

Reporte de práctica 6

Lanzamiento de proyectiles con resistencia del aire

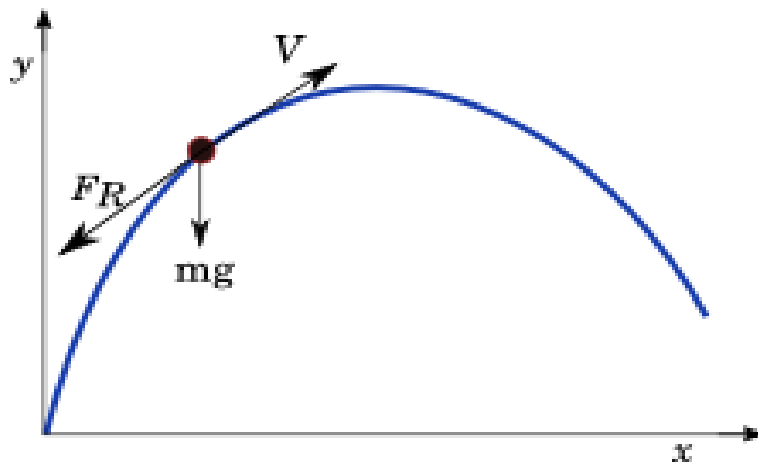
Rosa Luz Zamora Peinado

10 de abril de 2015

1. Introducción

El lanzamiento de proyectiles es descrito por una forma de movimiento en la que un objeto o partícula (llamado proyectil) es lanzado en la superficie de la Tierra o cerca de ella, y su trayectoria sigue un patrón curvo bajo la acción de la gravedad.

La única fuerza significativa que actúa en el objeto es la gravedad, la cual actúa hacia abajo y causa una aceleración negativa.



Pero hay ocasiones donde existe una fuerza de fricción que influye en la trayectoria del proyectil. Todo objeto de masa m que se mueve a muy alta

velocidad en un fluido de densidad ρ , experimenta una fuerza de arrastre F_D contraria a la dirección de su movimiento y es dada por la ecuación

$$F_D = \frac{1}{2} \rho u^2 C_D A$$

donde u es la magnitud del vector velocidad del objeto, C_D es el coeficiente de arrastre (adimensional), A es el área transversal presentada por el objeto (sección eficaz).

Se pide agregar el efecto de resistencia del aire al objeto lanzado en tiro parabólico. El objeto ahora experimenta una fuerza de arrastre en la dirección del movimiento $F_D = F_{Dx} + F_{Dy}$ o bien produciendo una aceleración variable $a_D = a_{Dx} + a_{Dy} = F_D/m$.

En esta práctica se graficaron las trayectorias del movimiento de esferas en tiro parabólico con y sin resistencia del aire. Se muestra el código, los resultados y las gráficas obtenidas para tres casos: 30, 45 y 60 grados.

2. Programa en Fortran

El código tiene una estructura como la siguiente:

1. Módulo de constantes
2. Subrutina para cálculo de trayectoria con entradas: x_0 , y_0 , v_0 y ángulo inicial; salida: t , x , y .
3. Subrutina para cálculo de fuerza de arrastre con entrada: masa, densidad, A , C_D , u_{0x} , V_{0y} ; salida: t , x , y .
4. Programa con llamada a las subrutinas.

```
MODULE constantes
IMPLICIT NONE
REAL, PARAMETER :: rad=(4.0*ATAN(1.0))/180
REAL, PARAMETER :: pi=4.0*ATAN(1.0)
INTEGER, PARAMETER :: puntos= 5000
```

```
REAL, PARAMETER :: rho = 1.29
```

```
REAL, PARAMETER :: esfera = 0.47
```

```
END MODULE constantes
```

```
!-----
```

```
SUBROUTINE SinFriccion (xi,yi,vi,anguloi,xmaxsf,ymaxsf,tiemposf)
```

```
USE constantes
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
INTEGER :: I
```

```
REAL, DIMENSION (1:puntos) :: x,y,t
```

```
REAL :: xi, yi, vi, anguloi
```

```
REAL :: xmaxsf, ymaxsf, tiemposf
```

```
anguloi=anguloi*rad
```

```
xmaxsf = xi+((vi*vi*SIN(2*anguloi))/(9.8))
```

```
ymaxsf = yi+(((vi*vi)*(SIN(anguloi)*SIN(anguloi)))/(19.6))
```

```
tiemposf = (2*vi*SIN(anguloi))/(9.806)
```

```
OPEN (1, FILE="SinFriccion.dat")
```

```
DO I=1, puntos, 1
```

```
t(I)=FLOAT(I)*0.01
```

```
x(I) = xi + (vi*COS(anguloi)*t(I))
```

```
y(I) = yi + (vi*SIN(anguloi)*t(I))-(4.9*t(I)*t(I))
```

```
WRITE (1,1001) x(I), y(I)
```

```
1001 FORMAT (f11.5,f11.5)
```

```
IF (y(I)<0) EXIT
```

```
END DO
```

```
CLOSE (1)
```

```
END SUBROUTINE SinFriccion
```

```
!-----
```

```
SUBROUTINE Friccion (xi,yi,vi,anguloi,xmaxf,ymaxf,tiempof)
```

```

USE constantes
IMPLICIT NONE
INTEGER :: I
CHARACTER :: objeto
REAL, DIMENSION (0:puntos) :: a,b,c,va,vb,pa,pb
REAL :: xi , yi , vi , anguloi
REAL :: xmaxf, ymaxf, tiempof
REAL :: ad, area, radio, cd, masa

