

1. За всеки три множества x, y и z означаваме: $\langle x, y, z \rangle = \{\{x\}, \{x, y\}, \{x, y, z\}\}$.

(а) (1 т.) Докажете, че ако $x \in A$, $y \in B$ и $z \in C$, то $\langle x, y, z \rangle \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(A \cup B \cup C))$.

(б) (2 т.) Проверете дали винаги: $x = x_1 \ \& \ y = y_1 \ \& \ z = z_1 \iff \langle x, y, z \rangle = \langle x_1, y_1, z_1 \rangle$.

2. (2 т.) Нека $A = \{1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 1$. Намерете броя на всички релации $R \subseteq A \times A$, които са едновременно симетрични и антисиметрични.

3. (1.т) Намерете всички редици $\{\mathbf{a}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, които удовлетворяват рекурентната зависимост:

$$\mathbf{a}_{n+2} = 8\mathbf{a}_{n+1} - \mathbf{a}_n + 6 \cdot 7^n,$$

и началните условия: $\mathbf{a}_0 = 0, \mathbf{a}_1 = 1$.

$$\text{оценка} = \max(2, \text{точки})$$