

Филип Краширов Филм Фил: ОМІ 0600041

Изпит част 1

① Теорема за сходимост на монотонно растяца и ограничена отгоре редуца

Th.  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  е монотонно растяца ;  $a_n \leq a_{n+1}$   
за  $\forall n \in \mathbb{N}$

Доо. От това, че редуцата е отг. отгоре и от  
прищнуа за непрекъснатост  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \exists$  тогва грна гранца на  $\{a_n; n \in \mathbb{N}\} = l$

За произв  $\epsilon > 0$ :

1)  $l - \epsilon < l = \sup \{a_n, n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \exists n_1 \in \mathbb{N} : a_{n_1} > l - \epsilon$

използваеме, че няма други супремуми ~~по-мал~~  $< l$

2) Нека  $n > n_1 \Rightarrow l - \epsilon < a_{n_1} \leq a_n \leq l < l + \epsilon$

1) и 2)  $\Rightarrow a_n \in (l - \epsilon; l + \epsilon)$  за  $\forall n \geq n_1$

От  $\epsilon \in \mathbb{R} \Rightarrow a_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} l \Rightarrow$  като всеки следващ е

по-голям и от това, че е ограничена отгоре  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  супремум е гранца на редуцата  $\square$

= ① =