```

```

PRINT *, "Ingresa la masa de la esfera en kg"
READ *, masa

```

```

PRINT *, "Ingresa el radio de la esfera"
READ *, radio
area = pi*radio*radio
cd = esfera

```

```

a(0) = xi
b(0) = yi
va(0) = vi*COS(anguloi)
vb(0) = vi*SIN(anguloi)
ad = (0.5*rho*area*cd)/masa
pa(0) = -ad*va(0)*va(0)
pb(0) = 9.8-(ad*vb(0)*vb(0))
c(0)=0

```

```

OPEN (2, FILE="Friccion.dat")
WRITE (2,1001) a(0),b(0)
1001 FORMAT (f11.5,f11.5)

```

```

DO I=0, puntos, 1
  c(I+1) = c(I) + 0.01
  va(I+1) = va(I)+pa(I)*c(I+1)
  vb(I+1) = vb(I)+pb(I)*c(I+1)
  pa(I+1) = -ad*va(I)*va(I)
  pb(I+1) = -9.8-(ad*va(I)*va(I))

```

```

    a(I+1) = a(I)+va(I)*c(I+1)+(0.5*pa(I)*c(I+1)*c(I+1))
    b(I+1) = b(I)+vb(I)*c(I+1)+(0.5*pb(I)*c(I+1)*c(I+1))
    WRITE (2,*) a(I+1), b(I+1)
    IF (b(I)<0) EXIT
END DO

```

```

CLOSE (2)

```

```

xmaxf = a(I)
ymaxf = MAXVAL(b)
tiempof = c(I)*10.0

```

```

END SUBROUTINE Friccion

```

```

!-----
PROGRAM ProyectilConFriccion
USE constantes
IMPLICIT NONE
REAL :: xi, yi, vi, anguloi
REAL :: xmaxf, ymaxf, tiempof, xmaxsf, ymaxsf, tiemposf
REAL :: error

PRINT *, "Ingresa los valores iniciales: x0, y0, v0, angulo0"
READ *, xi, yi, vi, anguloi

CALL SinFriccion (xi,yi,vi,anguloi,xmaxsf,ymaxsf,tiemposf)
CALL Friccion (xi,yi,vi,anguloi,xmaxf,ymaxf,tiempof)

error = ((xmaxsf-xmaxf)/xmaxf) * 100.0

PRINT *, "Posición", xi, yi
PRINT *, "Velocidad inicial", vi, "m/s"
PRINT *, "Y un angulo de lanzamiento=", anguloi, "respecto a la horizontal"
PRINT *, "-----"
PRINT *, "SIN FRICCIÓN"
PRINT *, "Tiempo total de vuelo", tiemposf, "segundos"
PRINT *, "Altura máxima", ymaxsf, "metros"

```

```

PRINT *, "Alcance horizontal máximo", xmaxsf, "metros"
PRINT *, "-----"
PRINT *, "CON FRICCIÓN"
PRINT *, "Tiempo total de vuelo", tiempof, "segundos"
PRINT *, "Altura máxima", ymaxf, "metros"
PRINT *, "Alcance horizontal máximo", xmaxf, "metros"
PRINT *, "-----"
PRINT *, "Error sin considerar la fricción del aire:", error, "%"

END PROGRAM ProyectilConFriccion

```

3. Resultados

3.1. Características del proyectil

El proyectil lanzado corresponde a una esfera de masa= 0.25kg y radio= 0.5m.

