Анализ-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Финален тест, 11.02.2011 година

Име:

група: **фак. номер:**

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

1. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Редицата $\{a_n\}_1^\infty$ се нарича сходяща, ако съществува число l такова, че за всяко

2. продължение *(9 точки)* Формулирайте и докажете теоремата за граница на произведение на две сходящи редици.

3. *(4+4 точки)* Довършете дефиницията (по два начина):
Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ клони към $+\infty$ когато x клони към $+\infty$, ако:
(Коши)

(Хайне)

4. продължение *(10 точки)* Докажете, че двете дефиниции (условия) са еквивалентни.

5. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a, ако е дефинирана в ....

и ......

6. продължение *(4 точки)* Формулирайте теоремата на Лагранж (за крайните нараствания):

7. продължение *(10 точки)* Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е навсякъде диференцируема. Докажете, че f е намаляваща в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато $f'(x) \leq 0$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

8. продължение *(5 точки)* Нека $g(x) = \sqrt[5]{x^2}$. Определете точките, в които $g(x)$ е диференцируема.
отговор:

обърни

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

9. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ е диференцируема.
отговор:

10. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ има втора производна.
отговор:

11. продължение *(7 точки)* Докажете, че $|g(x) - g(y)| \leq |x - y|$ за $x \in [1\,,\,+\infty)$ и $y \in [1\,,\,+\infty)$.

12. продължение *(7 точки)* Докажете, че $g(x)$ е равномерно непрекъсната в $\mathbb{R}$.

13. *(8 точки)* Формулирайте и докажете правилото за смяна на променливите за неопределени интеграли.

14. *(6 точки)* Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \dfrac{x^4+5}{x^6+x^4+1}$ в $\mathbb{R}$.

Пресметнете $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{F(2x) - F(x)}{x} = \qquad\qquad .$

15. продължение *(8 точки)* За функцията $F(x)$ от предната точка докажете, че
$\lim\limits_{x\to +\infty} (F(2x) - F(x)) = 0$.

Анализ-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Финален тест, 11.02.2011 година

Име:

група: **фак. номер:**

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

1. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Редицата $\{a_n\}_1^\infty$ се нарича сходяща, ако съществува число l такова, че за всяко

2. продължение *(9 точки)* Формулирайте и докажете теоремата за граница на частно на две сходящи редици.

3. *(4+4 точки)* Довършете дефиницията (по два начина):
Казваме, че функцията $f(x)\,:\,\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ клони към $-\infty$ когато x клони към $-\infty$, ако:
(Коши)

(Хайне)

4. продължение *(10 точки)* Докажете, че двете дефиниции (условия) са еквивалентни.

5. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a, ако е дефинирана в ....

и ......

6. продължение *(4 точки)* Формулирайте теоремата на Лагранж (за крайните нараствания):

7. продължение *(10 точки)* Нека $f\,:\,\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ е навсякъде диференцируема. Докажете, че f е растяща в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато $f'(x)\geq 0$ за всяко $x\in\mathbb{R}$.

8. продължение *(5 точки)* Нека $g(x)=\sqrt[5]{x^4}$. Определете точките, в които $g(x)$ е диференцируема.
отговор:

обърни

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

9. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ е диференцируема.
отговор:

10. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ има втора производна.
отговор:

11. продължение *(7 точки)* Докажете, че $|g(x) - g(y)| \leq |x - y|$ за $x \in [1\,,\ +\infty)$ и $y \in [1\,,\ +\infty)$.

12. продължение *(7 точки)* Докажете, че $g(x)$ е равномерно непрекъсната в $\mathbb{R}$.

13. *(8 точки)* Формулирайте и докажете правилото интегриране по части за неопределени интеграли.

14. *(6 точки)* Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \dfrac{2x^4+3}{x^6+x^4+1}$ в $\mathbb{R}$.

Пресметнете $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{F(2x) - F(x)}{x} =$.

15. продължение *(8 точки)* За функцията $F(x)$ от предната точка докажете, че
$\lim\limits_{x\to +\infty} (F(2x) - F(x)) = 0$.

