2. Функции. Крайни и изброими множества

Ще използваме дефиницията на функция от училище.

Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A - \to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} - \to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A \dashrightarrow B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} \dashrightarrow \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използуваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A -\to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} -\to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A -\to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} -\to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използуваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използуваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A - \to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} - \to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използуваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използуваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A - \to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} - \to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A - \to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} - \to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използуваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използуваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A \dashrightarrow B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} \dashrightarrow \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

Ще използваме дефиницията на функция от училище. Обикновенно функциите се означават така: $f : A \to B$. Тук A е дефиниционно множество или, дефиниционна област, а B е множество, където се изобразяват функционалните стойности на f. Такива функции се наричат тотални, или навсякъде дефинирани в A.

Ние ще използваме още и така наречените частични функции. Ще ги означаваме с $f : A - \to B$. Частичните функции, означени по този начин, имат за дефиниционна област подмножество на A.

Пример за частична функция е $f(x) = \frac{1}{x}$. Тук $f : \mathbb{R} - \to \mathbb{R}$.

Означение

Нека $f : A \to B$ и $C \subseteq A$. С $f_{|C}$ ще означаваме функция $g : C \to B$, която има за дефиниционна област C и за всяко $x \in C$ е изпълнено $f(x) = g(x)$. $f_{|C}$ се нарича ограничение (рестрикция) на f върху C.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y|$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c)|c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y|$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c)|c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y|$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c)|c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y|$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c)|c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y|$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c)|c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

В общия случай с D_f означаваме дефиниционната област, а с R_f – множеството на функционалните стойности, т.е. $R_f = \{y |$ съществува $x \in D_f$ такова, че $y = f(x)\}$.

Да напомним, че казваме, че две функции f и g са равни и пишем $f = g$ точно тогава, когато $D_f = D_g$ и за всяко $x \in D_f$ е изпълнено, че $f(x) = g(x)$.

Да напомним още, че ако $C \subseteq A$ и $f : A \to B$, то образът на C посредством f се отбелязва с $f[C]$ и $f[C] = \{f(c) | c \in C\}$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Казваме, че функцията $h : A \to C$ е композиция (суперпозиция) на функциите f и g точно тогава, когато за всеки елемент $a \in A$ е изпълнено $h(a) = g(f(a))$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е инективна (инекция, обратима) точно тогава, когато за всеки два различни елемента $a_1, a_2 \in A$ е изпълнено $f(a_1) \neq f(a_2)$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е сюрективна (сюрекция, върху) точно тогава, когато за всеки елемент $b \in B$ съществува $a \in A$ така, че е изпълнено $f(a) = b$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е биективна (биекция, взаимно еднозначна) точно тогава, когато f е едновременно инективна и сюрективна.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е инективна (инекция, обратима) точно тогава, когато за всеки два различни елемента $a_1, a_2 \in A$ е изпълнено $f(a_1) \neq f(a_2)$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е сюрективна (сюрекция, върху) точно тогава, когато за всеки елемент $b \in B$ съществува $a \in A$ така, че е изпълнено $f(a) = b$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е биективна (биекция, взаимно еднозначна) точно тогава, когато f е едновременно инективна и сюрективна.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е инективна (инекция, обратима) точно тогава, когато за всеки два различни елемента $a_1, a_2 \in A$ е изпълнено $f(a_1) \neq f(a_2)$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е сюрективна (сюрекция, върху) точно тогава, когато за всеки елемент $b \in B$ съществува $a \in A$ така, че е изпълнено $f(a) = b$.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че f е биективна (биекция, взаимно еднозначна) точно тогава, когато f е едновременно инективна и сюрективна.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$.
Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.

а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.
а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.
а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Твърдение

Нека $f : A \to B$ и $g : B \to C$. Тогава ако $h : A \to C$ е композиция на функциите f и g, то са в сила:
а) Ако f и g са инективни, то и h е инективна;
б) Ако f и g са сюрективни, то и h е сюрективна;
в) Ако f и g са биективни, то и h е биективна.