3.2. 30 grados

```

rlzamorap@ltsp30:~$ cd ProgFortran
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran$ cd ProgramacionF
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF$ cd Producto6
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ ./ProyectilesFricción
Ingresa los valores iniciales: x0, y0, v0, angulo0
0
0
10
30
Ingresa la masa de la esfera en kg
.25
Ingresa el radio de la esfera
.05
Posición 0.00000000 0.00000000
Velocidad inicial 10.0000000 m/s
Y un angulo de lanzamiento= 0.523598790 respecto a la horizontal
-----
SIN FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo 1.01978385 segundos
Altura máxima 1.27551019 metros
Alcance horizontal máximo 8.83699417 metros
-----
CON FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo 1.39999986 segundos
Altura máxima 8.92006111 metros
Alcance horizontal máximo 8.71487141 metros
-----
Error sin considerar la fricción del aire: 1.40131462 %
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ █

```

Fig 3.1.1. Resultados a 30 grados.

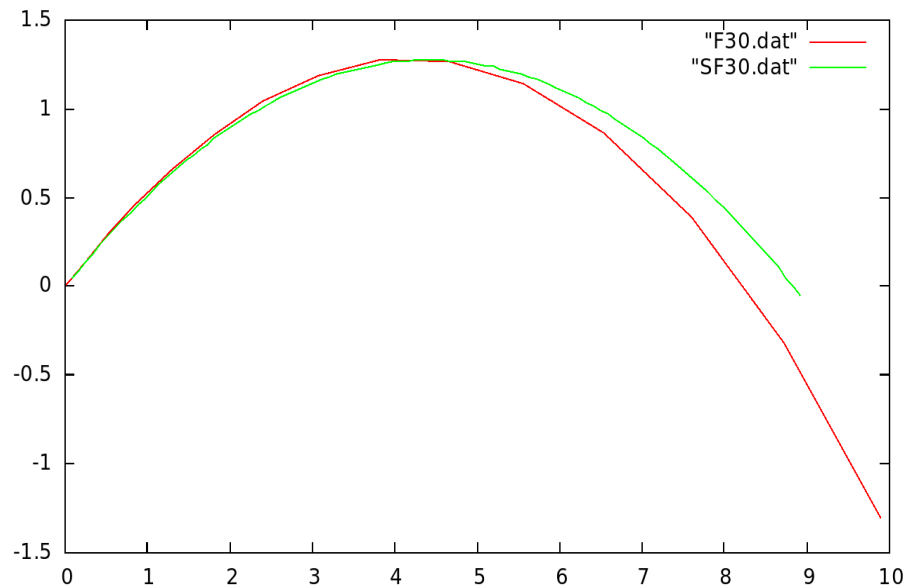


Fig 3.1.2. Gráficas a 30 grados.

3.3. 45 grados

```

rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ ./ProyectilesFricción
Ingresa los valores iniciales: x0, y0, v0, angulo0
0
0
15
45
Ingresa la masa de la esfera en kg
.25
Ingresa el radio de la esfera
.05
Posición 0.00000000 0.00000000
Velocidad inicial 15.0000000 m/s
Y un angulo de lanzamiento= 0.785398185 respecto a la horizontal
-----
SIN FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo 2.16328812 segundos
Altura máxima 5.73979521 metros
Alcance horizontal máximo 22.9591827 metros
-----
CON FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo 2.00000024 segundos
Altura máxima 23.0163231 metros
Alcance horizontal máximo 20.1466961 metros
-----
Error sin considerar la fricción del aire: 13.9600391 %
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ █

```

Fig 3.2.1. Resultados a 45 grados.

