Фалит Фалчев ФН: 0MI0600041
Софтуерно инженерство, I курс, I група

Домашна работа №8

$$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{|x|} \cdot e^{\frac{1}{x}} \qquad D.O.: \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Асимптоти: $x > 0$

Верт. $\lim\limits_{x \to +0} \frac{x^2+2x-3}{x} \cdot \underbrace{e^{\frac{1}{x}}}_{>0} =$

$= \lim\limits_{x \to +0} \frac{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to -0} \frac{x^2+2x-3}{x} \cdot \underbrace{e^{\frac{1}{x}}}_{>0} =$

$= \lim \frac{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{x} = 0$

$x=0$ е верт. асимптота

Наклонени $x > 0$ $y = ax + b$

$\underline{+\infty}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2+2x-3}{x^2} \cdot e^{\frac{1}{x}} =$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x^2}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right) =$

$= 1 = a$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2+2x-3}{x} \cdot e^{\frac{1}{x}} - x =$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} x \cdot \left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}} - x$

$\frac{1}{x} = t \to 0$

$\lim\limits_{t \to 0} \frac{(1+2t-3t^2)e^t - 1}{t} \overset{①}{=}$

$\lim\limits_{t \to 0} (1+2t-3t^2+2-6t) \cdot e^t =$

$= \underline{\underline{3}} \cdot e^{0} - b = 3$

асимптота в $+\infty \to x+3$

Асимптоти $x < 0$

Верт. $\lim\limits_{x \to +0} \frac{x^2-2x-3}{-x} \cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{x}}}_{>0} =$

$= \frac{x^2\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{-x} = 0$

$\lim\limits_{x \to -0} \frac{x^2-2x-3}{-x} \cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{x}}}_{>0} =$

$= \frac{x^2\left(1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x}\right)}{-x} = 0$

$x=0$ е верт асимптота

Наклонена $x < 0$ $y = \epsilon x + z$

$\underline{-\infty}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2+2x-3}{-x^2} \cdot e^{\frac{1}{x}} =$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{-x^2} = -1 = \epsilon$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2+2x-3}{-x} \cdot e^{\frac{1}{x}} + x =$

$= x\left(1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}} + x$

$\frac{1}{x} = m \to 0$

$\lim\limits_{m \to 0} \frac{(1-2m+3m^2)e^{-t} + 1}{m} \overset{①}{=}$

$= \lim\limits_{m \to 0} (-2+6m)e^{-t} - (1-2m-3m^2)e^{-t} =$

$= \lim\limits_{m \to 0} (-3-4m+3m^2)e^{-t} = -3$

асим. в $-\infty \Rightarrow -x - 3$

$= 1 =$

Локални екстремуми:

$f'(x)$ при $x > 0$

$$f(x) = \frac{(x^2+2x-3)e^{\frac{1}{x}}}{x}$$

$$f'(x) = \frac{(2x^2+2x-x^2-2x+3)e^{\frac{1}{x}}}{x^2} + \frac{(x^2+2x-3)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cdot e^{\frac{1}{x}}}{x} =$$

$$= \frac{(x^3+3x)e^{\frac{1}{x}} - (x^2+2x-3)e^{\frac{1}{x}}}{x^3} = \frac{(x^3-x^2+x+3)e^{\frac{1}{x}}}{x^3} =$$

$$f'(x) = \frac{(x+1)\underbrace{(x^2-2x+3)}_{>0}\underbrace{e^{\frac{1}{x}}}_{>0}}{x^3}$$

~~локален екстремум в -1~~

~~$f(-1) =$~~

$\Rightarrow$ $+$ (-1) $-$ (0) $+$ $\nearrow$

$x \in (0; +\infty) \to$ расте

няма лок. макс

$f'(x)$ при $x < 0$

$$f(x) = -\frac{(x^2+2x-3)e^{\frac{1}{x}}}{x}$$

$$f'(x) = -\left(\frac{(2x^2+2x-x^2-2x+3)e^{\frac{1}{x}}}{x^2} + \frac{(x^2+2x-3)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}}{x}\right) =$$

$$= -\frac{(x+1)\underbrace{(-x^2+2x+3)}_{>0}\underbrace{e^{\frac{1}{x}}}_{>0}}{x^3}$$

$\Rightarrow$ $-$ $\searrow$ (-1) $+$ $\nearrow$ (0) $-$

за $x \in (-\infty; -1] \to$ намалява

за $x \in (-1; 0) \to$ расте

локален мин. в -1.