Доказателство.
а) Нека f и g са инективни и $a_1, a_2 \in A$ са два различни елемента. Тогава $f(a_1) \neq f(a_2)$ и $f(a_1), f(a_2) \in B$. Следователно, $g(f(a_1)) \neq g(f(a_2))$, т.е. $h(a_1) \neq h(a_2)$.
б) Нека f и g са сюрективни и $c \in C$. Тогава съществува $b \in B$ такова, че $g(b) = c$ и съществува $a \in A$ такова, че $f(a) = b$. Оттук $h(a) = g(f(a)) = c$.
в) Очевидно.

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че $g : R_f \to A$ е обратна на f точно тогава, когато за всеки елемент $b \in R_f$ е изпълнено $f(g(b)) = b$.

Примери за обратни функции от училище са $\log_a x$, $\sqrt{x}$. Една функция може да има много обратни. Когато една функция $f : A \to B$ е биективна, тя има единствена обратна и тя се означава с f^{-1} и тя се определя еднозначно с помощта на еквивалентността:

$$f^{-1}(b) = a \Longleftrightarrow f(a) = b).$$

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че $g : R_f \to A$ е обратна на f точно тогава, когато за всеки елемент $b \in R_f$ е изпълнено $f(g(b)) = b$.

Примери за обратни функции от училище са $\log_a x$, $\sqrt{x}$.

Една функция може да има много обратни. Когато една функция $f : A \to B$ е биективна, тя има единствена обратна и тя се означава с f^{-1} и тя се определя еднозначно с помощта на еквивалентността:

$$f^{-1}(b) = a \Longleftrightarrow f(a) = b).$$

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че $g : R_f \to A$ е обратна на f точно тогава, когато за всеки елемент $b \in R_f$ е изпълнено $f(g(b)) = b$.

Примери за обратни функции от училище са $\log_a x$, $\sqrt{x}$.
Една функция може да има много обратни. Когато една функция $f : A \to B$ е биективна, тя има единствена обратна и тя се означава с f^{-1} и тя се определя еднозначно с помощта на еквивалентността:

$$f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b).$$

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че $g : R_f \to A$ е обратна на f точно тогава, когато за всеки елемент $b \in R_f$ е изпълнено $f(g(b)) = b$.

Примери за обратни функции от училище са $\log_a x$, $\sqrt{x}$. Една функция може да има много обратни. Когато една функция $f : A \to B$ е биективна, тя има единствена обратна и тя се означава с f^{-1} и тя се определя еднозначно с помощта на еквивалентността:

$$f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b).$$

Дефиниция

Нека $f : A \to B$. Казваме, че $g : R_f \to A$ е обратна на f точно тогава, когато за всеки елемент $b \in R_f$ е изпълнено $f(g(b)) = b$.

Примери за обратни функции от училище са $\log_a x$, $\sqrt{x}$. Една функция може да има много обратни. Когато една функция $f : A \to B$ е биективна, тя има единствена обратна и тя се означава с f^{-1} и тя се определя еднозначно с помощта на еквивалентността:

$$f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b).$$

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е крайно, ако съществува естествено число n и биекция $f : A \to I_n$(или $f : I_n \to A$). Единственото такова n, ако съществува, се нарича брой на елементите на множеството A. Броят на елементите на крайното множество A ще означаваме с $|A|$.

Ясно е, че ако едно множество е крайно с брой на елементите n, то елементите на A могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи. Наистина, нека $f : I_n \to A$, откъдето $A = \{f(1), \ldots f(n)\}$.

Ако вместо I_n в горната дефиниция използваме J_n получаваме еквивалентна дефиниция.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е крайно, ако съществува естествено число n и биекция $f : A \to I_n$(или $f : I_n \to A$). Единственото такова n, ако съществува, се нарича брой на елементите на множеството A. Броят на елементите на крайното множество A ще означаваме с $|A|$.