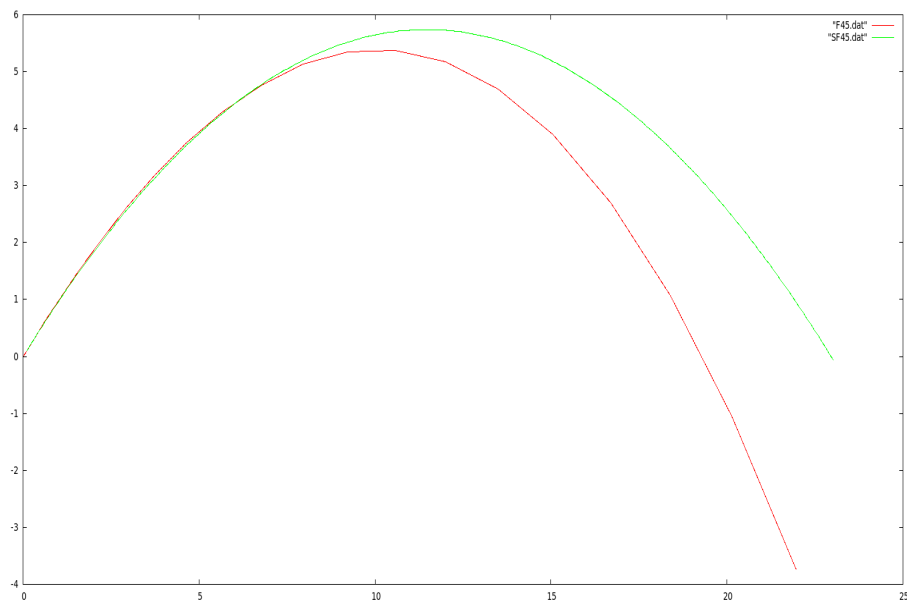


Fig 3.2.2. Gráficas a 45 grados.

3.4. 60 grados

```

rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ ./ProyectilesFricción
Ingresa los valores iniciales: x0, y0, v0, angulo0
0
0
15
60
Ingresa la masa de la esfera en kg
0.25
Ingresa el radio de la esfera
.05
Posición  0.00000000  0.00000000
Velocidad inicial  15.0000000  m/s
Y un angulo de lanzamiento=  1.04719758  respecto a la horizontal
-----
SIN FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo  2.64947605  segundos
Altura máxima  8.60969448  metros
Alcance horizontal máximo  19.8832359  metros
-----
CON FRICCIÓN
Tiempo total de vuelo  2.30000043  segundos
Altura máxima  19.9499969  metros
Alcance horizontal máximo  18.8552380  metros
-----
Error sin considerar la fricción del aire:  5.45205498  %
rlzamorap@ltsp30:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$

```

Fig 3.3.1. Resultados a 60 grados.

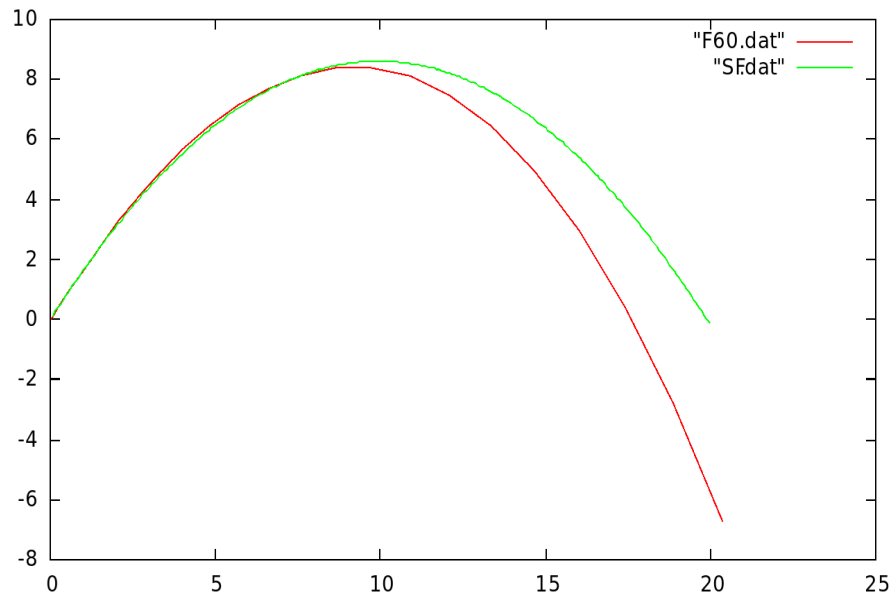


Fig 3.3.2. Gráficas a 60 grados.

4. Conclusión

Desde un punto de vista físico, es notorio ver como al agregar resistencia del aire, en este caso: Fuerza de arrastre; la trayectoria de los proyectiles cambia, haciéndolas más cerradas y con menor alcance. Esto es porque al estar "volando", hay una fuerza que impide que los cuerpos avance y los va "frenando" lo que hace más pequeño su alcance. Por eso decimos, que en condiciones ideales (donde no hay resistencia del aire) hay resultados máximos.