Задача 18.

Да се намери редицата $\{a_n\}_0^\infty$, която е зададена рекурентно с $a_{n+1} = 8a_n + (3n-1)6^n$ и $a_0 = 0$.

Решение:

Пресмятаме: $a_1 = 8a_0 + (3.0-1)6^0 = -1$; $a_2 = 8a_1 + (3.1-1)6^1 = 4.$
Хомогенна част: $p.8^n$
Нехомогенна част: $(qn+r)6^n$
Следователно общия вид е: $\underbrace{a_n = p.8^n + (qn+r)6^n}$.

$0 = a_0 = p + r$
$-1 = a_1 = 8p + 6q + 6r$
$4 = a_2 = 64p + (2q + r).36 = 64p + 72q + 36r$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 6 & 6 & -1 \\ 64 & 72 & 36 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 6 & 6 & -1 \\ 16 & 18 & 9 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & -2 & -1 \\ 0 & 18 & -7 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow p = 4, q = -\dfrac{3}{2}, r = 4.$ $a_n = 4.8^n - (\dfrac{3}{2}n + 4)6^n$.

github.com/andy489