

**Задача 1.** 1. Играч хвърля 3 честни монети и 3 стандартни зара. За всяко ези получава по 1 лв, а за всяка 6-ца, по 3 лв. Колко е очакваната му печалба?

2. Играч хвърля зар, докато сумата от падналите се числа се дели на 6. Ако това се случи на  $k$ -ти ход, той печели  $k$  лв. Каква е очакваната му печалба?

3. Нека  $X$  има разпределение върху  $0, 1, 2, \dots$ , така че, за  $k = 1, 2, 3, \dots$ :

$$\frac{\mathbb{P}(X = k)}{\mathbb{P}(X = k - 1)} = \frac{3}{k}.$$

Намерете очакването и дисперсията на  $X$ .

4. Нека броят посетителите на стадион за даден ден е  $Y \sim Poi(\lambda)$ . Стадионът разполага с 10 входа  $E_1, \dots, E_{10}$  и всеки посетител избира с равна вероятност кой да е от тях. Какво е разпределението, очакването и дисперсията на посетителите, влезли през вход  $E_1$ ?

**Задача 2.**  $n > 2$  човека хвърлят честна монета. Победител е този, който хвърли обратното на всички други. Ако такъв няма, играчите хвърлят отново. Нека  $X$  е броят кръгове до излъчването на победител. Какво е очакването и дисперсията на  $X$ ?

Да предположим, че след излъчването на първи победител, играта продължава докато останат двама играчи. Колко е броят на очакваните ходове? Ако  $k$ -тият победител печели  $100(n-k)$ , колко бихте платили, за да участвате в тази игра?

**Задача 3.** Нека съвместната плътност на  $X$  и  $Y$  е  $f_{X,Y}(x,y) = cx + y$  за  $x, y \geq 0, x + 2y \leq 1$  и 0 извън тази област, където  $c$  е някаква константа.

1. (0.25 т.) Намерете  $c$ , плътността на  $X$  и очакването на  $Y$ .

2. (0.25 т.) Намерете  $\mathbb{E}(Y|X = 1/2)$ .

3. (0.25 т.) Намерете плътностите на случайните величини  $Z = X + 2Y$  и  $Z = XY$ .

4. (0.25 т.) Нека  $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$  са независими и еднакво разпределени като  $(X, Y)$ . Оценете вероятността  $\mathbb{P}(X_1 + \dots + X_n > Y_1 + \dots + Y_n)$  за големи  $n$ .