Ганип Гаирев ОМІО6000Н1.

ДИС 2 Контролно 1

② $\int_{0}^{+\infty} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{(\ln(1+x^{p^2})+x^{4p})\ln^2(1+x^p)}\,dx = \int_{0}^{2} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{(\ln(1+x^{p^2})*x^{4p})\ln^2(1+x^p)}\,dx \qquad =1$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{f(x)}$

$+ \int_{2}^{\infty} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{(\ln(1+x^{p^2})+x^{4p})*\ln^2(1+x^p)}\,dx$

$\overset{,,}{2}$

1) $\overset{g(x)}{f(x)} = \dfrac{x^2}{(x^{p^2}+x^{4p})x^{2p}}$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{x^2}\cdot \dfrac{x^{p^2}+x^{4p}}{\ln(1+x^{p^2})+x^{4p}}\cdot \dfrac{x^{2p}}{\ln^2(1+x^p)} = 1$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^4+1}-1\,x^2-\frac{x^4}{4}}{x^2}$ ~

~ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^2 x - 1+x^2-\frac{x^4}{4}}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^4+1-\left(1+x^4+\frac{x^8}{10}\cdot 2x^2+2x^4\right)\overset{-\frac{2x^6}{4}}{\frac{}{4}}}{x^2\left(\sqrt{x^4+1}+1-x^2+\frac{1}{4}\right)} \overset{0}{\underset{0}{=}}$

$= 1$

$\Rightarrow \int_{0}^{2} f(x)$ е сходящ $\Leftrightarrow \int_{0}^{2} g(x)$ е сходящ.

о при $p^2 \geq 4p \Rightarrow \int_{0}^{2} g(x)$ е сход. $\Leftrightarrow \int_{0}^{2} \dfrac{1}{x^{4p+2p-2}}dx$ е сход.

при $p^2 \angle 4p \Rightarrow \int_{0}^{2} \overset{4p-2<1 \Rightarrow p<\frac{2}{3} \quad p\leq 0}{g(x)}$ е сход $\Leftrightarrow \int_{0}^{2} \dfrac{1}{x^{p^2+2p-2}}dx$ е сход. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1) e сход. за $p \in [0,1)$

2) $g(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x^{p^2}+x^{4p})\,\ln^2 x}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x^4+1}-\cos^2 x}{x^2} \cdot \frac{\ln x^{p^2}+x^{4p}}{\ln 1+x^{p^2}+x^{4p}} \cdot \frac{\ln^2 x}{\ln^2(1+x^p)} = 1$$

$\Rightarrow \displaystyle\int_2^{+\infty} f(x)$ e сход. $\Longleftrightarrow \displaystyle\int_2^{+\infty} g(x)$ e сходящ.

при $p \geq 0 \Rightarrow \ln x^{p^2}+x^{4p} \longrightarrow x^{4p}$

$\Rightarrow \displaystyle\int_2^{+\infty} g(x)$ e сх. $\Longleftrightarrow \displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^{p^2+4p}\ln^2 x}$ e сход.

$\Rightarrow -2+4p \geq 1$, $p \geq \dfrac{3}{4}$

при $< 0 \Rightarrow \ln x^{p^2}+x^{4p} \longrightarrow \ln x$

т.е. $\displaystyle\int_2^{+\infty} g(x)$ e сход. $\Longleftrightarrow \displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2\ln^3 x}$ — разходящ

$\Rightarrow$ 2 e сходящи за $p \geq \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow$ ∮ целият интеграл e сход. за $p \in [0,1) \cap$

$p \in \left[\dfrac{3}{4} ; 1\right)$ $\square$