Reporte de práctica
Aproximaciones con el Teorema de Taylor

Rosa Luz Zamora Peinado

26 de Febrero de 2015

1. Introducción

En esta práctica se hicieron aproximaciones de funciones con el Teorema e Taylor en Maxima y se utilizaron comandos de Gnuplot para la edición de los gráficos.

En cálculo, el teorema de Taylor, recibe su nombre del matemático británico Brook Taylor, quien lo enunció con mayor generalidad en 1712, aunque previamente James Gregory lo había descubierto en 1671. Este teorema permite obtener aproximaciones polinómicas de una función en un entorno de cierto punto en que la función sea diferenciable. Además el teorema permite acotar el error obtenido mediante dicha estimación.

Este teorema permite hacer aproximaciones de funciones dereivables cercanas a un punto utilizando una serie que luce así:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(f)$$

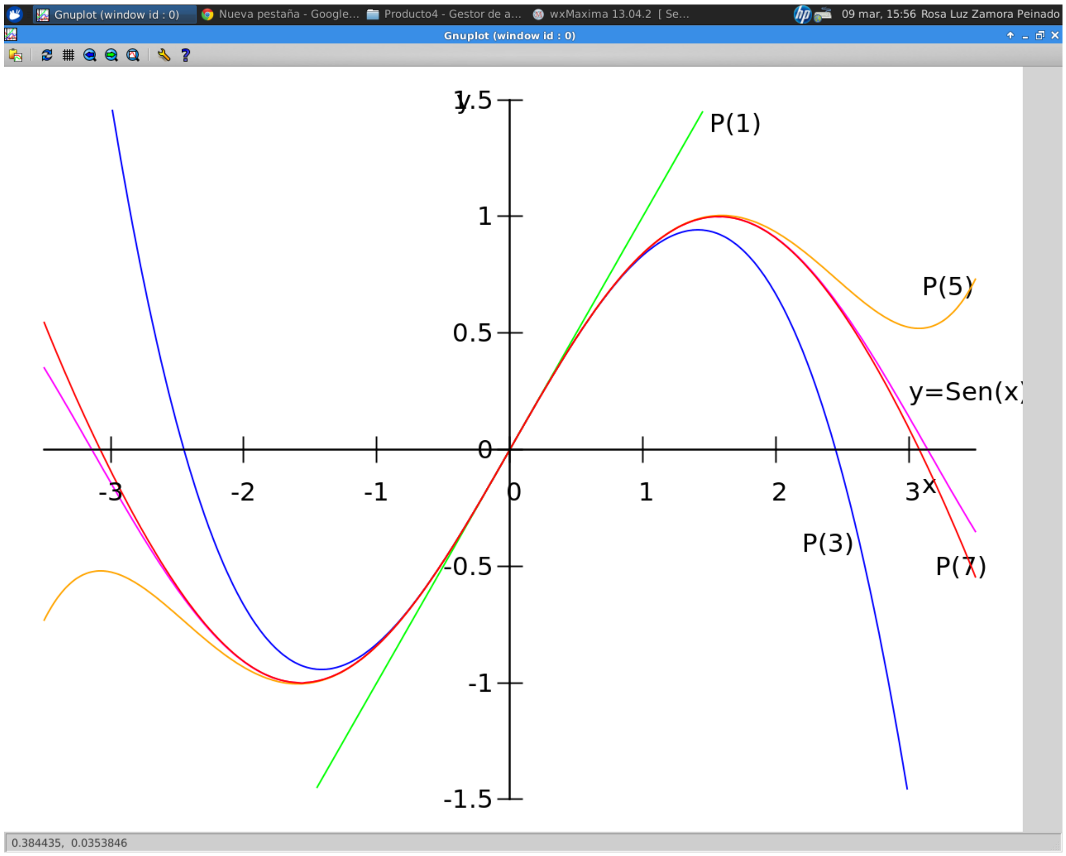
Entre mayor sea el grado del polinomio que se utilice, mayor es la aproximación a la función.