Ясно е, че ако едно множество е крайно с брой на елементите n, то елементите на A могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи. Наистина, нека $f : I_n \to A$, откъдето $A = \{f(1), \ldots f(n)\}$.

Ако вместо I_n в горната дефиниция използваме J_n получаваме еквивалентна дефиниция.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е крайно, ако съществува естествено число n и биекция $f : A \to I_n$(или $f : I_n \to A$). Единственото такова n, ако съществува, се нарича брой на елементите на множеството A. Броят на елементите на крайното множество A ще означаваме с $|A|$.

Ясно е, че ако едно множество е крайно с брой на елементите n, то елементите на A могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи. Наистина, нека $f : I_n \to A$, откъдето $A = \{f(1), \ldots f(n)\}$.

Ако вместо I_n в горната дефиниция използваме J_n получаваме еквивалентна дефиниция.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е крайно, ако съществува естествено число n и биекция $f : A \to I_n$(или $f : I_n \to A$). Единственото такова n, ако съществува, се нарича брой на елементите на множеството A. Броят на елементите на крайното множество A ще означаваме с $|A|$.

Ясно е, че ако едно множество е крайно с брой на елементите n, то елементите на A могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи. Наистина, нека $f : I_n \to A$, откъдето $A = \{f(1), \dots f(n)\}$.

Ако вместо I_n в горната дефиниция използваме J_n получаваме еквивалентна дефиниция.

Твърдение

(Принцип на биекцията) Нека A и B са крайни множества като $|A| = n$ и $|B| = m$. Тогава съществува биекция $f : A \to B$ точно тогава, когато $n = m$.

Доказателство. Нека $n = m$. Тогава съществуват биекции $f : A \to I_n$ и $g : I_n \to B$. Тогава суперпозицията $h : A \to B$ на f и g е биекция.

Обратно, нека съществува биекция $f_1 : A \to B$, тогава съществува както биекция $f : A \to I_n$ така и $g : A \to I_m$, откъдето $n = m$.

Твърдение

(Принцип на биекцията) Нека A и B са крайни множества като $|A| = n$ и $|B| = m$. Тогава съществува биекция $f : A \to B$ точно тогава, когато $n = m$.

Доказателство. Нека $n = m$. Тогава съществуват биекции $f : A \to I_n$ и $g : I_n \to B$. Тогава суперпозицията $h : A \to B$ на f и g е биекция.

Обратно, нека съществува биекция $f_1 : A \to B$, тогава съществува както биекция $f : A \to I_n$ така и $g : A \to I_m$, откъдето $n = m$.

Твърдение

(Принцип на биекцията) Нека A и B са крайни множества като $|A| = n$ и $|B| = m$. Тогава съществува биекция $f : A \to B$ точно тогава, когато $n = m$.

Доказателство. Нека $n = m$. Тогава съществуват биекции $f : A \to I_n$ и $g : I_n \to B$. Тогава суперпозицията $h : A \to B$ на f и g е биекция.
Обратно, нека съществува биекция $f_1 : A \to B$, тогава съществува както биекция $f : A \to I_n$ така и $g : A \to I_m$, откъдето $n = m$.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е изброимо, ако съществува биекция $f : \mathbb{N} \to A$ (или $f : A \to \mathbb{N}$).

Забележка. Ако едно множество A е изброимо, то елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи.
Наистина, нека $f : \mathbb{N} \to A$ е биекция. Тогава редицата $f(0), f(1), \ldots$ е търсената редица. Вярно е и обратното, че ако елементите на едно множество могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, то то е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е най-много изброимо, ако A е крайно или A е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е избroимо, ако съществува биекция $f : \mathbb{N} \to A$ (или $f : A \to \mathbb{N}$).

Забележка. Ако едно множество A е изброимо, то елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи.

