<u>Анализ 1, домашна работа №4</u>

<u>Предал:</u>

<u>Явор Станиславов Михайлов – I курс, II гр, ФН: 61528</u>

Задача 1.

а)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^5+2x+1}-\sqrt[5]{x^2+5x+1}}{\arcsin x.arctgx}=L\to\frac{\frac{1}{2}.\frac{5x^4+2}{\sqrt{x^5+2x+1}}-\frac{1}{5}.\frac{2x+5}{\sqrt[5]{(x^2+5x+1)^4}}}{2x}L\to$$

$$\frac{\frac{1}{2}.\frac{20x^3\sqrt{x^5+2x+1}-\frac{(5x^4+2)^2}{2\sqrt{x^5+2x+1}}}{x^5+2x+1}-\frac{1}{5}.\frac{2.\sqrt[5]{(x^2+5x+1)^4}-\frac{4}{5}.\frac{(2x+5)^2}{\sqrt[5]{(x^2+5x+1)^9}}}{\sqrt[5]{(x^2+5x+1)^8}}}{2}\to$$

$$\frac{-1+\frac{18}{5}}{2}=\frac{13}{10}$$

б)

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{\arcsin^3 x}-\frac{arctgx}{tg^3x}\right)\to\frac{\sin x.tg^3x-arctgx.\arcsin^3 x}{\arcsin^3 x.tg^3x}\to\frac{(x+\frac{x^3}{3})^3.(x-\frac{x^3}{6})-(x+\frac{x^3}{6})^3.(x-\frac{x^3}{3})}{x^6}$$

$$\to\frac{x^4(1+\frac{x^2}{3})^3(1-\frac{x^2}{6})-x^4(1+\frac{x^2}{6})^3(1-\frac{x^2}{2})}{x^6}$$

$$\text{Пол.}\frac{x^2}{6}=y\Rightarrow\lim_{y\to 0}\frac{(1+2y)^3(1-y)-(1+y)^3(1-2y)}{6y}\to\frac{-6y^4+y^3+9y^2+4y}{6y}\to\frac{2}{3}$$

в)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{(1+\frac{1}{x})^{x^2}}$$

$$\textit{Полагаме}: \frac{1}{x}=t\Rightarrow$$

$$\lim_{t\to0}\frac{e^{\frac{1}{t}}}{e^{\frac{1}{t^2}.\ln(1+t)}}\to e^{\frac{t-\ln(1+t)}{t^2}}$$

$$\textit{Степента}: \lim_{t\to0}\frac{t-\ln(1+t)}{t^2}L\to\frac{1-\frac{1}{1+t}}{2t}\to\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$\lim_{t\to0}e^{\frac{t-\ln(1+t)}{t^2}}\to\sqrt{e}$$

г)

$$\lim_{x\to0}\frac{(\frac{1+x}{1-x})^{\frac{1}{x}}-e^2}{x^2}\to\frac{e^{\frac{1}{x}\ln\frac{1+x}{1-x}}-e^2}{x^2}$$

Получава се неопределеност [0 върху 0]:

$$\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\ln\frac{1+x}{1-x}\to\frac{1}{x}\ln(1+\frac{2x}{1-x})\to\frac{2x}{x}\to2$$

$$\Rightarrow$$

$$\lim_{x\to0}\frac{e^2(\frac{2x}{1-x^3}-\ln\frac{1+x}{1-x})}{2x^3}L\to\frac{e^2.4x^2}{(1-x^2).6x^2}\to\frac{2e^2}{3}$$

Задача 2.

а)

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^4-4x^2+5}{x^2}}e^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x)\to\infty \Rightarrow l_1 : x=0-\textit{асимптота}(\textit{вертикална})$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)\to\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}\to 1$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)-x\to x(e^{\frac{1}{x}}-1)\to 1$$

$$\Rightarrow l_2 : y=x+1-\textit{асимптота}(\textit{наклонена})$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\to\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}\to -1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)+x\to -x(e^{\frac{1}{x}}-1)\to -1$$

$$\Rightarrow l_3 : y=-x-1-\textit{асимптота}(\textit{наклонена})$$

Пресечните точки на 3-те асимптоти са: A(-1;0), B(0,1), C(0,-1)

$$S=\frac{AO.BC}{2}=1$$

б)

Съдейки по това, че най-близкия екстремум до минус безкрайност е минимум, следва че, графиката на функцията минава под асимптотата й.

в)

Аналогично с б), графиката също е под асимптотата й.

г)

$$f^{'}(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}(x^5-x^4+4x^2-5x-5)}{x^2\sqrt{x^2(x^4-4x^2+5)}}$$

Трябва да се намерят броя на корените на $g(x)=x^5-x^4+4x^2-5x-5$

$$g'(x)=5x^4-4x^3+8x\ \ -5$$
$$g''(x)=20x^3-12x^2+8$$
$$g'''(x)=60x^2-24x$$
$$g''(x)\in(-\infty;0)\cup(\frac{2}{5};+\infty)\textit{расте}$$
$$g''(x)\in(0;\frac{2}{5})\textit{намалява}$$
$$g''(-1)<0, g''(0)>0, g''(\frac{2}{5})>0$$

Има един корен: $x_1\in(-1;0)$

$$g'(x)\textit{намалява}-(-\infty;x_1)\,\textit{расте}-(x_1;+\infty)$$
$$g'(-2)>0, g'(-1)<0, g'(0)<0, g'(1)>0$$

g′(x) има два корена $x_2\in(-2;-1), x_3\in(0;1)$

g(x) расте в $(-\infty;x_2)\cup(x_3;+\infty)$

и намалява в $(x_2;x_3)$

$$f(-1)>0, g(0)<0, \lim_{x\to-\infty}g(x)=-\infty, \lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$$

f(x) има 3 локални екстремума – един максимум и два минимума *д)*

От графиката следва, че инфлекстните точки са 3 на брой-от минус безкрайност към първия екстремум , както и от последния екстремум към плюс безкрайност. Другата инфлексна точна е между парвите два екстремума (от минимум към максимум) .

.