Задача 07.

Докажете, че за $\forall A, B, C$ е в сила, че $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C) \Leftrightarrow A \subseteq C$.

Док-во:

$(\Rightarrow)$ Нека A, B, C са такива, че $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$. Ще покажем, че $A \subseteq C$.
За целта нека $x \in A$ е произволен елемент. Тогава
$x \in A \subseteq A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap \underline{\underline{C}}$, следователно $x \in C$. Т.е. за произволно $x \in A$ доказахме, че $x \in C \Rightarrow A \subseteq C$.

$(\Leftarrow)$ Нека $A \subseteq C$. Ще покажем, че $(A \cup B) \cap C = a \cup (B \cap C)$.

$(\subseteq)$ Нека $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогава $x \in (A \cup B)$ и $x \in C$.
- Ако $x \in A$, то $x \in A \cup (B \cap C)$
- Ако $x \notin A$, то $x \in B(x \in A \cup B)$
$\Rightarrow x \in B \cap C \Rightarrow x \in A \cup (B \cap C) \Rightarrow (A \cup B) \cap C \subseteq A \cup (B \cap C)$ (тук никъде не използвахме, че $A \subseteq C$)

$(\supseteq)$ Нека $x \in A \cup (B \cap C)$
- Ако $x \in A$, то $x \in A \cup B$ $(A \subseteq A \cup B)$. Но $(A \subseteq C$ по условие $\Rightarrow x \in (A \cup B) \cap C$.
- Ако $x \notin A$, $x \in (B \cap C) \Rightarrow$ $\underbrace{\overbrace{x \in B}^{x \in A \cup B}}_{x \in (A \cup B) \cap C}$ и $x \in C$.

github.com/andy489