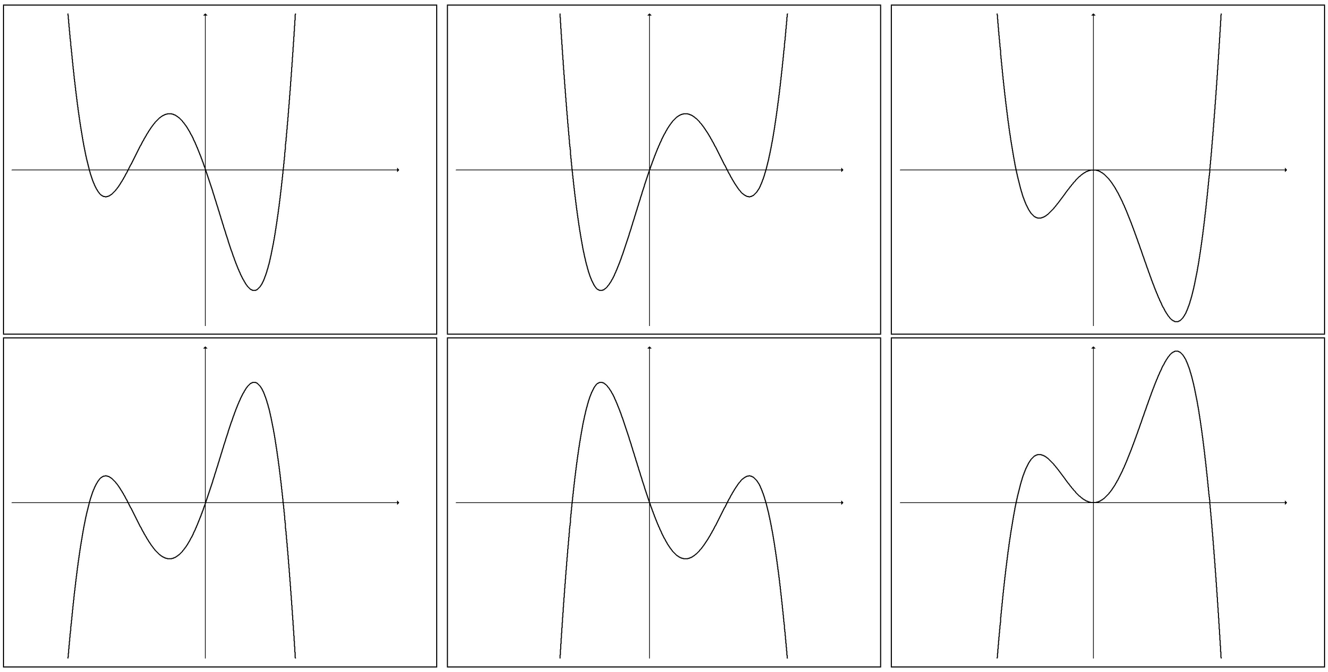
$$f(x) = \left(x^2+2\,x-7\right)e^{|x+2|} \quad .$$

Решение: Имаме $f'(x) = -\left(x+3\right)\left(x-3\right)\,e^{-x-2}$ при $x < -2$ и $f'(x) = \left(x+5\right)\left(x-1\right)\,e^{x+2}$ при $x > -2$. Следователно, в $(-\infty\,,\,-3]$ f намалява, в $[-3\,,\,-2]$ f расте, в $[-2\,,\,1]$ f намалява, в $[1\,,\,+\infty)$ f расте.

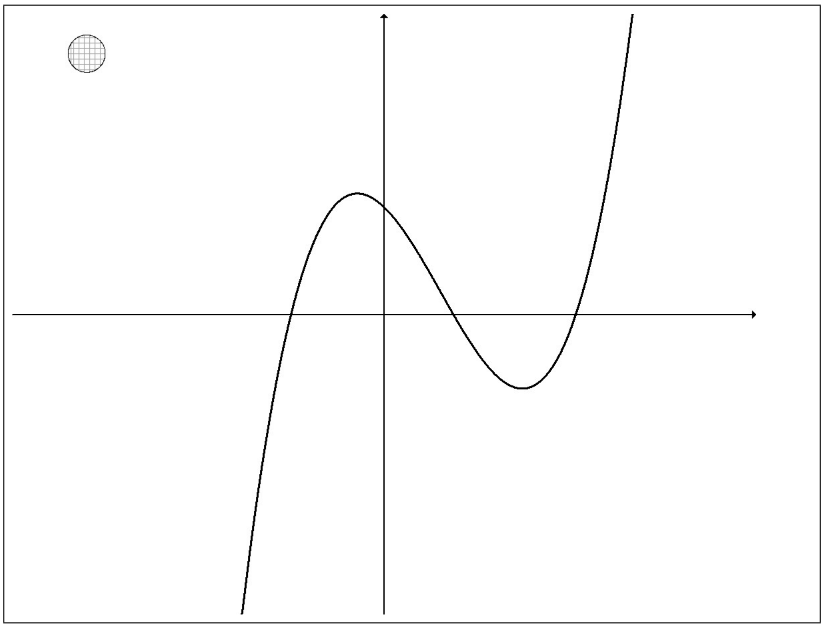
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x) \geq f\left(-3\right)$ при $x \leq -2$ и $f(x) \geq f\left(1\right)$ при $x \geq -2$ и $f\left(-3\right) = -4\,e > -4\,e^3 = f\left(1\right)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f\left(1\right) = -4\,e^3$.

