Actividad 6. Periodo del péndulo

Rosa Luz Zamora Peinado

Marzo de 2016

Introducción

En esta actividad se realizó un programa utilizando la función `scipy.integrate.quad` de Python para resolver la integral que describe el periodo exacto del péndulo simple. Se presentan, más adelante, el código y la gráficas obtenidas.

Como ya hemos visto, el péndulo es un sistema físico que puede oscilar bajo la acción gravitatoria u otra característica física (elasticidad, por ejemplo) y que está configurado por una masa suspendida de un punto o de un eje horizontal fijos mediante un hilo, una varilla, u otro dispositivo que sirve para medir el tiempo.

Una simplificación del péndulo, valga la redundancia, es el péndulo simple; el cual tiene de las siguientes características.

- La cuerda en la que el péndulo se balancea no tiene masa, no se estira y permanece tensa.
- La lenteja es una masa puntual.
- El movimiento ocurre solo en dos dimensiones, i.e. la lenteja no traza una elipse sino un arco.
- El movimiento no pierde energía por fricción o por la resistencia del aire.
- El campo gravitacional es uniforme.
- El soporte no se mueve. [**2**]

¿Cómo es el periodo del péndulo simple?

Cuando tenemos un péndulo que inicia en un ángulo pequeño (decimos que θ es pequeño cuando $\theta \leq 30$) su periodo T_0 está dado por:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pero cuando el ángulo inicial θ_0 es mayor a 30 grados, el periodo real T obedece a la siguiente expresión:

$$T = 4\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}\int_0^{\theta_0}\frac{1}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}d\theta \tag{1}$$

donde l es la longitud de la cuerda y g la aceleración de la gravedad.

Figura 1: Fotografía de un péndulo simple.[**4**]

A continuación se presenta el código utilizado:

```
#BIBLIOTECAS UTILIZADAS
import numpy as np
from numpy import sqrt, sin, cos, pi
from scipy.integrate import quad
import matplotlib.pyplot as plt

###############################################

#CONSTANTES
g=9.8               #acelaración de la gravedad
l=1.0               #longitud de la cuerda
c=4*sqrt(l/(2*g))   #Constante de integral

#APROXIMACIÓN PARA ÁNGULOS PEQUEÑOS (theta<30)
T0=(2.0*np.pi)*(sqrt(l/g))

##############################################

#PARA LOS ÁNGULOS
n=6000                              #número de valores que tomará el ángulo
e=0.00001                           #error pequeño para que el denominador de lai
theta_0=np.linspace(e,(np.pi)+e,n)  #rango de theta_0

##############################################

#RANGOS QUE PUEDEN TOMAR LOS RESULTADOS
Int=[0 for i in range(n)]
err=[0 for i in range(n)]
T=[0 for i in range(n)]

##############################################


#INTEGRAL PARA CALCULAR EL PERIODO EXACTO T
def I(x,theta_0):
    return(1.0/(np.sqrt(np.cos(x)-np.cos(theta0))))

#LOOP QUE CALCULE TODOS LOS RESULTADOS POSIBLES
for i in range(n):
    theta0=theta_0[i]
    Int[i] , err[i]=quad(I, 0, theta0, args=(theta0))
    T[i]=c*Int[i]

##############################################
```

```
#RELACIÓN DE PERIODO EXACTO/PERIDO APROXIMADO
G=T/T0

#GRAFIQUITAS c:

plt.plot(theta_0, G, "co", theta_0, G, "g")
plt.title("Relacion entre periodos vs angulo")
plt.xlabel("angulo (radianes)")
plt.ylabel("T/T0")
```

La siguiente gráfica muestra como va aumentando la relación $\frac{T}{T_0}$ proporcionalmente al aumento del ángulo. Nótese que cuando el ángulo θ está en $[0, \frac{\pi}{6} radianes]$ esa relación del periodo aproximado para ángulos pequeños y el periodo exacto es aproximadamente 1.

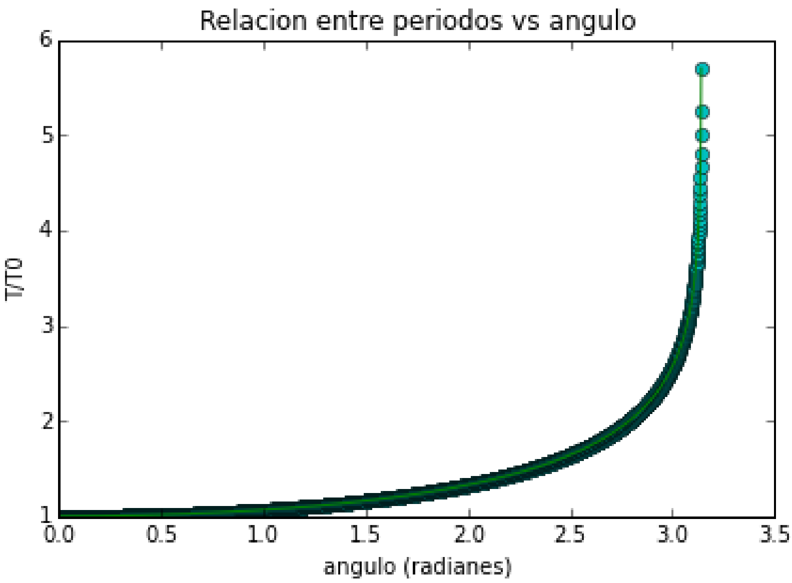

Figura 2: Gráfica de $\frac{T}{T_0}$ vs ángulo en radianes

Bibliografía

[**1**] Física Computacional(2016-2) *Actividad 6*. Recuperado el 15 de marzo de 2016 de `http://computacional1.pbworks.com/w/page/105454998/Actividad%206%20(2016-1)`

[**2**] Wikipedia *Mathematical Pendulum*. Recuperado el 15 de marzo de 2016 de `https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum_%28mathematics%29`

[**3**] scypi.integrate.quad .Recuperado el 15 de marzo de 2016 de `http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.quad.html#scipy.integrate.quad`

textbf[4] EXPERIMENTOS ESCOLARES DE FISICA. *Péndulo Simple*. Recuperado el 16 de marzo de 2016 de `http://experimentofisicaescolar.blogspot.mx/2013/12/pendulo-simple.html?m=1`