5. Частично наредени множества

Дефиниция

Нека R е бинарна релация в A. Казваме, че R е антисиметрична релация в A точно тогава, когато за всички $x, y \in A$, ако xRy и yRx, то $x = y$.

Дефиниция

Нека R е бинарна релация в A. Казваме, че R е релация на частична наредба или просто частична наредба в A точно тогава, когато R е едновременно рефлексивна, антисиметрична и транзитивна.

Дефиниция

Нека R е бинарна релация в A. Казваме, че R е антисиметрична релация в A точно тогава, когато за всички $x, y \in A$, ако xRy и yRx, то $x = y$.

Дефиниция

Нека R е бинарна релация в A. Казваме, че R е релация на частична наредба или просто частична наредба в A точно тогава, когато R е едновременно рефлексивна, антисиметрична и транзитивна.

Релациите на частична наредба ще означаваме най-често с $\leq$ или $\preceq$ или $\subseteq$.

Дефиниция

Частично наредено множество (съкратено ч.н.м.) наричаме наредена двойка $\langle A, \leq \rangle$, където A е непразно множество и $\leq$ е частична наредба в A. Ако множеството A е крайно, то $\langle A, \leq \rangle$ се нарича крайно ч.н.м.

Релациите на частична наредба ще означаваме най-често с $\leq$ или $\preceq$ или $\subseteq$.

Дефиниция

Частично наредено множество (съкратено ч.н.м.) наричаме наредена двойка $\langle A, \leq \rangle$, където A е непразно множество и $\leq$ е частична наредба в A. Ако множеството A е крайно, то $\langle A, \leq \rangle$ се нарича крайно ч.н.м.

Примери

- $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathbb{R}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ за произволно непразно множество A.
- Нека разгледаме ч.н.м. $\langle J_2, \leq \rangle$. Да определим множеството $\langle J_2^2, \preceq \rangle$, и релацията $\preceq$ определени с еквивалентността:

$$(a_1, b_1) \preceq (a_2, b_2) \iff a_1 \leq a_2 \& b_1 \leq b_2.$$

Тогава $\langle J_2^2, \preceq \rangle$ е ч.н.м.

Примери

- $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathbb{R}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ за произволно непразно множество A.
- Нека разгледаме ч.н.м. $\langle J_2, \leq \rangle$. Да определим множеството $\langle J_2^2, \preceq \rangle$, и релацията $\preceq$ определени с еквивалентността:

$$(a_1, b_1) \preceq (a_2, b_2) \iff a_1 \leq a_2 \& b_1 \leq b_2.$$

Тогава $\langle J_2^2, \preceq \rangle$ е ч.н.м.

Примери

- $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathbb{R}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ за произволно непразно множество A.
- Нека разгледаме ч.н.м. $\langle J_2, \leq \rangle$. Да определим множеството $\langle J_2^2, \preceq \rangle$, и релацията $\preceq$ определени с еквивалентността:

$$(a_1, b_1) \preceq (a_2, b_2) \iff a_1 \leq a_2 \& b_1 \leq b_2.$$

Тогава $\langle J_2^2, \preceq \rangle$ е ч.н.м.

Примери

- $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathbb{R}, \leq \rangle$;
- $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ за произволно непразно множество A.
- Нека разгледаме ч.н.м. $\langle J_2, \leq \rangle$. Да определим множеството $\langle J_2^2, \preceq \rangle$, и релацията $\preceq$ определени с еквивалентността:

  $$(a_1, b_1) \preceq (a_2, b_2) \iff a_1 \leq a_2 \& b_1 \leq b_2.$$

  Тогава $\langle J_2^2, \preceq \rangle$ е ч.н.м.

Означение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a е строго по-малко от b и пишем $a < b$ точно тогава, когато $a \leq b$ и $a \neq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-малък елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $a \leq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-голям елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $b \leq a$.

Означение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a е строго по-малко от b и пишем $a < b$ точно тогава, когато $a \leq b$ и $a \neq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-малък елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $a \leq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-голям елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $b \leq a$.

Означение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a е строго по-малко от b и пишем a<b точно тогава, когато $a \leq b$ и $a \neq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-малък елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $a \leq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е най-голям елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всяко $b \in A$ е изпълнено $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е минимален елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато не съществува $b \in A$ така, че $b < a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е максимален елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато не съществува $b \in A$ така, че $a < b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е минимален елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато не съществува $b \in A$ така, че $b < a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $a \in A$ е максимален елемент в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато не съществува $b \in A$ така, че $a < b$.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава $\langle A, \leq \rangle$ притежава както минимален, така и максимален елемент.