A continuación se muestran algunos ejemplos de sus funciones con sus respectivas aproximaciones y gráficas, hechas en Maxima.

2. y=Sen(x)

Se utilizaron polinomios de grado 1, 3, 5 y 7.

```
f(x):= sin(x);

t1(x):=taylor(f(x), x, 0, 1);

t3(x):=taylor(f(x), x, 0, 3);

t5(x):=taylor(f(x), x, 0, 5);

t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);

fortran(t1(x));

fortran(t3(x));

fortran(t5(x));

fortran(t7(x));

tex[t1(x), t3(x), t5(x), t7(x)];

plot2d ([f(x),t1(x), t3(x), t5(x), t7(x)], [x, -3.5, 3.5], [y, -1.5, 1.5],[style,
[color,magenta,green,blue,orange,red],
[axes, solid], [ylabel,"y"], [xlabel,"x"],[box, false],[legend, false],
[label,["P(1)",1.5,1.4],["P(5)",3.1,0.7],["y=Sen(x)",3,0.25],["P(7)",3.2, -0.5],
["P(3)",2.2,-0.4],["y",-0.4,1.5],["x", 3.1,-0.15]]);
[gnuplot_preamble, "set ylabel 'y'; set xlabel 'x' "],[box, false]);
```

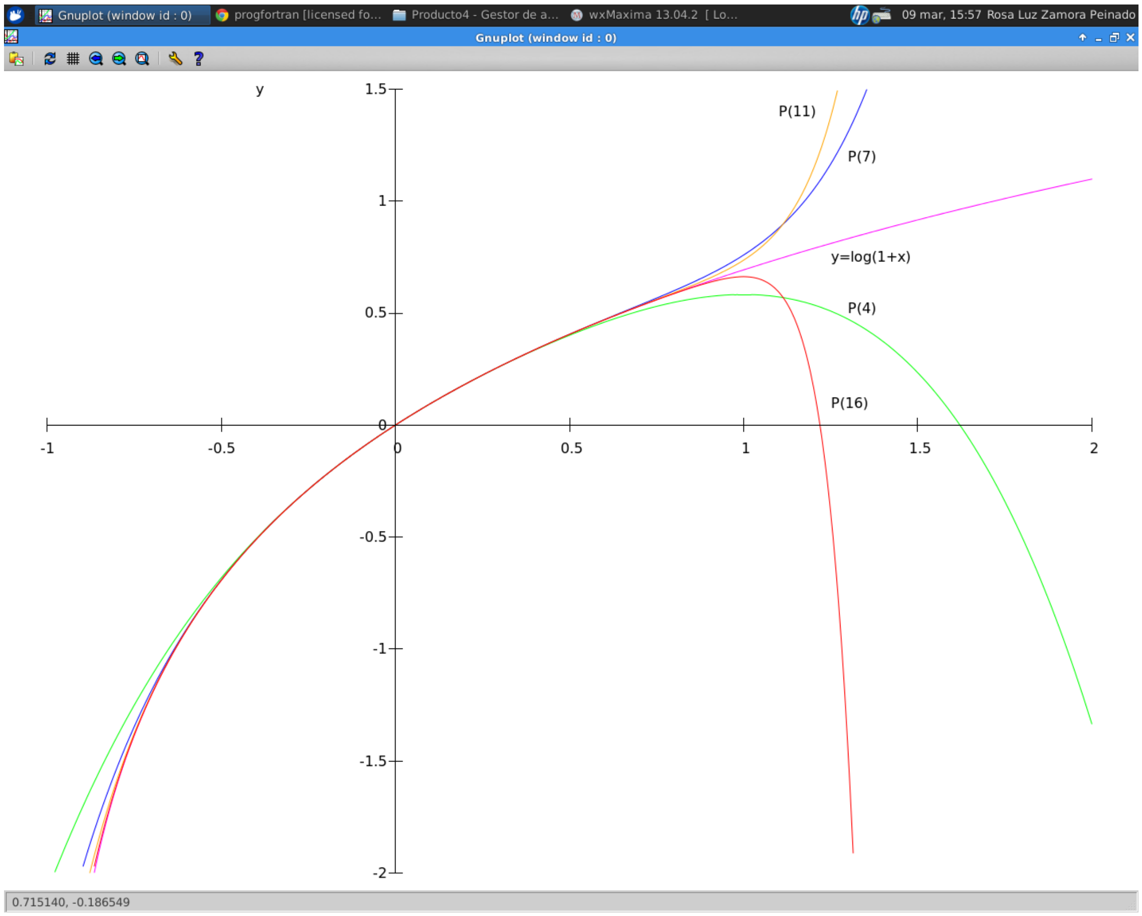


3. y=Log(1+x)

Se utilizaron polinomios de grado 4, 7, 11 y 16.

```
f(x):= log(1+x);

t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);

t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);

t11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);

t16(x):=taylor(f(x), x, 0, 16);
```

```
fortran(t4(x));

fortran(t7(x));

fortran(t11(x));

fortran(t16(x));

tex[t4(x), t7(x), t11(x), t16(x)];

plot2d ([f(x),t4(x), t7(x), t11(x), t16(x)], [x, -1, 2], [y, -2, 1.5],[style, [lin
[color,magenta,green,blue,orange,red],
[axes, solid], [ylabel,"y"], [xlabel,"x"],[box, false],[legend, false],
[label,["y=log(1+x)",1.25,0.75],["P(4)",1.3,0.52],["P(7)",1.3,1.2],["P(11)",1.1, 1
["P(16)",1.25,0.1],["y",-0.4,1.5],["x", 3.1,-0.15]]);
[gnuplot_preamble, "set ylabel 'y'; set xlabel 'x' "],[box, false]);
```