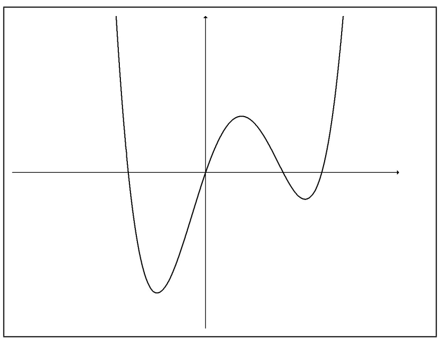
4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 > 0$, т.е верният отговор е във втори стълб. В x_2 функцията има локален максимум, т.е верният отговор е в първи ред.



ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*
Попълнете:

$$\sin\,(2\,\mathrm{arctg}\,4)\;+\;\cos\mathrm{arctg}\,\frac{8}{15}\;=\;\frac{23}{17}\qquad;\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+4}\;-\;\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+3}\;-\;\sqrt{n+4}}\;=\;-3\qquad;$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2\,n+5}{2\,n-3}\right)^n\;=\;e^4\qquad;\qquad \lim_{x\to-3}\left(\frac{1}{x+3}\;-\;\frac{27}{x^3+27}\right)\;=\;-\,\frac{1}{3}\qquad;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\,(1+\arcsin 8x)}{x}\;=\;8\qquad;\qquad f(x)=\sqrt{\cos x}\quad,\quad f'(x)=\;-\,\frac{\sin x}{2\,\sqrt{\cos x}}\qquad;$$

$$f(x)=\frac{x^4+5x+1}{x^3-5x+1}\;,\quad f'(0)\;=\;10\qquad;\qquad \frac{1}{x^2-4x+7}\;+\;x^5\;,\quad f'''(2)\;=\;240\qquad;$$

$$f(x)=\frac{x^2-2\,x-2}{x^2-x-2}\;,\quad f'''(0)\;=\;\frac{9}{4}\qquad.$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-\;\sqrt[5]{5x+1}}{\mathrm{tg}\,\left(x\ln\,(x+1)\right)}\;.$$

Решение:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-\;\sqrt[5]{5x+1}}{\mathrm{tg}\,\left(x\ln\,(x+1)\right)}\;=\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-1-x\;+\;1+x-\;\sqrt[5]{5x+1}}{x\ln\,(x+1)}\;=$$

$$=\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+1}\;-1-x}{x^2}\;-\;\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{5x+1}\;-1-x}{x^2}\;=\;\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\left(-\frac{2}{3}\right).3^2\;-\;\frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\left(-\frac{4}{5}\right).5^2\;=\;1\;.$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