Доказателство

Ще докажем твърдението само за минимален елемент. Да допуснем, че не съществува минимален елемент. Да изберем произволен елемент a_0. Той не е минимален, откъдето съществува a_1, $a_1 < a_0$. Така построяваме безкрайна строго намаляваща редица $\cdots < a_2 < a_1 < a_0$ от елементи на A, което противоречи на факта, че A е крайно. С това твърдението е доказано.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a и b са сравними в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато $a \leq b$ или $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $B \subseteq A$ е верига (линейно наредено подмножество) в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всеки два елемента $a, b \in B$ е изпълнено a и b са сравними в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $\langle A, \leq \rangle$ е линейно наредено множество точно тогава, когато A е верига в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a и b са **сравними** в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато $a \leq b$ или $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $B \subseteq A$ е **верига** (**линейно наредено подмножество**) в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всеки два елемента $a, b \in B$ е изпълнено a и b са сравними в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $\langle A, \leq \rangle$ е **линейно наредено множество** точно тогава, когато A е верига в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a и b са сравними в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато $a \leq b$ или $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $B \subseteq A$ е верига (линейно наредено подмножество) в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всеки два елемента $a, b \in B$ е изпълнено a и b са сравними в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $\langle A, \leq \rangle$ е линейно наредено множество точно тогава, когато A е верига в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq_1 \rangle$ и $\langle A, \leq_2 \rangle$ са ч.н.м. Казваме, че $\leq_2$ е продължение на $\leq_1$ точно тогава, когато за всеки два елемента $a, b \in A$ такива, че $a \leq_1 b$ е изпълнено и, че $a \leq_2 b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. и $B \subseteq A$. Ограничение на частичната наредба $\leq$ върху множеството B ще означаваме с $\leq_{|B}$ и $a \leq_{|B} b$ точно тогава, когато $a, b \in B$ и $a \leq b$. Когато няма опасност от недоразумение ще използваме и само $a \leq b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq_1 \rangle$ и $\langle A, \leq_2 \rangle$ са ч.н.м. Казваме, че $\leq_2$ е продължение на $\leq_1$ точно тогава, когато за всеки два елемента $a, b \in A$ такива, че $a \leq_1 b$ е изпълнено и, че $a \leq_2 b$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. и $B \subseteq A$. Ограничение на частичната наредба $\leq$ върху множеството B ще означаваме с $\leq_{|B}$ и $a \leq_{|B} b$ точно тогава, когато $a, b \in B$ и $a \leq b$. Когато няма опасност от недоразумение ще използваме и само $a \leq b$.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$. След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$, а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н. Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$. Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$. Да приемем, че $a \leq b$. Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A\setminus\{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A\setminus\{a_0,a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме $a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица. Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме $a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица. Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A\setminus\{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A\setminus\{a_0,a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме $a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.

Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A\setminus\{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A\setminus\{a_0,a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A \setminus \{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A \setminus \{a_0, a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Твърдение

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е крайно ч.н.м. Тогава съществува продължение $\leq_1$ на $\leq$ такова, че $\langle A, \leq_1 \rangle$ е линейно ч.н.м..

Доказателство

Най напред ще подредим елементите на A в редица.
Избираме минимален елемент a_0 в $\langle A, \leq \rangle$.След това избираме минимален елемент a_1 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0\}, \leq_{|A\setminus\{a_0\}} \rangle$,а след това избираме минимален елемент a_2 в ч.н.м. $\langle A \setminus \{a_0, a_1\}, \leq_{|A\setminus\{a_0,a_1\}} \rangle$ и т.н.Така получаваме $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$.Определяме
$a \leq_1 b \iff a = a_i \& b = a_j \& i \leq j$.
Ще покажем, че $\leq_1$ е продължение на $\leq$.Да приемем, че $a \leq b$.Тогава $a = a_i$ и $b = a_j$ и очевидно $i \leq j$. Това доказва твърдението.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a и b са несравними в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато нито $a \leq b$ нито $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $B \subseteq A$ е антиверига в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всеки два различни елемента $a, b \in B$ е изпълнено a и b са несравними в $\langle A, \leq \rangle$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че a и b са несравними в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато нито $a \leq b$ нито $b \leq a$.

Дефиниция

Нека $\langle A, \leq \rangle$ е ч.н.м. Казваме, че $B \subseteq A$ е антиверига в ч.н.м. $\langle A, \leq \rangle$ точно тогава, когато за всеки два различни елемента $a, b \in B$ е изпълнено a и b са несравними в $\langle A, \leq \rangle$.