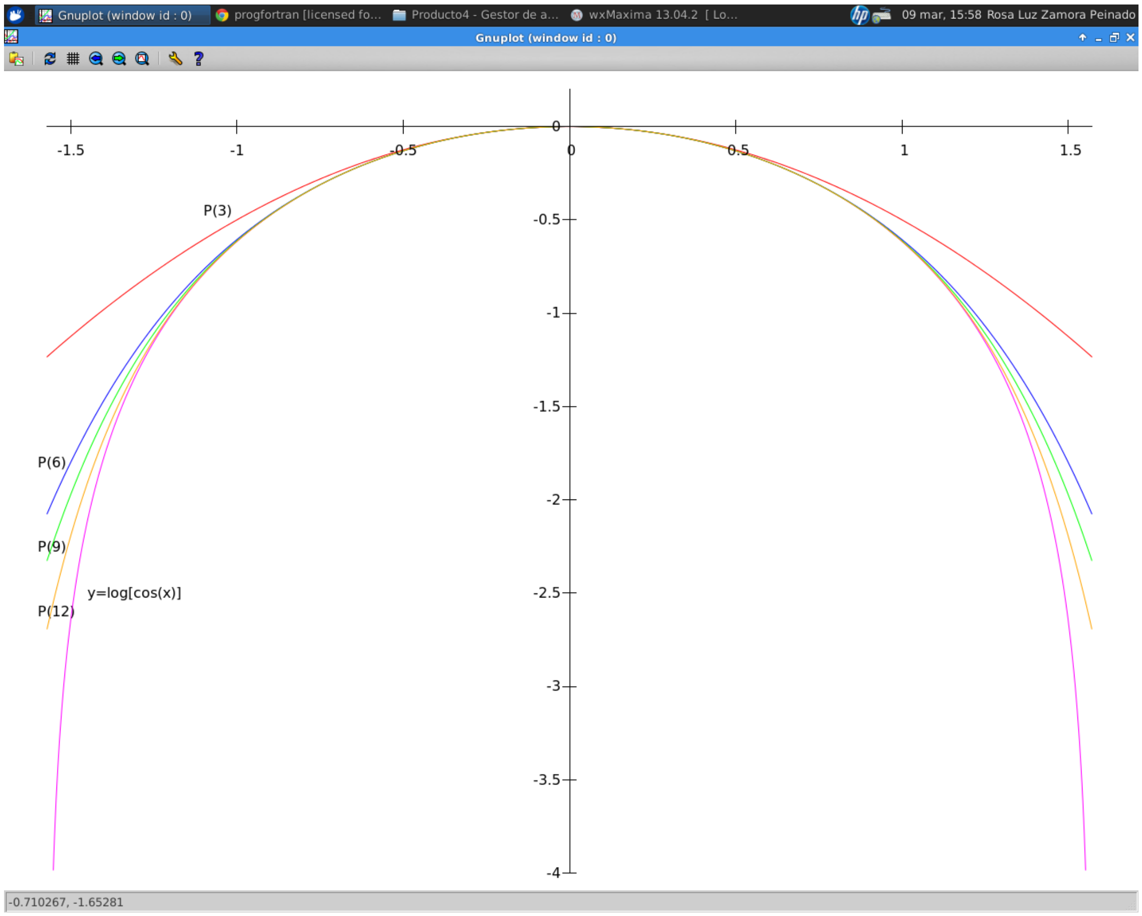


4. Log[cos(x)]

Se utilizaron polinomios de grado 3, 6, 9 y 12.

```
f(x):= log(cos(x));

t3(x):=taylor(f(x), x, 0, 3);

t6(x):=taylor(f(x), x, 0, 6);

t9(x):=taylor(f(x), x, 0, 9);

t12(x):=taylor(f(x), x, 0, 12);
```

```
fortran(t3(x));

fortran(t6(x));

fortran(t9(x));

fortran(t12(x));

tex[t3(x), t6(x), t9(x), t12(x)];

plot2d ([f(x),t3(x), t6(x), t9(x), t12(x)], [x, -%pi/2, %pi/2], [y, -4, 0.2],[styl
[color,magenta,red,blue,green,orange],
[axes, solid], [ylabel,"y"], [xlabel,"x"],[box, false],[legend, false],
[label,["y=log[cos(x)]",-1.45,-2.5],["P(12)",-1.6,-2.6],["P(9)",-1.6,-2.25],["P(6)
["P(3)",-1.1,-0.45],["y",-0.4,1.5],["x", 3.1,-0.15]]);
[gnuplot_preamble, "set ylabel 'y'; set xlabel 'x' "],[box, false]);
```