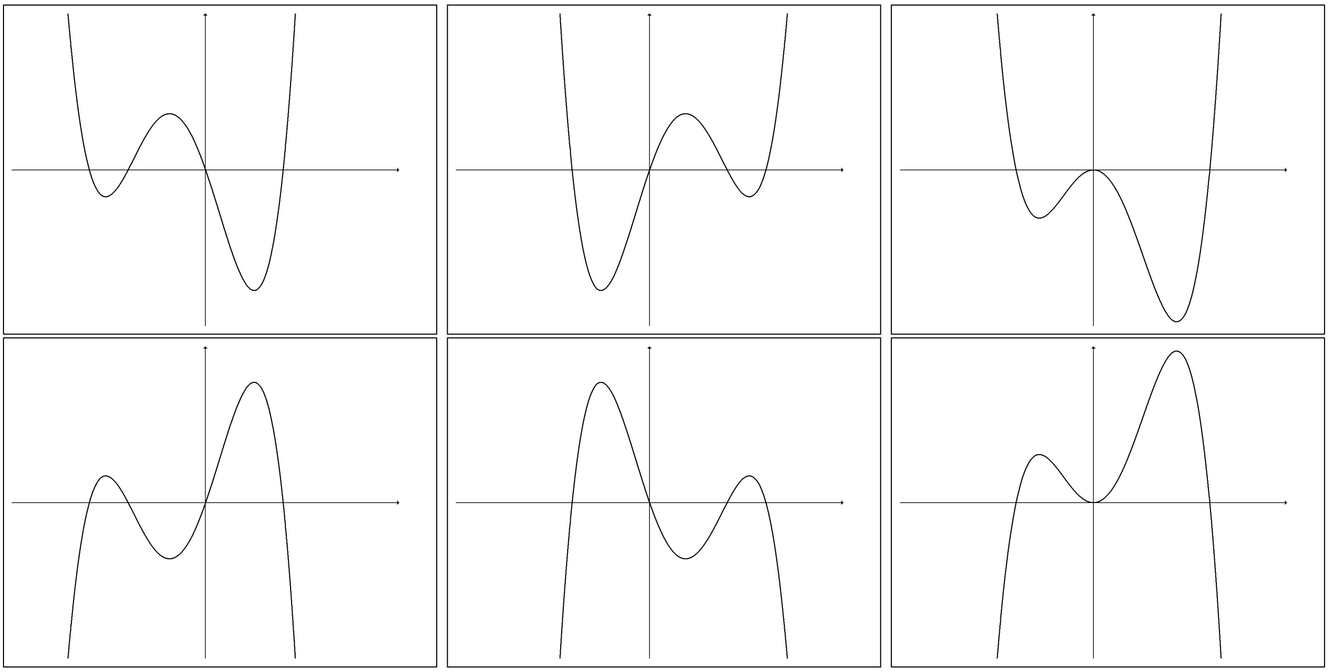
$$f(x)\;=\;\left(x^2+3\,x-9\right)e^{|x+1|}\quad.$$

Решение: Имаме $f'(x)\;=-\,(x+4)\,(x-3)\;e^{-x-1}$ при $x<-1$ и $f'(x)\;=(x+6)\,(x-1)\;e^{x+1}$ при $x>-1$. Следователно, в $(-\infty\,,\,-4]$ f намалява, в $[-4\,,\,-1]$ f расте, в $[-1\,,\,1]$ f намалява, в $[1\,,\,+\infty)$ f расте.

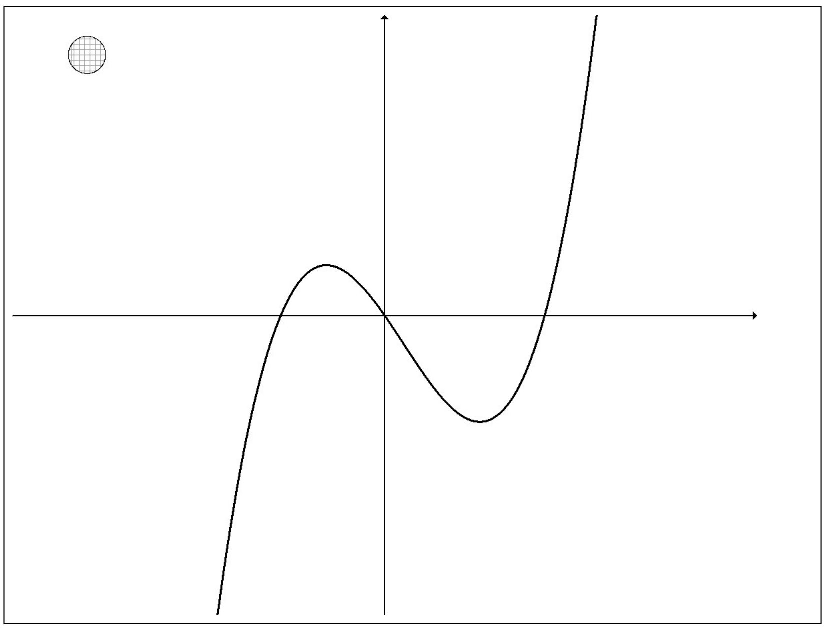
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\;=+\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x)\;\ge f\,(-4)$ при $x\;\le-1$ и $f(x)\;\ge f\,(1)$ при $x\;\ge\;-1$ и $f\,(-4)\;=\;-5\,e^3\;<\;-5\,e^2\;=\;f\,(1)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f\,(-4)\;=\;-5\,e^3$.

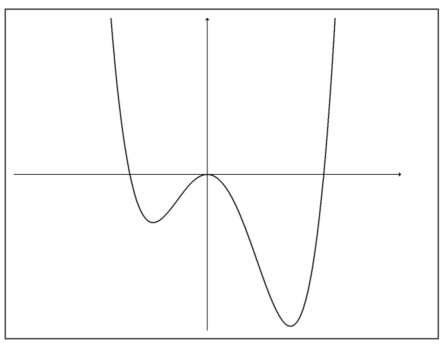
4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 = 0$, т.е верният отговор е в трети стълб. В x_2 функцията има локален максимум, т.е верният отговор е в първи ред.



ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*
Попълнете:

$$\sin\left(2\,\mathrm{arctg}\,8\right) - \cos\,\mathrm{arcctg}\,\frac{12}{5} = -\frac{44}{65} \quad ; \quad \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+5}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+3}-\sqrt{n+2}} = 4 \quad ;$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2\,n+1}{2\,n-3}\right)^n = e^2 \quad ; \quad \lim_{x\to-2}\left(\frac{1}{x+2}-\frac{12}{x^3+8}\right) = -\frac{1}{2} \quad ;$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(1+\arcsin 5x\right)}{x} = 5 \quad ; \quad f(x)=\cos\sqrt{x} \quad , \quad f'(x) = -\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \quad ;$$

$$f(x)=\frac{x^3+4x+1}{x^4-4x+1}\,, \quad f'(0) = 8 \quad ; \quad f(x)=\frac{1}{x^2+8x+20}-x^4\,, \quad f'''(-4) = 96 \quad ;$$

$$f(x)=\frac{x^2+3\,x+4}{x^2+3\,x+2}\,, \quad f'''(0) = -\frac{45}{4} \quad .$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt[5]{5x+1}}{\mathrm{arctg}\,\left(x\left(e^x-1\right)\right)}\,.$$

Решение:

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt[5]{5x+1}}{\mathrm{arctg}\,\left(x\left(e^x-1\right)\right)} = \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2x+1}-1-x+1+x-\sqrt[5]{5x+1}}{x\left(e^x-1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2x+1}-1-x}{x^2} - \lim_{x\to0}\frac{\sqrt[5]{5x+1}-1-x}{x^2} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\left(-\frac{1}{2}\right).2^2 - \frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\left(-\frac{4}{5}\right).5^2 = \frac{3}{2}\,.$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

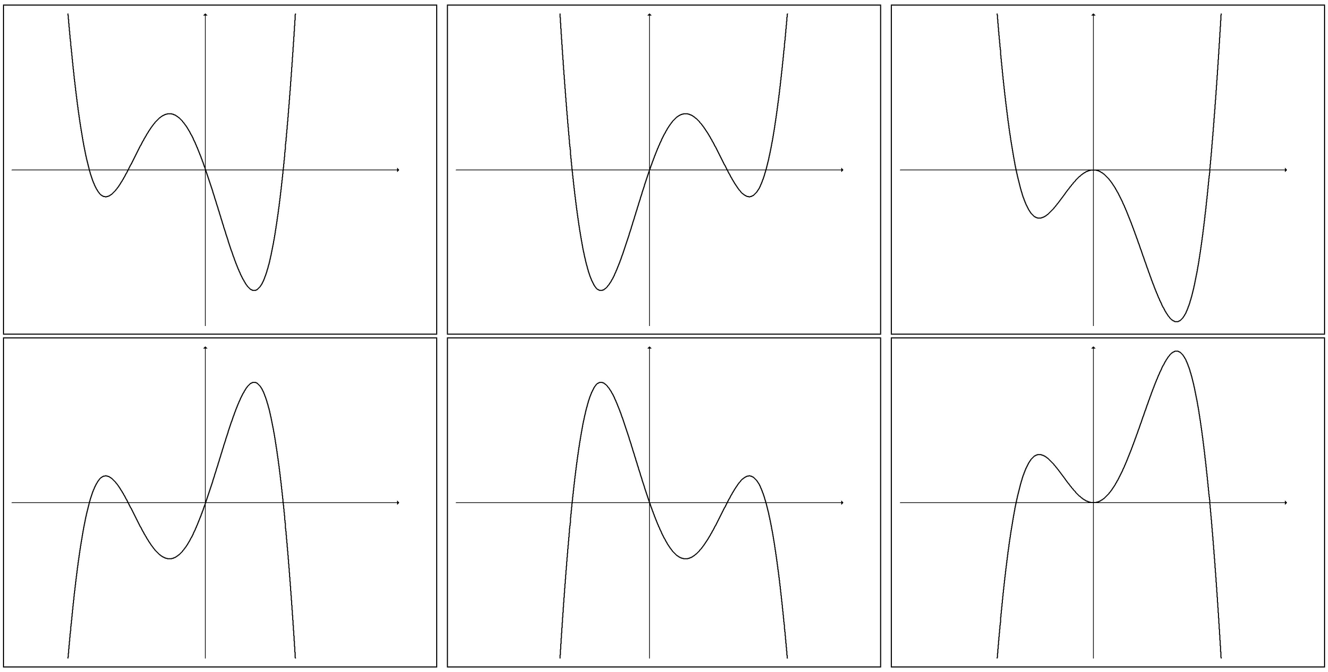
$$f(x) = \left(x^2+5\,x+1\right)e^{|x+3|} \quad .$$

