

Задача 33.

Нека G е дърво, в което нито един връх не е от степен по-висока от 3. Докажете, че броя на върховете от степен 1 е с 2 по-голям от този на върховете от степен 3.

Док-во:

Нека с $N(i)$ означаваме броя на върховете от степен i . В конкретния случай, ако $i \geq 4 \Rightarrow N(i) = 0$;

G е дърво $\Rightarrow |E| = |V| - 1 = N(1) + N(2) + N(3) - 1$;

от формулата на Ойлер имаме:

$$2(N(1) + N(2) + N(3) - 1) = \sum_{u \in V} \deg(u) = N(1) \cdot 1 + N(2) \cdot 2 + N(3) \cdot 3 \Rightarrow N(1) = 2 + N(3)$$

което искахме да докажем.

github.com/andy489