Задача 06.

Да се докаже, че за произволни множества A, B, C е изпълнено:
$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.

Док-во:

$(\subseteq)$ Нека $x \in A \times (B \setminus C)$. Следователно $\exists a \in A$ и $b \in (B \setminus C)$, т.ч. $x = (a, b)$. Тогава $b \in B$ и $b \notin C \Rightarrow x = (a, b) \in A \times B$.
Да сопуснем, че $x \in A \times C$. Тогава $\exists a' \in A$ и $c \in C$, т.ч. $x = (a', c)$. Но $x = (a, b)$ и следователно $x = (a, b) = (a', c) \Rightarrow a = a'$ и $b = c$, но $c \in C$, от където $b \in C$, което е противоречие с допускането, че $x \in A \times C \Rightarrow x \notin A \times C$. Така $x \in (A \times B) \setminus (A \times C)$.

$(\supseteq)$ Нека $x \in (A \times B) \setminus (A \times C)$. Следователно $x \in A \times B$ и $x \notin A \times C$. От $x \in A \times B$ следва, че $\exists a \in A$ и $b \in B$, т.ч. $x \in (a, b)$Да допуснем че $b \in C$. Тогава понеже $a \in A$ имаме, че $x = (a, b) \in A \times C$, което е противоречие.
Следователно $b \notin C$ и т.к. $b \in B$, то $b \in B \setminus C$. Така $x = (a, b) \in A \times (B \setminus C)$.

github.com/andy489