Решение: Имаме $f'(x) = -\left(x+4\right)\left(x-1\right)\,e^{-x-3}$ при $x<-3$ и $f'(x) = \left(x+6\right)\left(x+1\right)\,e^{x+1}$ при $x>-3$. Следователно, в $(-\infty\,,\,-4]$ f намалява, в $[-4\,,\,-3]$ f расте, в $[-3\,,\,-1]$ f намалява, в $[-1\,,\,+\infty)$ f расте.

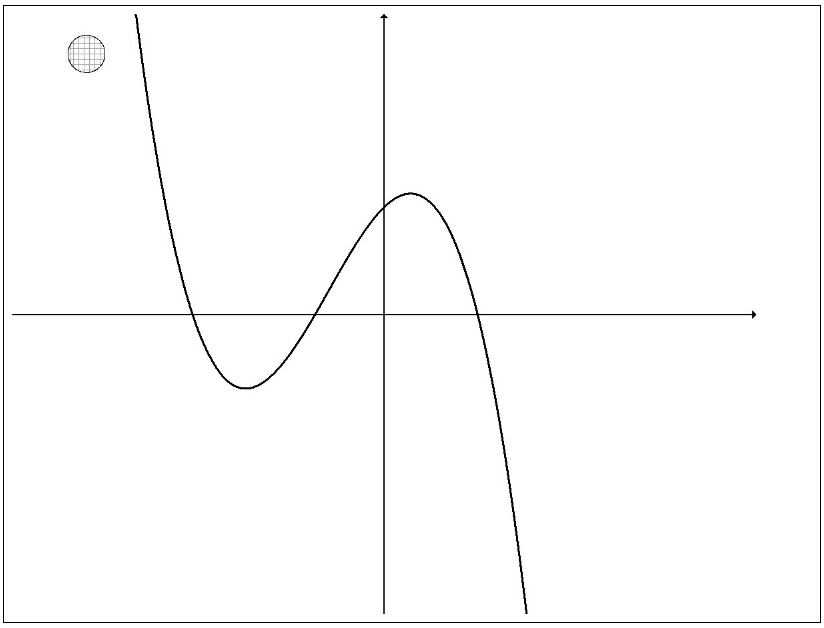
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x) \geq f\left(-4\right)$ при $x\leq-3$ и $f(x)\geq f\left(-1\right)$ при $x\geq-3$ и $f\left(-4\right) = -3\,e > -3\,e^2 = f\left(-1\right)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f\left(-1\right) = -3\,e^2$.

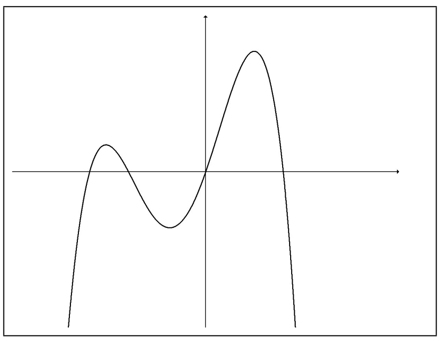
4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 < 0$, т.е верният отговор е в първи стълб. В x_2 функцията има локален минимум, т.е верният отговор е във втори ред.



ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*
Попълнете:

$$\sin \operatorname{arcctg} \frac{4}{3} - \cos\left(2 \operatorname{arctg} 8\right) = \frac{102}{65} \quad ; \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n+5} - \sqrt{n+4}} = 4 \quad ;$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2\,n+3}{2\,n-1}\right)^n = e^2 \quad ; \quad \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{5}{x^5-1}\right) = 2 \quad ;$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1+\arcsin 4x\right)}{x} = 4 \quad ; \quad f(x) = \ln\left(3+\sqrt{x}\right) \quad , \quad f'(x) = \frac{1}{2\left(3+\sqrt{x}\right)\sqrt{x}} \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^4+5x+1}{x^3-5x+1} \, , \quad f'(0) = 10 \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x^2+6x+10} - x^4 \, , \quad f'''(-3) = 72 \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^2-2\,x+2}{x^2-3\,x+2} \, , \quad f'''(0) = -\frac{9}{4} \quad ; \quad .$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{3x+1} - \sqrt[4]{4x+1}}{\arcsin\left(x \ln\left(x+1\right)\right)} \, .$$

