Първо контролно по Дискретни структури 1
29.11.2020

1. (1 т.) Намерете: $(\mathcal{P}(\emptyset) \times \{\emptyset\}) \times \mathcal{P}(\emptyset \times \{\emptyset\})$.

2. (3 т.) Нека I и J са непразни множества от естествени числа като $I \cup J = \mathbb{N}$. Да означим с X множеството:
$$X = \{K \subseteq \mathbb{N} \mid K \cap I \neq \emptyset \ \&\ K \cap J \neq \emptyset\}.$$
Докажете, че за произволни множества $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$ е в сила, че:
$$\big(\bigcup_{i \in I} A_i\big) \cap \big(\bigcup_{j \in J} A_j\big) = \bigcup_{K \in X} \bigcap_{i \in K} A_i.$$

3. (1 т.) Намерете: $\mathcal{P}(\emptyset)/(P(\emptyset) \times P(\emptyset))$.

4. (2 т.) Нека $\ll$ е релацията над $\mathcal{P}(\mathbb{N})$, определена чрез:
$$I \ll J \rightleftharpoons I, J \subseteq \mathbb{N} \ \&\ (\exists K \subseteq \mathbb{N})[K \cap I = \emptyset \ \&\ K \cap J \neq \emptyset].$$
Проверете кои от свойствата антисиметричност и транзитивност има релацията $\ll$.

5. (1.т) Намерете всички редици $\{\mathbf{a}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, които удовлетворяват рекурентната зависимост:
$$\mathbf{a}_{n+3} = 2\mathbf{a}_{n+2} - \mathbf{a}_{n+1} + 2\mathbf{a}_n.$$

$$\textbf{оценка} = \min(\max(2, \textbf{точки}), 6)$$