

КРИВИ ОТ ВТОРА СТЕПЕН

1 зад. Спрямо ОКС $K = Oxy$ в равнината са дадени следните криви от II степен с техни метрични канонични уравнения:

$$\varepsilon_1: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1, \quad \varepsilon_2: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

$$\chi_1: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1, \quad \chi_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1,$$

$$\pi_1: y^2 = 8x, \quad \pi_2: x^2 = 12y.$$

- a) Да се намерят координатите на върховете и уравненията на върховете допирателни на всяка от кривите;
- b) Да се намерят координатите на фокусите и уравненията на директрисите на всяка от кривите.

2 зад. Спрямо ОКС $K = Oxy$ в равнината е дадена елипсата $\varepsilon: \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$.

- a) Намерете уравнение на допирателната t_0 към елипсата ε в нейната точка $M_0(1, \sqrt{2})$;
- b) Намерете координатите на точка N , в която t_0 пресича координатната ос Oy ;
- c) Намерете координатите на фокусите F_1 и F_2 на елипсата ε ;
- d) Докажете, че M_0N е външна ъглополовяща при върха M_0 на триъгълник $M_0F_1F_2$;

Упътване: Докажете, че е изпълнено: $\frac{|\overrightarrow{F_1M_0}|}{|\overrightarrow{F_2M_0}|} = \frac{|\overrightarrow{F_1N}|}{|\overrightarrow{F_2N}|}$.

3 зад. Спрямо ОКС $K = Oxy$ в равнината е дадена хиперболата $\chi: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$.

- a) Намерете уравнение на допирателната t_0 към хиперболата χ в нейната точка $M_0(2\sqrt{3}, 1)$;
- b) Намерете координатите на точка N , в която t_0 пресича координатната ос Ox ;
- c) Намерете координатите на фокусите F_1 и F_2 на хиперболата χ ;
- d) Докажете, че M_0N е вътрешна ъглополовяща при върха M_0 на триъгълник $M_0F_1F_2$;

Упътване: Докажете, че е изпълнено: $\frac{|\overrightarrow{F_1M_0}|}{|\overrightarrow{F_2M_0}|} = \frac{|\overrightarrow{F_1N}|}{|\overrightarrow{F_2N}|}$.

4 зад. Спрямо ОКС $K = Oxy$ в равнината е дадена параболата $\pi_1: y^2 = 8x$.

- a) Намерете уравнение на допирателната t_0 към параболата π_1 в нейната точка $M_0(2, 4)$;
- b) Намерете координатите на фокуса F и уравнението на директрисата g на параболата π_1 ;
- c) Намерете координатите на точка N , ортогоналната проекция на M_0 върху g ;
- d) Докажете, че t_0 е вътрешна ъглополовяща при върха M_0 на триъгълник M_0FN .

Упътване: Докажете, че $t_0 \perp FN$.

5 зад. Спрямо ОКС $K = Oxy$ в равнината са дадени кривите от втора степен с уравнения:

- a) $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0;$
- b) $9x^2 + 18xy + 9y^2 - 42x - 30y + 9 = 0;$
- c) $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0;$
- d) $x^2 + 6xy + y^2 + 18x + 6y + 5 = 0.$

Да се намери метрично канонично уравнение на всяка от кривите, както и последователните координатни трансформации, водещи до него.