Решение:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{3x+1} - \sqrt[4]{4x+1}}{\arcsin\left(x \ln\left(x+1\right)\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{3x+1} - 1 - x + 1 + x - \sqrt[4]{4x+1}}{x \ln\left(x+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{3x+1} - 1 - x}{x^2} - \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[4]{4x+1} - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\left(-\frac{2}{3}\right).3^2 - \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right).4^2 = \frac{1}{2} \, .$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

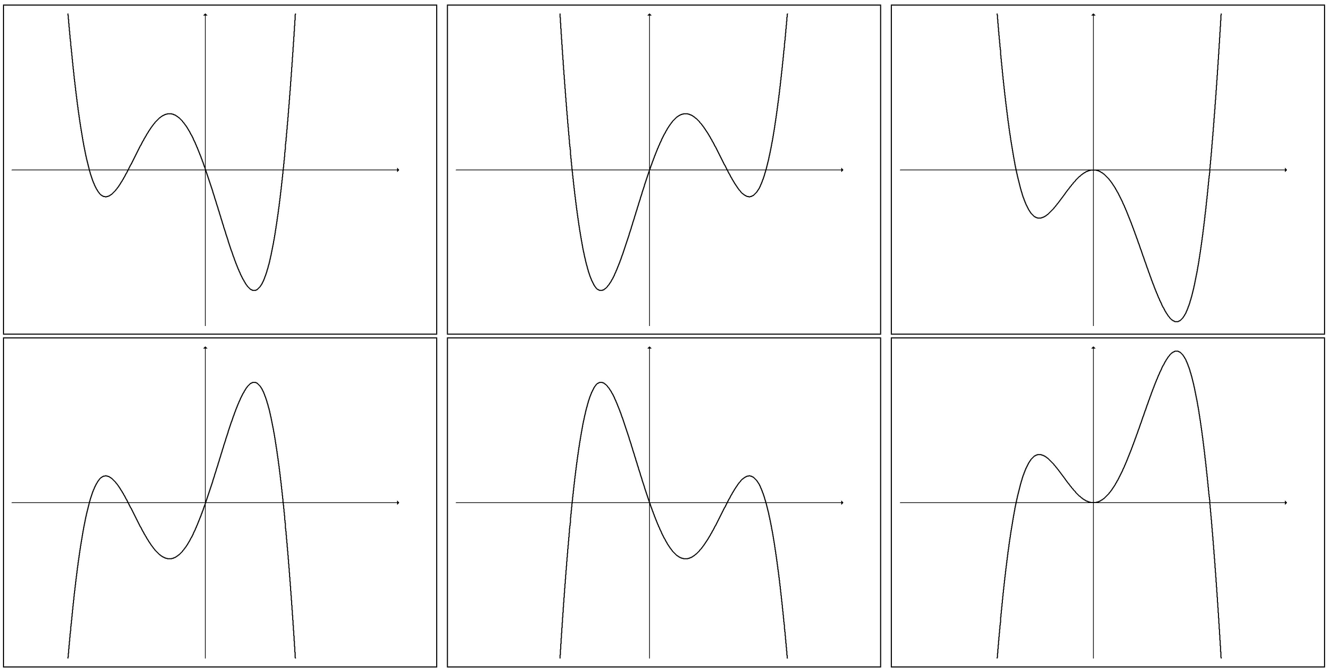
$$f(x) = \left(x^2 - 7\,x + 1\right) e^{|x-3|} \quad .$$

Решение: Имаме $f'(x) = -\left(x-8\right)\left(x-1\right) e^{-x+3}$ при $x < 3$ и $f'(x) = \left(x+1\right)\left(x-6\right) e^{x-3}$ при $x > 3$. Следователно, в $(-\infty\,,\,1]$ f намалява, в $[1\,,\,3]$ f расте, в $[3\,,\,6]$ f намалява, в $[6\,,\,+\infty)$ f расте.

