

Класовете Р и NP

Досега ние се занимавахме с проблеми за разрешимост и неразрешимост, т.е. дали има алгоритъм или няма за даден проблем.

Сега ще се занимаем с проблема, когато за една задача има алгоритъм за нейното решаване.

Проблема е, че когато има алгоритъм за решаване на една задача, това не означава, че всъщност той е осъществим в реално време.

Една такава задача например е задачата със сортирането на произволен файл от реални числа.

Това не е проблем за файлове до определен размер - до 10, до 100, до 1000...; но за достатъчно големи масиви, инакше първият стандартен алгоритъм със сравняване всеки със всеки елемент не е всъщност осъществим. За това се поставиха проблемите за намиране на по-ефективни алгоритми. Такива алгоритми бяха намерени - много по-ефективни. И те изпозуват много твърди теоретични изследвания.

Подобни алгоритми са известни когато става дума за матрици, за задачи за търговски пътник и много други, за които няма осъществим алгоритъм за разумно време. Въпреки че напоследък нараства възможността на компютрите да обработват по-големи масиви от данни и с по-голям скорост на операции за единица време, посочените задачи имат ограничение на разумно осъществяване за достатъчно големи размери. За това се смята, че едно разумно ограничение е ефективността на алгоритмите да бъде полиномиална. Това е мотива за следната дефиниция

Д. Нека $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ е машина на Т. Казваме, че M е полиномиално ограничена т.т.к. съществува полином $p(n)$, таков, че за всеки вход x не съществува конфигурация C такава, че $(s, \triangleright x) \vdash_M^{p(|x|)+1} C$. С други думи, машината M за вход x ще стигне до стоп-конфигурация най-много след $p(|x|)$ стъпки. Тук $|x|$ е дължината на входа. Да обърнем внимание че когато азбуката $\Sigma = \{1\}$, то $|x| = x$, x - ест. число.

Д. Един език L се нарича полиномиално разрешим, ако съществува полиномиално ограничена машина на Т. M , която разпознава ез. L .

P се означава класът на всички езици, които са полиномиално разрешими, т.е.

$P = \{L \mid L \text{ е полиномиално разрешим}\}.$

Ще дадем дефиниция и на още един клас. За тази цел имаме нужда от още една

Д. Нека $M = (K, \Sigma, \Delta, s, H)$ е недетерминирана машина на Т. Казваме, че M е полиномиално ограничена ако съществува полином $p(x)$ таков, че за всеки вход x не съществува конфигурация C за M , такава, че $(s, \triangleright x) \vdash_M^{p(|x|)+1} C$.

Да напомня, че при недетерминираните машини на Тюринг за даден вход x има различни възможни изводи. Горната дефиниция означава, че при полиномиално ограничените маш. на Т. при даден вход x за всеки възможен извод стигаме до стоп-конфигурация след най-много $p(|x|)$ стъпки. Класът NP се определя, като класът на всички езици, които се разпознават от полиномиално ограничени машини на Тюринг (недетерминирани). $NP = \{L \mid L \text{ се разпознава от полиномиално ограничен недетерминирана машина на Т.}\}$

Защо се обръща внимание върху класа NP?
Оказва се, че много от задачите, които не са в
класа P се намират в класа NP, например
задачата за търговския пътник и други еквивалентни на нея задачи.

Така стигаме до проблема $P = NP$?

Проблемът тук е, че ние за определени
задачи знаем, че има алгоритъм, който е
полиномиално ограничен с одичайни машини
на Тюринг. Освен това има задачи, за
които знаем, че има полиномиално ограниче-
ни недетерминирани машини на Тюринг, кои-
то решават този проблем, но не знаем на
този етап дали има полиномиално ограни-
чени одичайни машини на Тюринг, които
решават тези задачи.

Проблемът е колко ли да се намерят начин,
подход за намиране на това решение
 $P = NP$.