Допълнение към темата за частично наредени множества

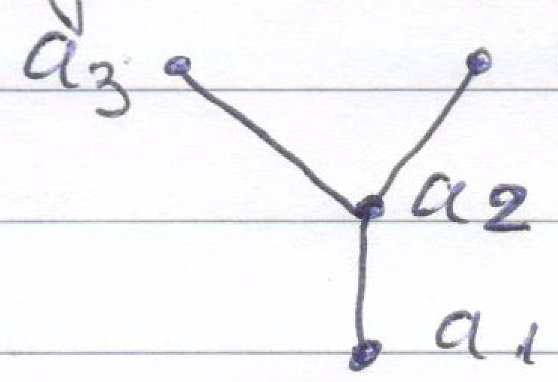
Да разгледаме следното ч.н.м $\langle A, \leq \rangle$, където $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ и $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ (*)

$\leq a_4$ и освен това

$a_1 \leq a_1, a_2 \leq a_2, a_3 \leq a_3, a_4 \leq a_4, a_1 \leq a_3, a_1 \leq a_4$

Всъщност оградeното с линия е всъщност рефлексивното и транзитивно затваряне на (*). Това ще го описваме със следната диаграма:

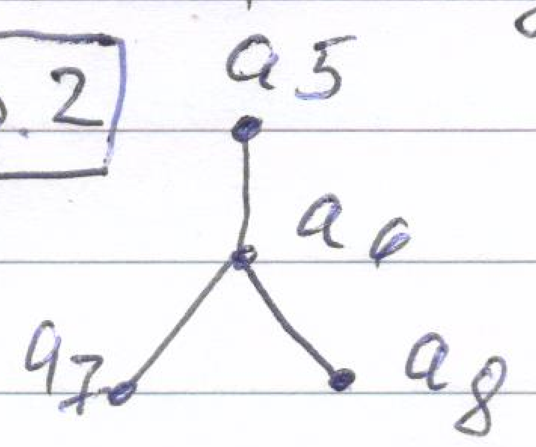
Пр. 1.



В този пример a_1 е най-малък и a_1 е минимален ел., a_3 и a_4 са максимални, но не са най-големи. В това ч.н.м. няма най-голям елемент.

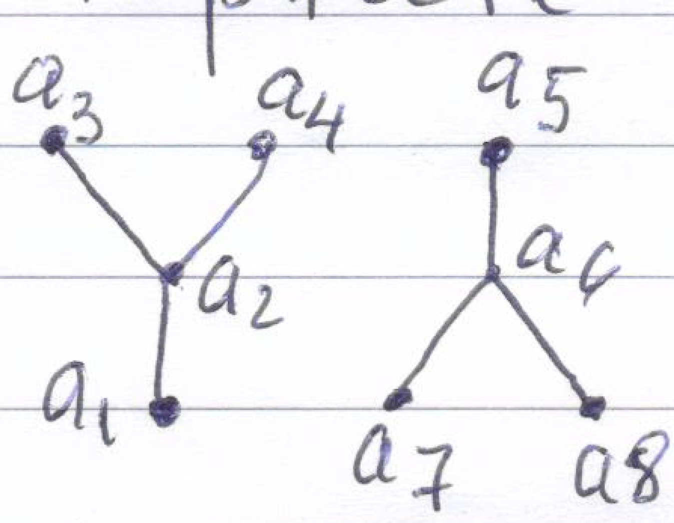
Можем да разгледаме и ч.н.м.

Пр.2



В това ч.н.м. има най-голям, има два минимални, но няма най-малък.