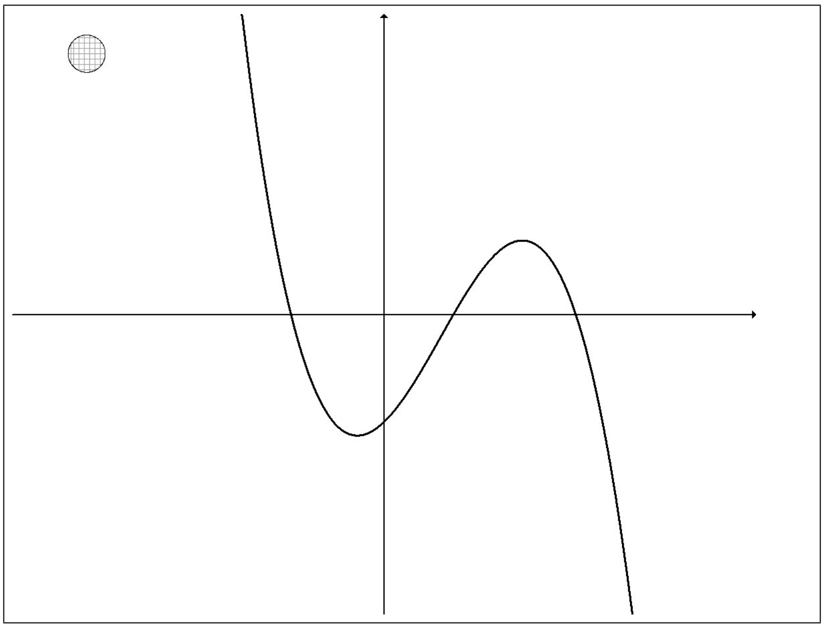
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x) \geq f\left(1\right)$ при $x \leq 3$ и $f(x) \geq f\left(6\right)$ при $x \geq 3$ и $f\left(1\right) = -5\,e^2 > -5\,e^3 = f\left(6\right)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f\left(6\right) = -5\,e^3$.

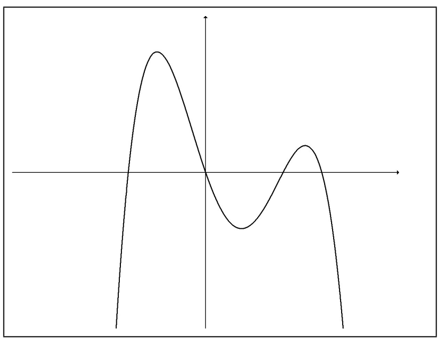
4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 > 0$, т.е верният отговор е във втори стълб. В x_2 функцията има локален минимум, т.е верният отговор е във втори ред.



ДИС-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Тест №1, 14.12.2013 година

с отговори и решения

1. *(по 2 точки за верен отговор, обосновка не е необходима, за междинни пресмятания използвайте допълнителни листа)*
Попълнете:

$$\sin \operatorname{arcctg} \frac{3}{4} - \cos(2 \operatorname{arctg} 4) = \frac{143}{85} \quad ; \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+4}} = -3 \quad ;$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n-1}{2n-7}\right)^n = e^3 \quad ; \quad \lim_{x\to 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3-27}\right) = \frac{1}{3} \quad ;$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\arcsin 3x)}{x} = 3 \quad ; \quad f(x) = \sqrt{\ln x + 2} \quad , \quad f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x + 2}} \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^3+6x+1}{x^4-6x+1} \, , \quad f'(0) = 12 \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x^2-8x+20} + x^5 \, , \quad f'''(4) = 960 \quad ;$$

$$f(x) = \frac{x^2+x-1}{x^2+x-2} \, , \quad f'''(0) = -\frac{15}{8} \quad .$$

2. *(12 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[5]{5x+1}}{\operatorname{tg}(x(e^x-1))} \, .$$

Решение:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[5]{5x+1}}{\operatorname{tg}(x(e^x-1))} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1 - x + 1 + x - \sqrt[5]{5x+1}}{x(e^x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1 - x}{x^2} - \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{5x+1} - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2} . \frac{1}{2} . \left(-\frac{1}{2}\right) . 2^2 - \frac{1}{2} . \frac{1}{5} . \left(-\frac{4}{5}\right) . 5^2 = \frac{3}{2} \, .$$

3. *(15 точки, необходима е обосновка, за която използвайте допълнителни листа)*
Намерете интервалите на нарастване и намаляване на функцията