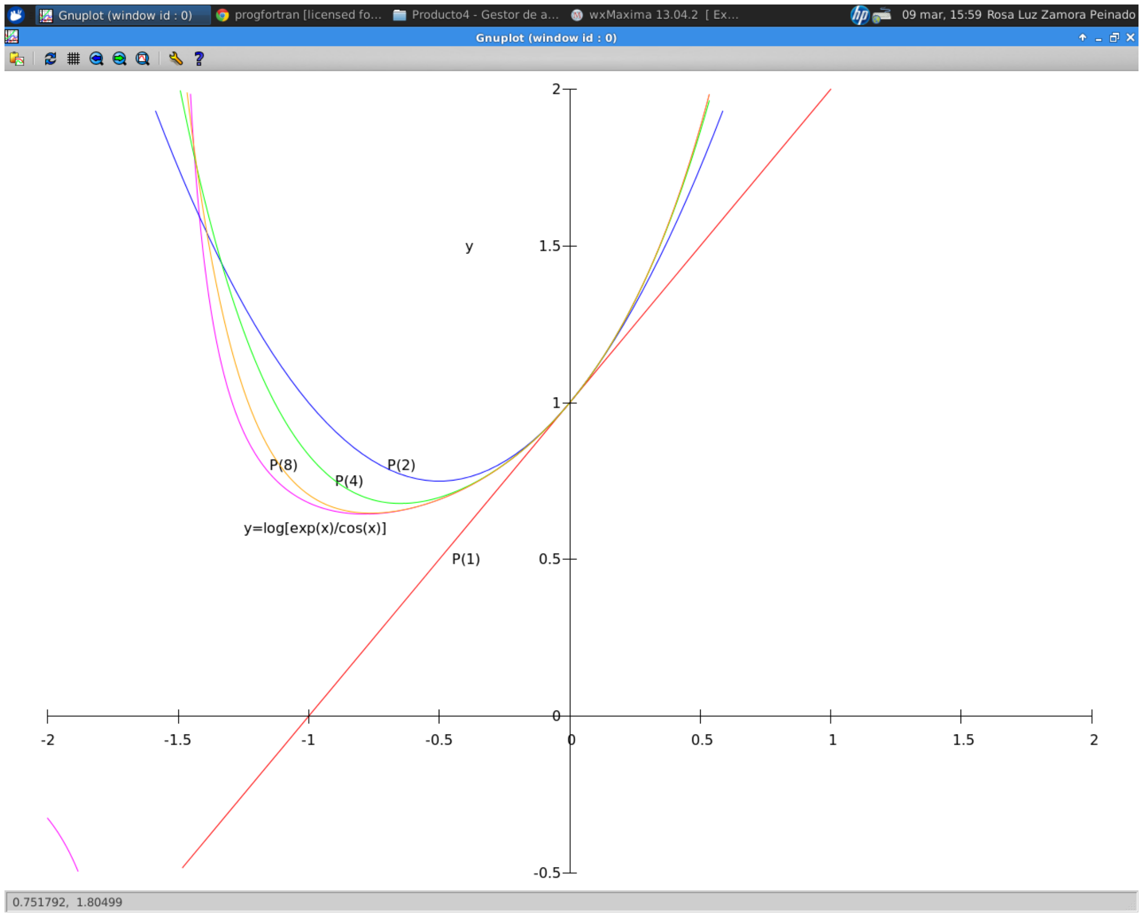


5. y=[exp(x)/cos(x=]

Se utilizaron polinomios de grado 1, 2, 4, y 8

```
f(x):= exp(x)/(cos(x));

t1(x):=taylor(f(x), x, 0, 1);

t2(x):=taylor(f(x), x, 0, 2);

t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);

t8(x):=taylor(f(x), x, 0, 8);
```

```
fortran(t1(x));

fortran(t2(x));

fortran(t4(x));

fortran(t8(x));

tex[t1(x), t2(x), t4(x), t8(x)];

plot2d ([f(x),t1(x), t2(x), t4(x), t8(x)], [x, -2, 2], [y, -0.5, 2],[style, [lines
[color,magenta,red,blue,green,orange],
[axes, solid],[box, false],[legend, false],
[label,["y=log[exp(x)/cos(x)]",-1.25,0.6],["P(1)",-0.45,0.5],["P(8)",-1.15,0.8],['
["P(2)",-0.7,0.8],["y",-0.4,1.5],["x", 3.1,-0.15]]);
[gnuplot_preamble, "set ylabel 'y'; set xlabel 'x' "],[box, false]);
```

