

Всяка подточка се оценява на 0.5 точки. Оценката Ви ще е равна на $1.5 + \text{броя точки, които получите. Успех.}$

Ще считаме, че навсякъде работим върху вероятностно пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Задача 1. По време на поход достигате до разклонение и не сте сигурни коя посока е правилната към определената цел. Средно $2/3$ от посетителите са добронамерени туристи и отговарят вярно в $1/6$ от случаите, а останалата $1/3$ са опитни местни, които не грешат.

Отговорите на различните въпроси са независими, дори и да питате същия човек същия въпрос!

1. Питате случаен минувач коя от двете посоки е правилната - ляво или дясно. Ако отговорът е "ляво", каква е вероятността той да е верен?
2. Повтаряте същия въпрос към същия минувач и получавате същия отговор. Каква е вероятността той да е верен?

Задача 2. Попълваме случайно 1 байт, т.е. можем и да кажем, че разглеждаме числата от $00000000_{(2)}$ до $11111111_{(2)}$, т.е. от $0_{(10)}$ до $255_{(10)}$. Ако избираме първия бит (отляво надясно) да бъде 1 с вероятност $1/2$, втория да бъде 1 с вероятност $1/4$ и т.н.

0	1	0	0	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

1. Какъв е очакваният брой единици?
2. Какво е очакването на числото, което представлява полученият байт в десетична бройна система? В примера от по-горе, числото е 71.

Задача 3. A и B запълват времето си като избират числа $U([0, 1])$ (например чрез компютрите си) на рундове - първо и двамата избират по едно число, след това по още едно и т.н. Без особени знания по вероятности, решават да проверят колко често се падат "големи" числа - да кажем по-големи от 0.75. Методите, които са харесали са 2:

1. Всеки от двамата избира по 5 числа и пресмятат каква част от 10-те числа са по-големи от 0.75;
2. Същото като предишното, но всеки симулира по 500 числа;

Оценете какви са средните отговори, които биха получили при всяка от процедурите. Какви са дисперсиите при различните методи? Кой метод бихте избрали и защо?

3. При голям рундове, в каква част от тях и двете числа ще бъдат по-големи от 0.75? Колко е очакваният брой рундове докато поне едното от двете числа е по-голямо от 0.75?

Ето една примерна реализация:

рунд	1	2	3	4	5
A	0.167	0.518	0.991	0.364	0.496
B	0.296	0.840	0.755	0.143	0.646

В нея пропорцията от 1. е $3/10$, тази от 3. е $1/5$, а броят рундове докато поне едно число е по-голямо от 0.75 - 2.

Задача 4. Цената на имот в близост до ФМИ е 250 000 евро. Опитен брокер може да договори различна цена, като процента, с който изменя цената е сл.вел $X_1 \sim N(-10, 10)$. В случай, че преговаряте сами, може да промените цената с $X_2 \sim N(0, 100)$ процента, като X_1 и X_2 са независими.

1. Каква е вероятността цената да е по-добра, ако преговаряте сами, отколкото с брокер?
2. Каква е вероятността да се договори цена под 225 000 евро във всеки от случаите?