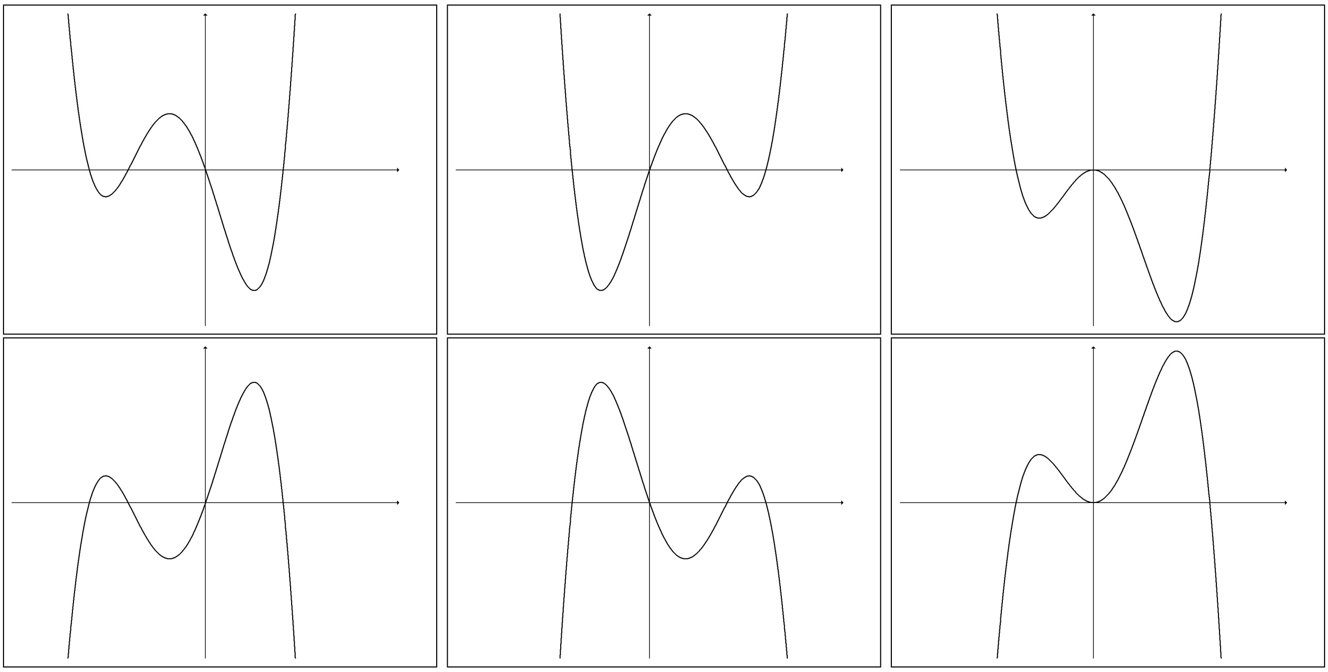
$$f(x) = \left(x^2 - 4x - 4\right) e^{|x-1|} \quad .$$

Решение: Имаме $f'(x) = -x(x-2)\, e^{-x+1}$ при $x < 1$ и $f'(x) = (x+2)(x-4)\, e^{x-1}$ при $x > 1$. Следователно, в $(-\infty, 0]$ f намалява, в $[0, 1]$ f расте, в $[1, 4]$ f намалява, в $[4, +\infty)$ f расте.

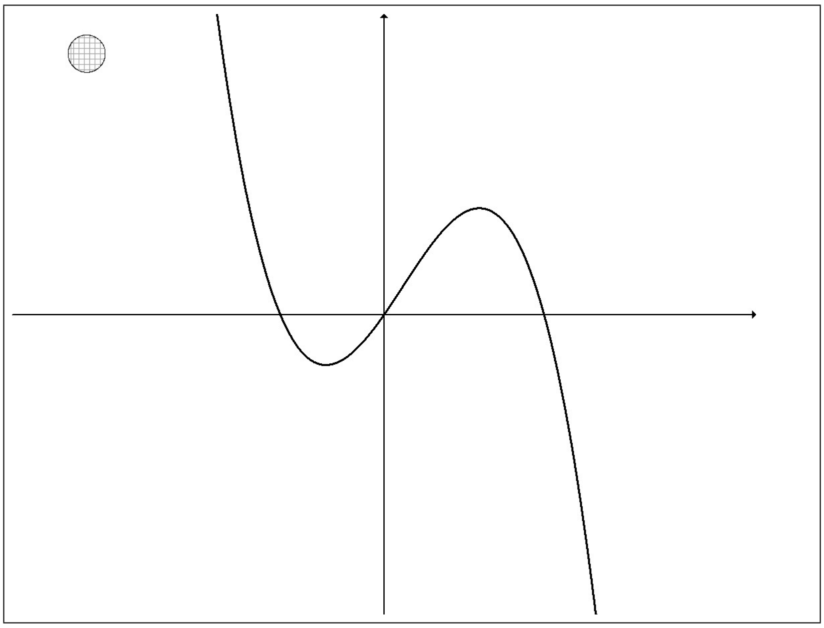
Има ли $f(x)$ най-голяма стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Отговор:* Не, защото $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Има ли $f(x)$ най-малка стойност в $\mathbb{R}$ и колко е тя? *Решение:* Имаме $f(x) \geq f(0)$ при $x \leq 1$ и $f(x) \geq f(4)$ при $x \geq 11$ и $f(0) = -4e > -4e = f(4)$. Следователно, най-малката стойност на f е $f(4) = -4e^3$.

4. *(5 точки)* Посочете на коя от функциите



производната е



Обосновете отговора си: Производната се анулира в $x_1 < x_2 < x_3$ и сменя знака си в тях, т.е. функцията има локални екстремуми в тези точки. Имаме $x_2 = 0$, т.е верният отговор е в трети стълб. В x_2 функцията има локален минимум, т.е верният отговор е във втори ред.