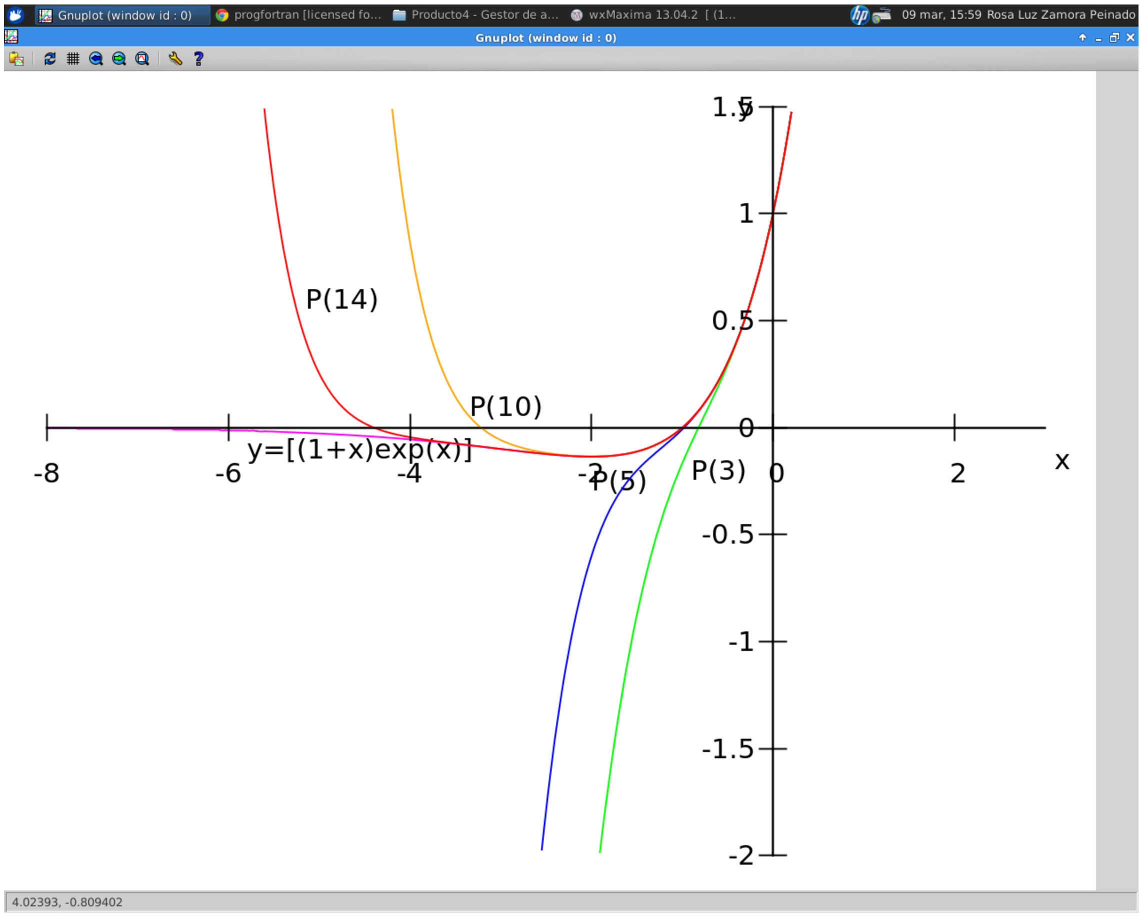


6. y=[(1+x)*exp(x)]

Se utilizaron polinomios de grado 3, 5, 10 y 14.

```
f(x):= (1+x)*exp(x);

t3(x):=taylor(f(x), x, 0, 3);

t5(x):=taylor(f(x), x, 0, 5);

t10(x):=taylor(f(x), x, 0, 10);

t14(x):=taylor(f(x), x, 0, 14);
```

```
fortran(t3(x));

fortran(t5(x));

fortran(t10(x));

fortran(t14(x));

tex[t3(x), t5(x), t10(x), t14(x)];

plot2d ([f(x),t3(x), t5(x), t10(x), t14(x)], [x, -8, 3], [y, -2, 1.5],[style, [lin
[color,magenta,green,blue,orange,red],
[axes, solid], [ylabel,"y"], [xlabel,"x"],[box, false],[legend, false],
[label,["y=[(1+x)exp(x)]",-5.8,-0.1],["P(14)",-5.15,0.6],["P(10)",-3.35,0.1],["P(5
["P(3)",-0.9,-0.2],["y",-0.4,1.5],["x", 3.1,-0.15]]);
[gnuplot_preamble, "set ylabel 'y'; set xlabel 'x' "],[box, false]);
```


Gnuplot (window id : 0)
progfortran [licensed fo...
Producto4 - Gestor de a...
wxMaxima 13.04.2 [(1...
09 mar, 15:59 Rosa Luz Zamora Peinado
Gnuplot (window id : 0)
P(14)
P(10)
y=[(1+x)exp(x)]
P(5)
P(3)
1.5
y
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-8
-6
-4
-2
0
2
x
4.02393, -0.809402