Решение на зад. 3:

...

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Неподвижни точки: $M(x, y, t) \xrightarrow{\varphi} M(x, y, t)$

$$\begin{vmatrix} 1-\rho & 0 & -2 \\ 0 & 1-\rho & 4 \\ 0 & 0 & -1-\rho \end{vmatrix} = 0$$

$(1-\rho)^2(-1-\rho) = 0$

$\rho_1 = -1$

$\rho_2 = \rho_3 = 1$

За $\rho_1 = -1$:

$$\begin{pmatrix} 1-(-1) & 0 & -2 \\ 0 & 1-(-1) & 4 \\ 0 & 0 & -1-(-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} 2x - 2t = 0 \\ 2y + 4t = 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Нека $x = 1 \Rightarrow t = 1, y = -2$. $M_1(1, -2, 1)$ е неподвижна точка.

За $\rho_2 = \rho_3 = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1-1 & 0 & -2 \\ 0 & 1-1 & 4 \\ 0 & 0 & -1-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{aligned} 0x + 0.y + (-2)t &= 0 \\ 4.t &= 0 \\ (-2).t &= 0 \end{aligned} \right.$$

$\Rightarrow$ $\forall$ точки, които лежат върху правата $\omega: t = 0$

$$\underbrace{0}_{A} . x + \underbrace{0}_{B} . y + \underbrace{1}_{C} . t = 0$$

са неподвижни.

Т.е. $\omega[0, 0, 1]$ е поточково неподвижна права.

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Неподвижни прави $g[A,B,C] \xrightarrow{\varphi} g[A,B,C]$

$$|C^{-1} - \sigma E| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1-\sigma & 0 & -2 \\ 0 & 1-\sigma & 4 \\ 0 & 0 & -1-\sigma \end{vmatrix} = 0 \qquad \sigma_1 = \frac{1}{\rho_1} = -1 \qquad \sigma_{2,3} = \frac{1}{\rho_{2,3}} = 1$$

За $\sigma_1 = -1$

$$[A\ B\ C] \begin{pmatrix} 1-(-1) & 0 & -2 \\ 0 & 1-(-1) & 4 \\ 0 & 0 & -1-(-1) \end{pmatrix} = [0\ 0\ 0]$$

$$[A\ B\ C] \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = [0\ 0\ 0]$$

$$\begin{cases} A.2 + B.0 + C.0 = 0 & \Rightarrow A = 0 \\ A.0 + B.2 + C.0 = 0 & \Rightarrow B = 0 \\ A.(-2) + B.4 + C.0 = 0 & \forall C \neq 0 \end{cases}$$

Нека $C = 1 \Rightarrow \omega[0, 0, 1]$ е

Нека $C = 1 \Rightarrow \omega[0, 0, 1]$ е неподвижна

(Ако изберем $C = 2$, пак се получава ω.)

За $\lambda_{2,3} = 1$

$$[A \;\; B \;\; C] \begin{pmatrix} 1-1 & 0 & -2 \\ 0 & 1-1 & 4 \\ 0 & 0 & -1-1 \end{pmatrix} = [0 \;\; 0 \;\; 0]$$

$$[A \;\; B \;\; C] \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = [0 \;\; 0 \;\; 0]$$

$$\left| \begin{array}{l} A.0 + B.0 + C.0 = 0 \\ A.0 + B.0 + C.0 = 0 \\ A.(-2) + B.4 + C.(-2) = 0 \end{array} \right.$$

координати на точка

коефициенти на права

$\forall$ прави $g[A, B, C]$, които

$M_1(-2, 4, -2)$

минават през точката $M_{\perp}(-2, 4, -2)$

са неподвижни.