Анализ-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Финален тест, 11.02.2011 година

Име:

група: **фак. номер:**

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

1. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Редицата $\{a_n\}_1^\infty$ се нарича сходяща, ако съществува число l такова, че за всяко

2. продължение *(9 точки)* Формулирайте и докажете теоремата за граница на произведение на две сходящи редици.
3. *(4+4 точки)* Довършете дефиницията (по два начина):
Казваме, че функцията $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ клони към $-\infty$ когато x клони към $+\infty$, ако:
(Коши)

(Хайне)

4. продължение *(10 точки)* Докажете, че двете дефиниции (условия) са еквивалентни.

5. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a, ако е дефинирана в ....

и ......

6. продължение *(4 точки)* Формулирайте теоремата на Лагранж (за крайните нараствания):

7. продължение *(10 точки)* Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е навсякъде диференцируема. Докажете, че f е намаляваща в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато $f'(x) \leq 0$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

8. продължение *(5 точки)* Нека $g(x) = \sqrt[5]{x}$. Определете точките, в които $g(x)$ е диференцируема.
отговор:

обърни

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

9. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ е диференцируема.
отговор:

10. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ има втора производна.
отговор:

11. продължение *(7 точки)* Докажете, че $|g(x) - g(y)| \leq |x - y|$ за $x \in [1\,,\,+\infty)$ и $y \in [1\,,\,+\infty)$.

12. продължение *(7 точки)* Докажете, че $g(x)$ е равномерно непрекъсната в $\mathbb{R}$.

13. *(8 точки)* Формулирайте и докажете правилото за смяна на променливите за неопределени интеграли.

14. *(6 точки)* Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \dfrac{3x^4+4}{x^6+x^4+2}$ в $\mathbb{R}$.

Пресметнете $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{F(2x)-F(x)}{x} =$.

15. продължение *(8 точки)* За функцията $F(x)$ от предната точка докажете, че $\lim\limits_{x\to+\infty} (F(2x) - F(x)) = 0$.

Анализ-1, специалност „Софтуерно инженерство“, Финален тест, 11.02.2011 година

Име:

група: **фак. номер:**

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

1. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Редицата $\{a_n\}_1^\infty$ се нарича сходяща, ако съществува число l такова, че за всяко

2. продължение *(9 точки)* Формулирайте и докажете теоремата за граница на частно на две сходящи редици.
3. *(4+4 точки)* Довършете дефиницията (по два начина):
Казваме, че функцията $f(x)\,:\,\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ клони към $+\infty$ когато x клони към $-\infty$, ако:
(Коши)

(Хайне)

4. продължение *(10 точки)* Докажете, че двете дефиниции (условия) са еквивалентни.

5. *(4 точки)* Довършете дефиницията:
Функцията $f(x)$ се нарича диференцируема в точката a, ако е дефинирана в ....

и ......

6. продължение *(4 точки)* Формулирайте теоремата на Лагранж (за крайните нараствания):

7. продължение *(10 точки)* Нека $f\,:\,\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ е навсякъде диференцируема. Докажете, че f е растяща в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато $f'(x)\geq 0$ за всяко $x\in\mathbb{R}$.

8. продължение *(5 точки)* Нека $g(x)=\sqrt[5]{x^3}$. Определете точките, в които $g(x)$ е диференцируема.
отговор:

обърни

отговорите на 1, 3, 5 и 6 се попълват на този лист,
за 2, 4, 7, 11, 12, 13 и 15 се използват само допълнителни листа,
за 8, 9, 10, 14 се използват допълнителни листа, като крайните резултати се нанасят и на този лист

9. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ е диференцируема.
отговор:

10. продължение *(5 точки)* Определете точките, в които $G(x) = x.g(x)$ има втора производна.
отговор:

11. продължение *(7 точки)* Докажете, че $|g(x) - g(y)| \leq |x - y|$ за $x \in [1\,,\ +\infty)$ и $y \in [1\,,\ +\infty)$.

12. продължение *(7 точки)* Докажете, че $g(x)$ е равномерно непрекъсната в $\mathbb{R}$.

13. *(8 точки)* Формулирайте и докажете правилото за смяна на променливите за неопределени интеграли.

14. *(6 точки)* Нека $F(x)$ е примитивна на функцията $f(x) = \dfrac{4x^4 + 5}{x^6 + x^4 + 5}$ в $\mathbb{R}$.

Пресметнете $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{F(2x) - F(x)}{x} =$.

15. продължение *(8 точки)* За функцията $F(x)$ от предната точка докажете, че
$\lim\limits_{x \to +\infty} (F(2x) - F(x)) = 0$.