Данил Данчев 0MI0600041

ДИС 2

Задача 1. $f(x,y) = xy^2e^{-2x^2-y^2}$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^2e^{-2x^2-y^2} - 4x^2y^2e^{-2x^2-y^2} = y^2e^{-2x^2-y^2}(1-4x^2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2yx \cdot e^{-2x^2-y^2} - 2y^3xe^{-2x^2-y^2} = 2xye^{-2x^2-y^2}(1-y^2)$$

1. $y=0,\ x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ т. $(x,0)$
2. $y\neq 0 \Rightarrow \left|\begin{array}{l} 1-4x^2=0 \\ x(1-y^2)=0 \end{array}\right.$ $\quad x=0 \Rightarrow$ н.р.

$y=\pm 1,\ x=\pm\frac{1}{2}$

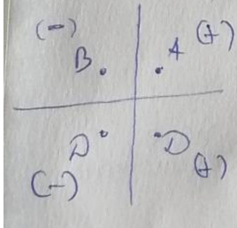
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (2x - 10y^2x + 4xy^4)e^{-2x^2-y^2} = xe^{-2x^2-y^2}(4y^4-10y^2+2)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} = e^{-2x^2-y^2}(2y + 8y^3x^2 - 8yx^2 - 2y^3)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = e^{-2x^2-y^2}(-12y^2x + 16y^2x^3) =$$

$$= xye^{-2x^2-y^2}(-12y + 16yx^2)$$

1) т. $A(\frac{1}{2}, 1)$



$$\Delta(A) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x^2} & \frac{\partial f}{\partial x\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial x\partial y} & \frac{\partial f}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \left(-4\cdot\frac{1}{2} - 8\cdot\frac{1}{2} + 16\cdot\frac{1}{8}\right)e^{-2\cdot\frac{1}{4}-1} \cdot$$

$$\left(2\frac{1}{8} - 10\cdot\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{1}{2}\right)e^{-2\frac{1}{4}-1} -$$

$$\left(\left(2 - 8\cdot\frac{1}{4} - 2 + 8\cdot\frac{1}{4}\right)e^{-2\frac{1}{4}-1}\right)^2 = 8e^{-3}$$

лок. екстр.

$-4e^{-\frac{3}{2}} < 0$, ~~лок.~~ строг лок. максимум.

2) т. $B(-\frac{1}{2}, 1)$

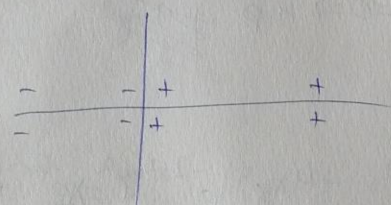
т. B е локален. минимум., строг.

3) т. $C(-\frac{1}{2}, -1)$ → строг. локален минимум.

4) т. $D(\frac{1}{2}, -1)$

т. D е строг. лок. максимум.

за $(x,0)$



за $x \in (-\infty; 0)$; $(x,0)$ е лок. макс.

за $x \in (0; +\infty)$; $(x,0)$ е лок. мин.

за $x, y = 0$, т.е. $(0,0)$ е седлова точка

Окончателен отг.

т. $A(\frac{1}{2}, 1)$ и т. $D(\frac{1}{2}, -1)$ са строги. лок. макс.
(стационарни точки)

т. $B(-\frac{1}{2}, 1)$ и т. $C(-\frac{1}{2}, -1)$ са строги лок. минимуми.

т. $(x,0)$ за $x \in (-\infty; 0)$ е не строг. лок. максимум, не е единствена

т. $(x,0)$ за $x \in (0; +\infty)$ е не строг. лок. минимум, не е единствена

т. $(0,0)$ е седлова точка.