ФН: 0MI0600041

Инфлексни точки

$f''(x) = \cancel{\dots} - 3x^2 \cdot (x^3 - x^2 + x + 3) e^{\frac{1}{x}}$

$x^3 \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \cdot (x^3 - x^2 + x + 3) + (3x^2 - 2x + 1) e^{\frac{1}{x}} \right)' =$

$= -\frac{(x^2 + 10x + 3) e^{\frac{1}{x}}}{x^5}$

$x_1 = -5 + \sqrt{22}$

$x_2 = -5 - \sqrt{22}$

при $x > 0$

$-$ $\quad -5+\sqrt{22}$ $\quad +$ $\quad -5+\sqrt{22}$ $\quad -$ $\quad 0$

$\Rightarrow$ ~~изпъкнало~~ вдлъбнатост при $x \in (0; +\infty)$

при $x < 0$

$f''(x) = \frac{(x^2 + 10x + 3) e^{\frac{1}{x}}}{x^5}$

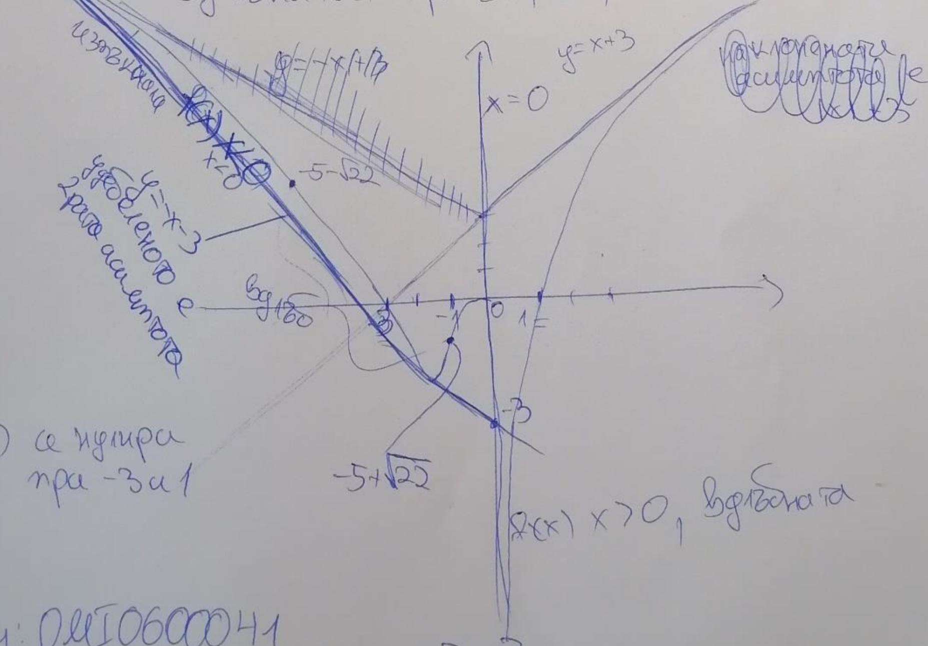
$x_1 = -5 + \sqrt{22} \quad x_2 = -5 - \sqrt{22}$

$+$ $\quad -5-\sqrt{22}$ $\quad -$ $\quad -5+\sqrt{22}$ $\quad +$ $\quad 0$

$\Rightarrow$ ~~вдлъбнатост при~~ $x \in (-\infty; -5-\sqrt{22}) \cup (-5+\sqrt{22}; +\infty)$

изпъкналост при ↗

Вдлъбнатост при $(-5, -\sqrt{22}; -5+\sqrt{22}) \cup (0; +\infty)$



f(x) се нулира при -3 и 1

ФН: 0MI0600041

ОТГ: а) $S_\Delta = 9$

б) при $x \in (-\infty; 0)$ $f(x)$ има 1 локален мин.

в т. (-1) $f(-1) = -\frac{4}{e}$

при $x \in (0; +\infty)$ няма локални екстремуми

в) f има инфлексни точки $-5+\sqrt{22}$ и $-5-\sqrt{22}$

=4= Фон: ОМI0600041.