Наистина, нека $f : \mathbb{N} \to A$ е биекция. Тогава редицата $f(0), f(1), \ldots$ е търсената редица. Вярно е и обратното, че ако елементите на едно множество могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, то то е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е най-много изброимо, ако A е крайно или A е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е изброимо, ако съществува биекция $f : \mathbb{N} \to A$ (или $f : A \to \mathbb{N}$).

Забележка. Ако едно множество A е изброимо, то елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи.
Наистина, нека $f : \mathbb{N} \to A$ е биекция. Тогава редицата $f(0), f(1), \ldots$ е търсената редица. Вярно е и обратното, че ако елементите на едно множество могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, то то е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е най-много изброимо, ако A е крайно или A е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е изброимо, ако съществува биекция $f : \mathbb{N} \to A$ (или $f : A \to \mathbb{N}$).

Забележка. Ако едно множество A е изброимо, то елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи.
Наистина, нека $f : \mathbb{N} \to A$ е биекция. Тогава редицата $f(0), f(1), \ldots$ е търсената редица. Вярно е и обратното, че ако елементите на едно множество могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, то то е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е най-много изброимо, ако A е крайно или A е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е изброимо, ако съществува биекция $f : \mathbb{N} \to A$ (или $f : A \to \mathbb{N}$).

Забележка. Ако едно множество A е изброимо, то елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи.
Наистина, нека $f : \mathbb{N} \to A$ е биекция. Тогава редицата $f(0), f(1), \ldots$ е търсената редица. Вярно е и обратното, че ако елементите на едно множество могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, то то е изброимо.

Дефиниция

Казваме, че едно множество A е най-много изброимо, ако A е крайно или A е изброимо.

Твърдение

(Свойства на най-много изброимите множества)

а) Едно множество най-много изброимо множество точно тогава, когато то е или празно или елементите му могат да се подредят в редица (може и с повторения);
б) Подмножество на всяко най-много изброимо множество е най-много изброимо;
в) Обединение на краен брой най-много изброими множества е най-много изброимо;
г) Обединение на безкрайна редица (Изброимо обединение) от най-много изброими множества е най-много изброимо.

Твърдение

(Свойства на най-много изброимите множества)

а) Едно множество най-много изброимо множество точно тогава, когато то е или празно или елементите му могат да се подредят в редица (може и с повторения);

б) Подмножество на всяко най-много изброимо множество е най-много изброимо;

в) Обединение на краен брой най-много изброими множества е най-много изброимо;

г) Обединение на безкрайна редица (Изброимо обединение) от най-много изброими множества е най-много изброимо.

Твърдение

(Свойства на най-много изброимите множества)

а) Едно множество най-много изброимо множество точно тогава, когато то е или празно или елементите му могат да се подредят в редица (може и с повторения);

б) Подмножество на всяко най-много изброимо множество е най-много изброимо;

в) Обединение на краен брой най-много изброими множества е най-много изброимо;

г) Обединение на безкрайна редица (Изброимо обединение) от най-много изброими множества е най-много изброимо.

Твърдение

(Свойства на най-много изброимите множества)

а) Едно множество най-много изброимо множество точно тогава, когато то е или празно или елементите му могат да се подредят в редица (може и с повторения);

б) Подмножество на всяко най-много изброимо множество е най-много изброимо;

в) Обединение на краен брой най-много изброими множества е най-много изброимо;

г) Обединение на безкрайна редица (Изброимо обединение) от най-много изброими множества е най-много изброимо.

Твърдение

(Свойства на най-много изброимите множества)

а) Едно множество най-много изброимо множество точно тогава, когато то е или празно или елементите му могат да се подредят в редица (може и с повторения);

б) Подмножество на всяко най-много изброимо множество е най-много изброимо;

в) Обединение на краен брой най-много изброими множества е най-много изброимо;

г) Обединение на безкрайна редица (Изброимо обединение) от най-много изброими множества е най-много изброимо.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \dots, f(n-1), f(n-1), \dots$ е търсената.
Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.
б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.

Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.

б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.

Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.

б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.

Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.

б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.

Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.

б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.
Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.
б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.
Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.
б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \dots, f(n-1), f(n-1), \dots$ е търсената.

Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.

б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако múжетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \ldots, f(n-1), f(n-1), \ldots$ е търсената.
Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.
б) Очевидно.

Доказателство.

а) Нека най-напред множеството е най-много изброимо, т.е. то е или крайно или изброимо. Ако множеството е изброимо, то забележката по-горе дава доказателство. Ако множетвото A е крайно, нека $f : J_n \to A$ е биекция. Тогава или $A = \emptyset$ или $n > 0$ и редицата $f(0), f(1), \dots, f(n-1), f(n-1), \dots$ е търсената.
Обратно, ако $A = \emptyset$, то е крайно. Ако елементите на A могат да се подредят в редица, то елементите могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи, която е или крайна или безкрайна. В първия случай множеството е крайно, а във втория – изброимо.
б) Очевидно.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.

г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.

г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.

г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.

г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.
г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \dots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \dots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots\}$.
г) Нека $A_0, A_1, \dots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \dots\}$.

в) Ще докажем твърдението само за две множества. За повече доказателството е аналогично. Нека A и B са най много изброими. Тогава $A = \{a_0, a_1, \ldots\}$ и $B = \{b_0, b_1, \ldots\}$, откъдето $A \cup B = \{a_0, b_0, a_1, b_1, \ldots\}$.
г) Нека $A_0, A_1, \ldots$ е изброима редица от най-много изброими множества. Без ограничение на общността ще считаме, че всички са непразни. Тогава за всяко i, $A_i = \{a_{i0}, a_{i1}, \ldots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$
$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$
$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$
....
Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$

$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$

$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$

....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$

$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$

$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$

....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$
$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$
$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$
....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$
$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$
$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$
....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$

$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$

$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$

....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Да напишем елементите на всички множества в една безкрайна таблица:

$A_0 = \{a_{00}, a_{01}, a_{02}, \dots\}$
$A_1 = \{a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots\}$
$A_2 = \{a_{20}, a_{21}, a_{22}, \dots\}$
....

Тогава $\cup_{i=0}^{\infty} A_i = \{a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{02}, a_{11}, a_{20}, \dots\}$.

Твърдение

(Свойства на изброимите множества)

а) Едно множество е изброимо точно тогава, когато елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи;

б) Ако едно множество е най-много изброимо и не е крайно, то то е изброимо;

в) Ако A изброимо, то $A \times A$ е изброимо;

г) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и $\mathbb{Q}$ са изброими.

Твърдение

(Свойства на изброимите множества)

а) Едно множество е изброимо точно тогава, когато елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи;

б) Ако едно множество е най-много изброимо и не е крайно, то то е изброимо;

в) Ако A изброимо, то $A \times A$ е изброимо;

г) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и $\mathbb{Q}$ са изброими.

Твърдение

(Свойства на изброимите множества)

а) Едно множество е изброимо точно тогава, когато елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи;

б) Ако едно множество е най-много изброимо и не е крайно, то то е изброимо;

в) Ако A изброимо, то $A \times A$ е изброимо;

г) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и $\mathbb{Q}$ са изброими.

Твърдение

(Свойства на изброимите множества)

а) Едно множество е изброимо точно тогава, когато елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи;

б) Ако едно множество е най-много изброимо и не е крайно, то то е изброимо;

в) Ако A изброимо, то $A \times A$ е изброимо;

г) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и $\mathbb{Q}$ са изброими.

Твърдение

(Свойства на изброимите множества)
а) Едно множество е изброимо точно тогава, когато елементите му могат да се подредят в редица от неповтарящи се елементи;
б) Ако едно множество е най-много изброимо и не е крайно, то то е изброимо;
в) Ако A изброимо, то $A \times A$ е изброимо;
г) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и $\mathbb{Q}$ са изброими.