

### Част 3

6. (2 точки) Довършете дефиницията:

Функцията  $f(x)$  се нарича диференцируема в точката  $a$ , ако е дефинирана в ..... и .....

7. (8 точки) Нека функцията  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  има производна в точката  $a \in \mathbb{R}$ , като  $h(a) = 0$ . Докажете, че функцията  $H(x) = |h(x)|$  има производна в точката  $a$  тогава и само тогава, когато  $h'(a) = 0$ .

8. (11 точки) Формулирайте и докажете теоремата за крайните нараствания (теорема на Лагранж).

9. (9 точки) Нека функцията  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  има производна във всяка точка и е изпъкнала в  $\mathbb{R}$ .

Докажете, че е изпълнено поне едно от твърденията:

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;
2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;
3.  $f(x) = f(0)$  за всяко  $x \in \mathbb{R}$ .

Указания:

Изпълнението е на ръка, в moodle се качват един до пет файла (по един за всяка страница) във формат jpg, с име 69NNN-33-K (89NNN-33-K за чуждестранни студенти),

NNN са последните три цифри на факултетния номер

K е поредният номер на страница

Допуска се качване на един pdf файл (вместо файлове във формат jpg), с име 69NNN-33 (89NNN-33)