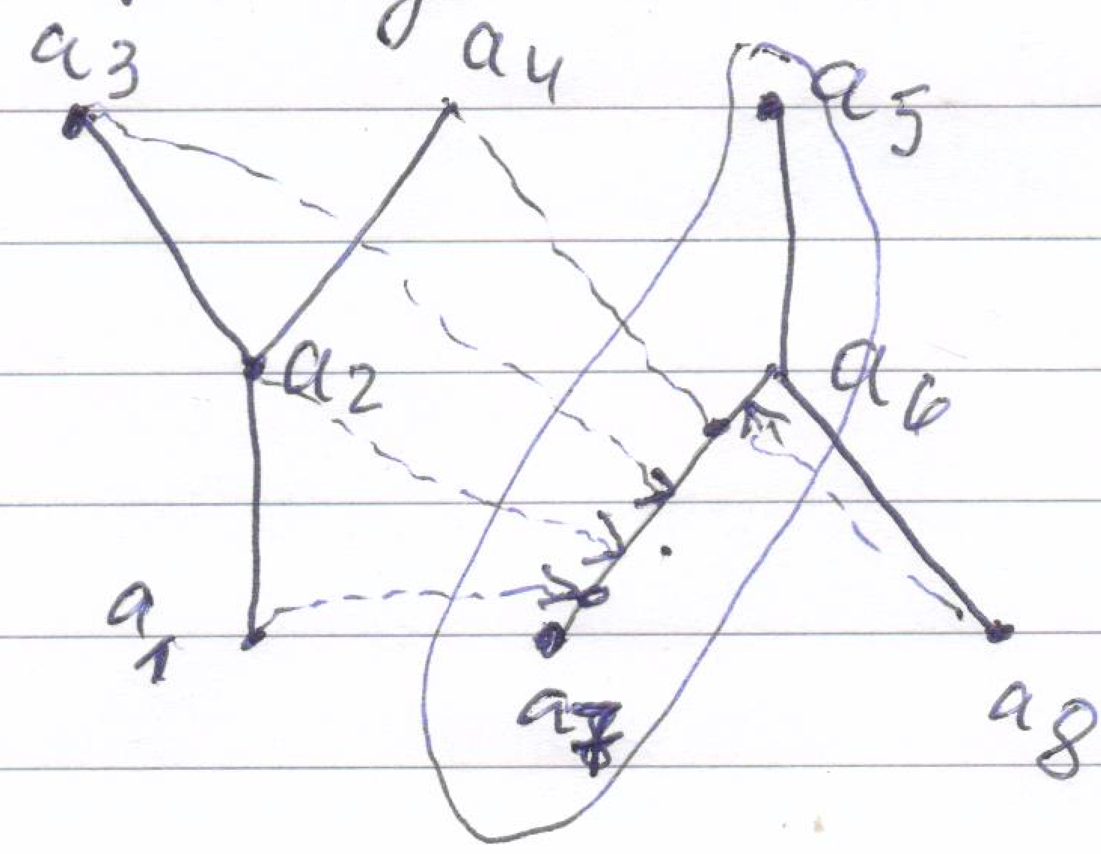
Да разгледаме и следния пример, образуван от обед. на горните два примера на ч.н.м.

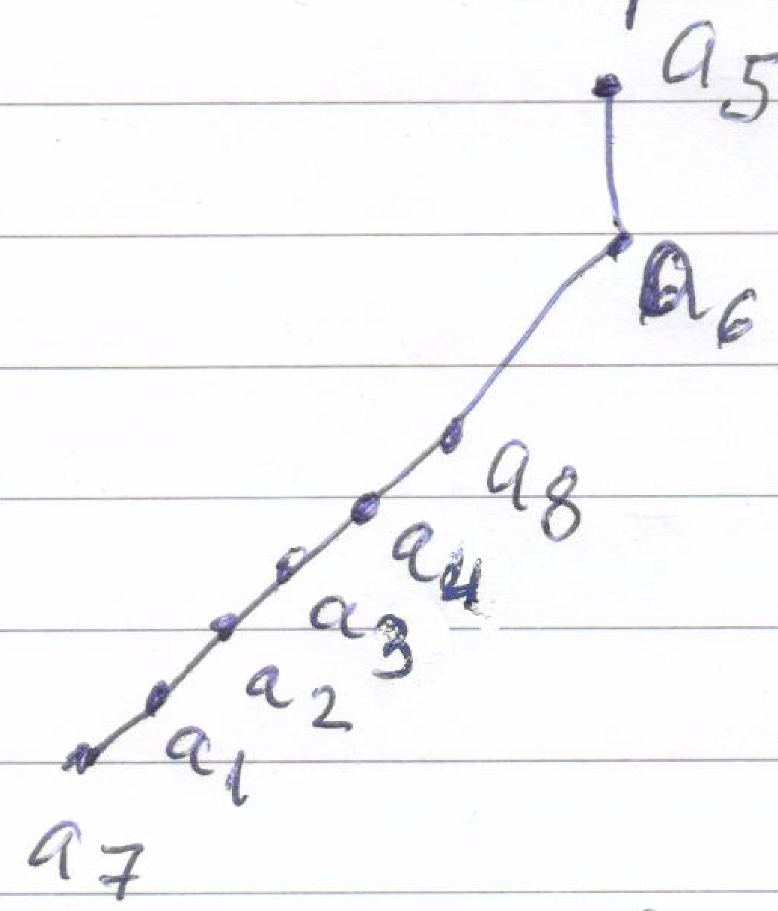


Ще илюстрираме на този пример твърдението за това как от всяко кр.ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ можем да намерим частична наредба $\leq_1$, така че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно нар. множество. Най-напред избираме a_7 като минимален, махаме a_7 и от останалите избираме минимален a_1, махаме и a_1 и от останите избираме a_2. Продължавайки така избираме a_3, a_4, a_8, a_5, a_6. Да обърнем внимание, че на всяка стъпка имаме няколко избора. Не е еднозначно кой ел. да изберем. В началото имахме възможност да изберем a_1 или a_7 или a_8. Ние избрахме a_7.

(ДТЧНМ-2)

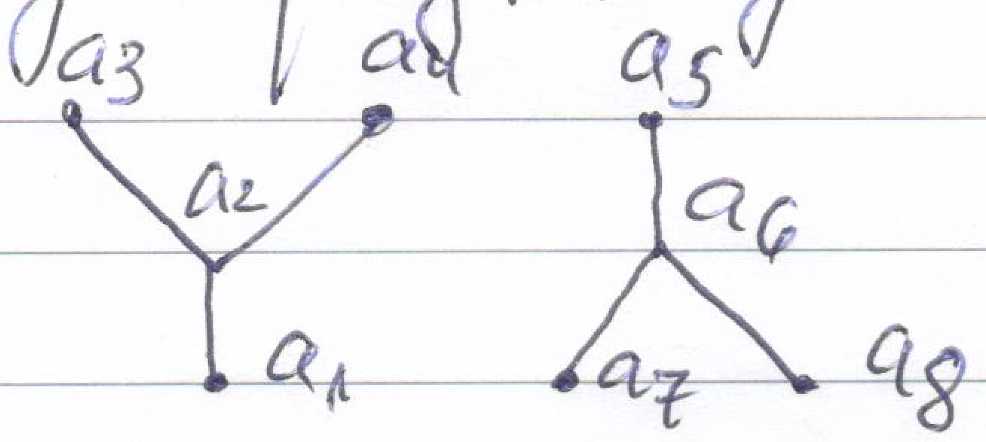
Сега ще го илюстрираме на картинка





Окончателно т. н. м. (новото) с частична наредба $\leq_1$.

Сега да разгледаме вериги в т. н. м. от пример 3.



Всяко едно елем. множ. е пример на верига. Вериги още са $\{a_2,a_3\}$, $\{a_2,a_4\}$, $\{a_1,a_2,a_4\}$

$\{a_5,a_6,a_7\}$, $\{a_8,a_6,a_5\}$, ...

Да разгледаме и антиверигите в този пример. Антивериги са всички едноелементни множества и още $\{a_2,a_6\}$, $\{a_3,a_4\}$, $\{a_3,a_4,a_5\}$, $\{a_3,a_4,a_7,a_8\}$, $\{a_1,a_6\}$, ...

Нека отбележим и още една специална наредба. Нека A е произволно множество и за всеки ел. $a\in A$ $a\leq a$ е единствената наредба $\leq$. Такива наредби се наричат плоски, т.е. на диаграма изглежда така: