

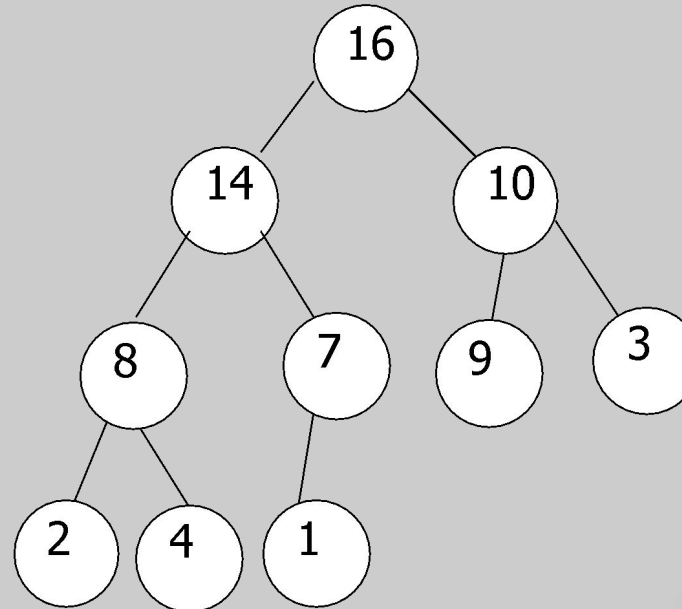
# **ALGORITMOS E PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES II**

**Algoritmos clássicos de  
ordenação III**

# Heap sort

**Utiliza uma estrutura heap para ordenar os elementos.**

**Um heap é uma estrutura de dados em que há uma ordenação dos elementos: representação via árvore binária.**



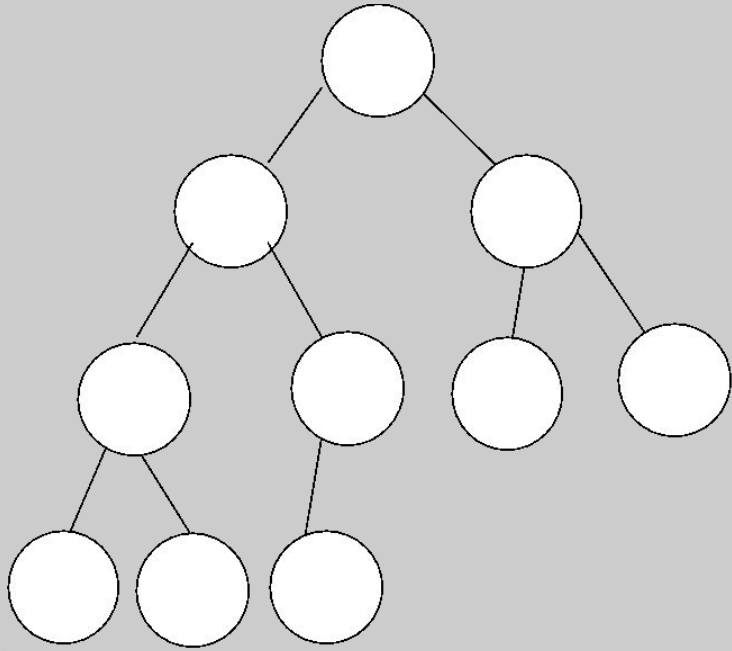
# Heap sort

Um heap observa conceitos de ordem e de forma.

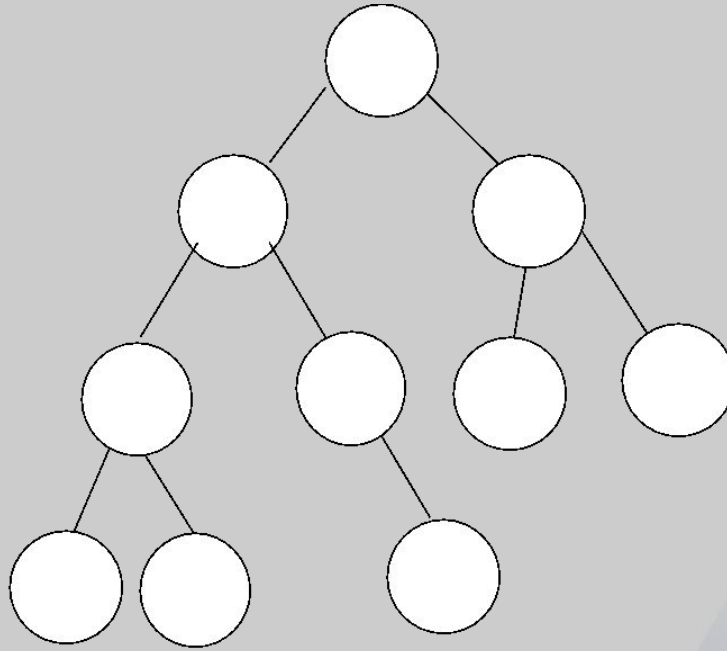
- Ordem: o item de qualquer nó deve satisfazer uma relação de ordem com os itens dos nós filhos.
  - Heap máximo: pai  $\geq$  filhos
  - Heap mínimo: pai  $\leq$  filhos
- Forma: árvore binária tem que ser completa até o penúltimo nível, sendo que no último nível os nós têm que estar agrupados à esquerda.

# Heap sort

## Exemplos



**OK**

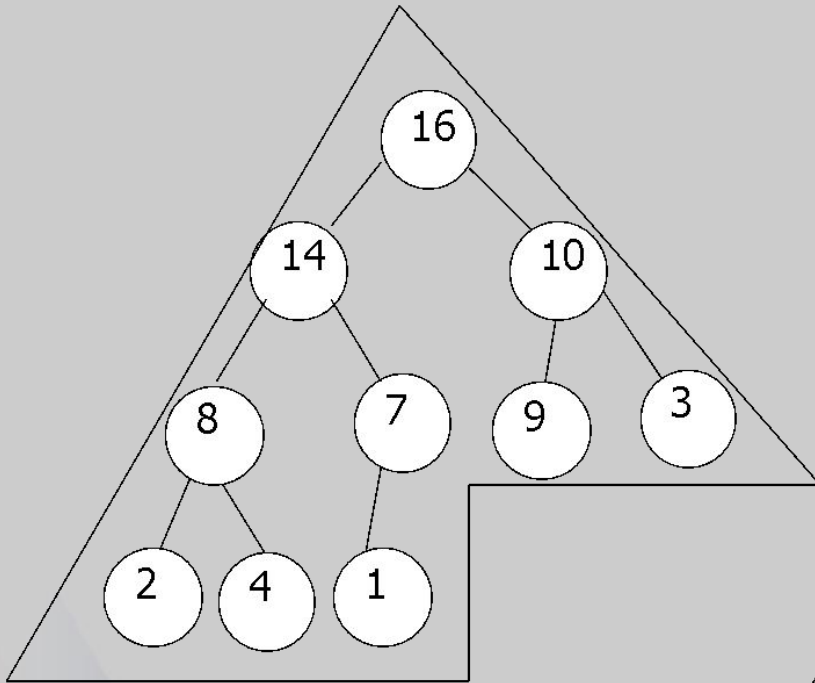


**Não!**

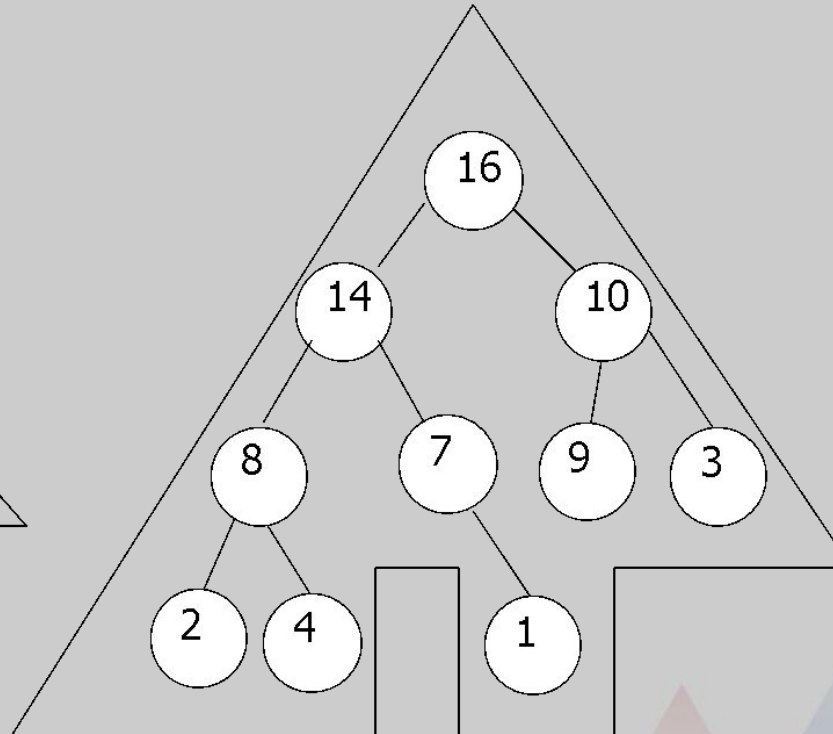
# Heap sort

## Exemplos

É um heap máximo



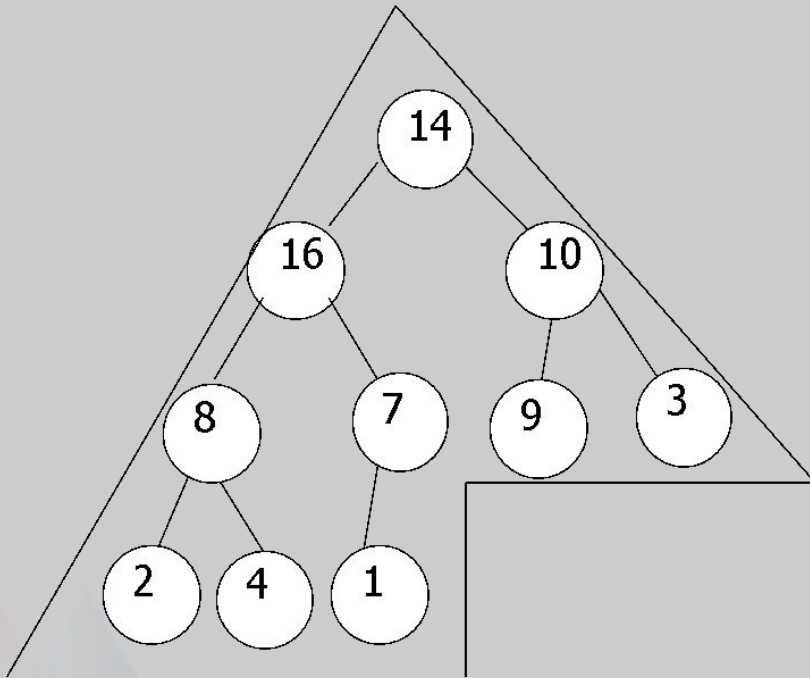
Não é um heap máximo



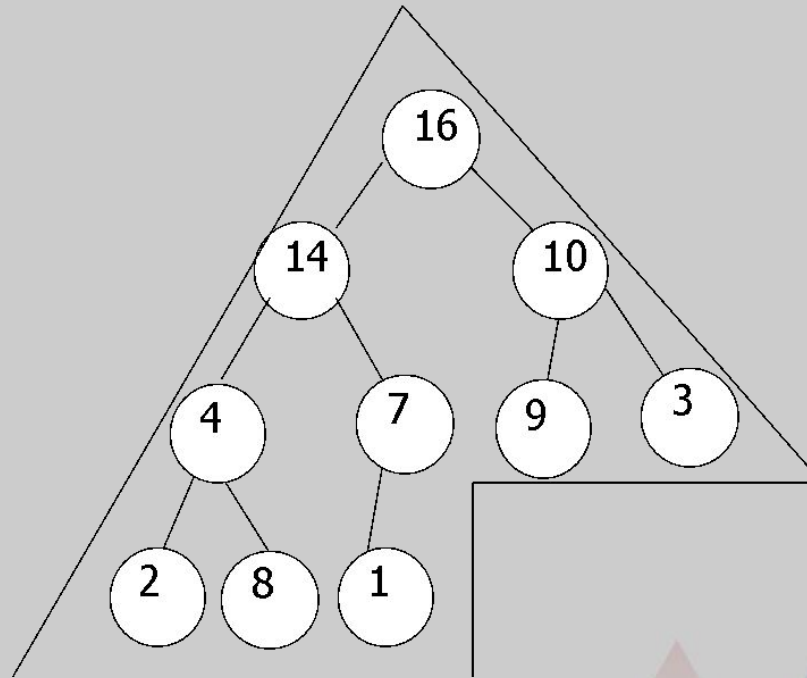
# Heap sort

## Exemplos

Não é um heap máximo

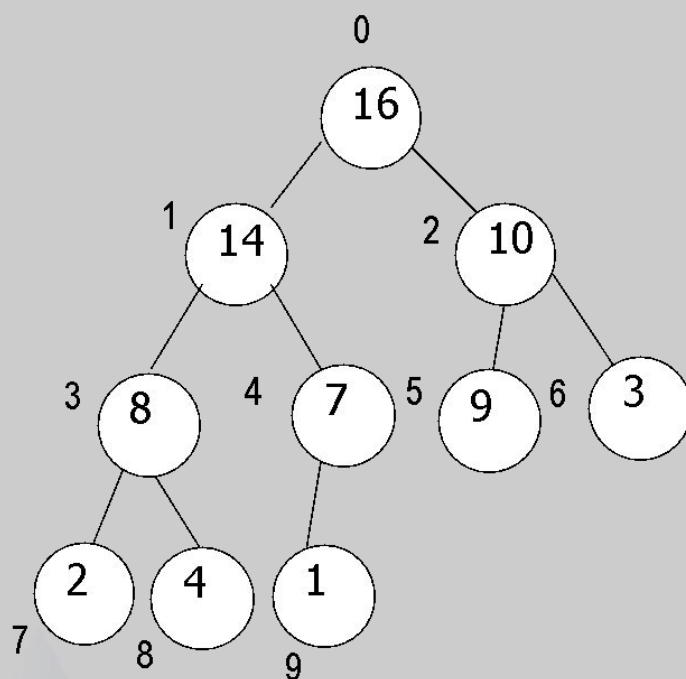


Não é um heap máximo



# Heap sort

Um heap pode ser representado por um vetor.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	14	10	8	7	9	3	2	4	1

Filhos do nó  $k$ :

- filho esquerdo =  $2k + 1$
- filho direito =  $2k + 2$

Pai do nó  $k$ :  $(k-1)/2$

Folhas de  $n/2$  em diante

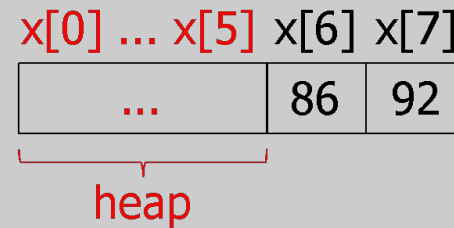
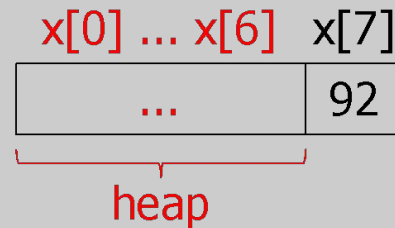
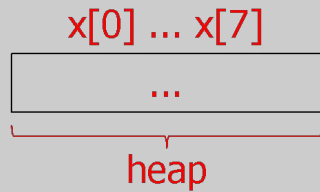
# Heap sort

A estrutura heap pode ser usada para ordenar um vetor.

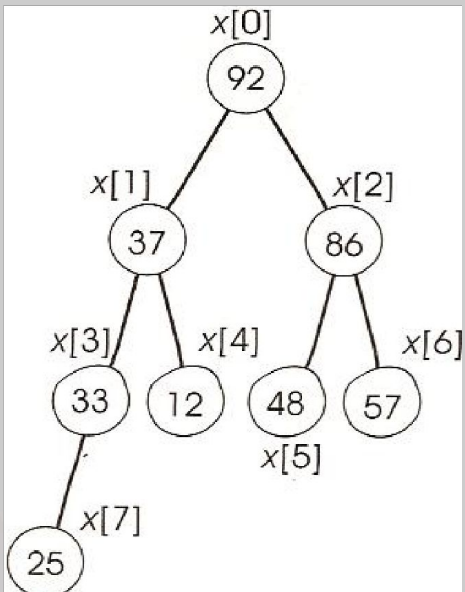
- Construir um heap máximo
- Trocar a raiz (maior elemento) com o elemento da última posição do vetor
- Diminuir o tamanho do heap em 1
- Rearranjar o heap máximo (agora com  $n-1$  elementos), se necessário
- Repetir o processo  $n-1$  vezes.



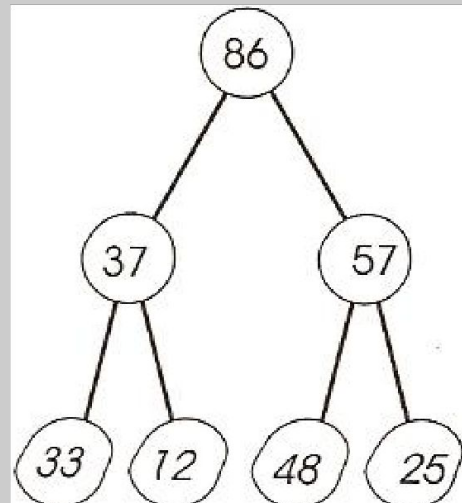
# Heap sort



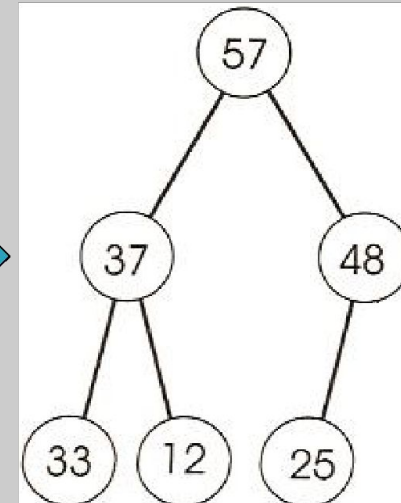
1) Monta-se o heap com base no vetor desordenado



2) Troca-se a raiz (maior elemento) com o último elemento ( $x[7]$ ) e rearranja-se o heap



3) Troca-se a raiz com o último elemento ( $x[6]$ ) e rearranja-se o heap



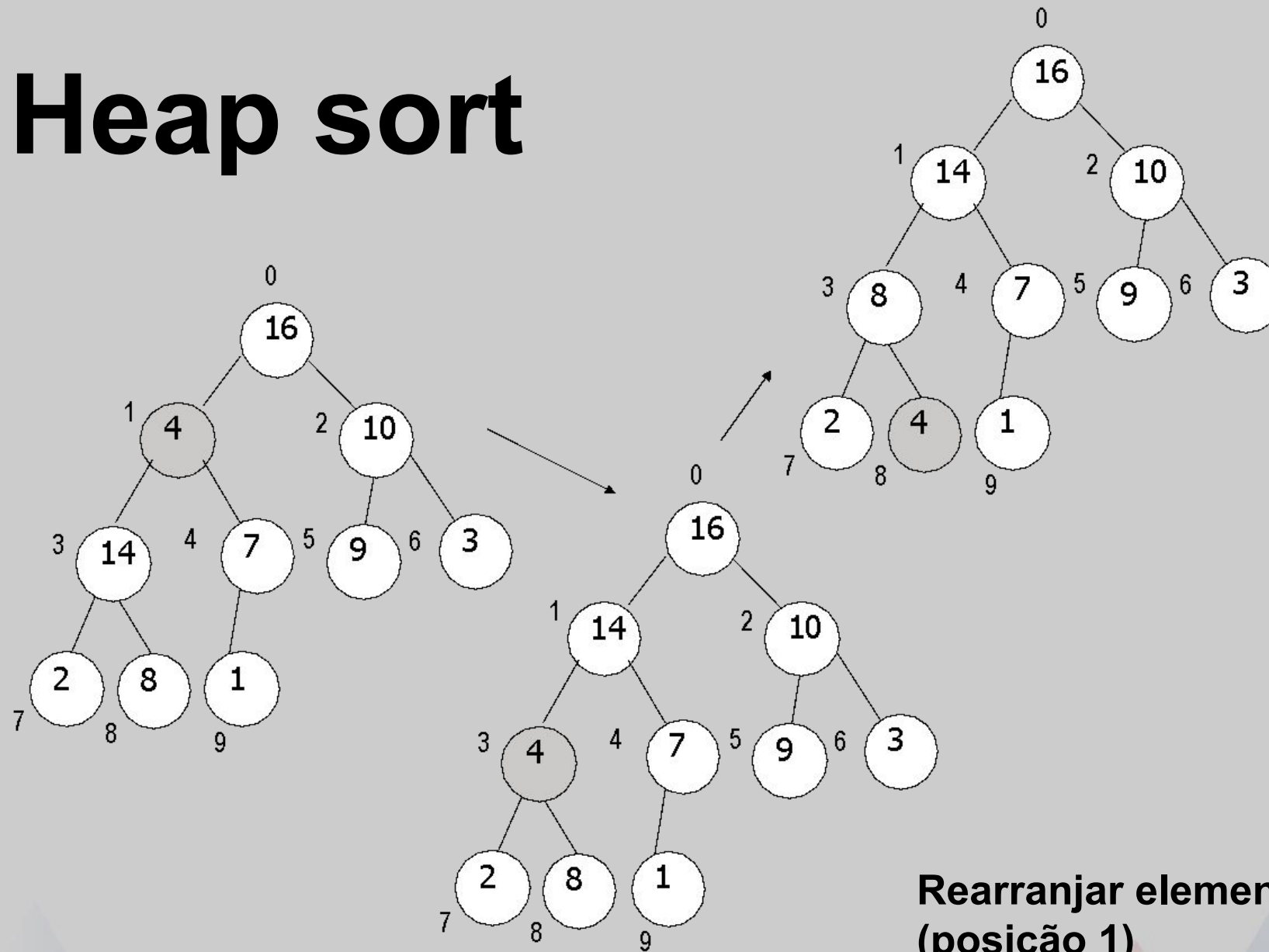
# Heap sort

O processo termina até todos os elementos terem sido incluídos no vetor de forma ordenada.

É necessário:

- Saber **construir** um heap a partir de um vetor qualquer.
- Saber como **rearranjar** o heap, i.e., manter a propriedade do heap máximo.

# Heap sort



**Rearranjar elemento 4  
(posição 1)**

# Heap sort

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	4	10	14	7	9	3	2	8	1



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	14	10	4	7	9	3	2	8	1



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	14	10	8	7	9	3	2	4	1

Filhos do nó k:  
Filho esquerdo:  $2k+1$   
Filho direito:  $2k+2$

# Heap sort

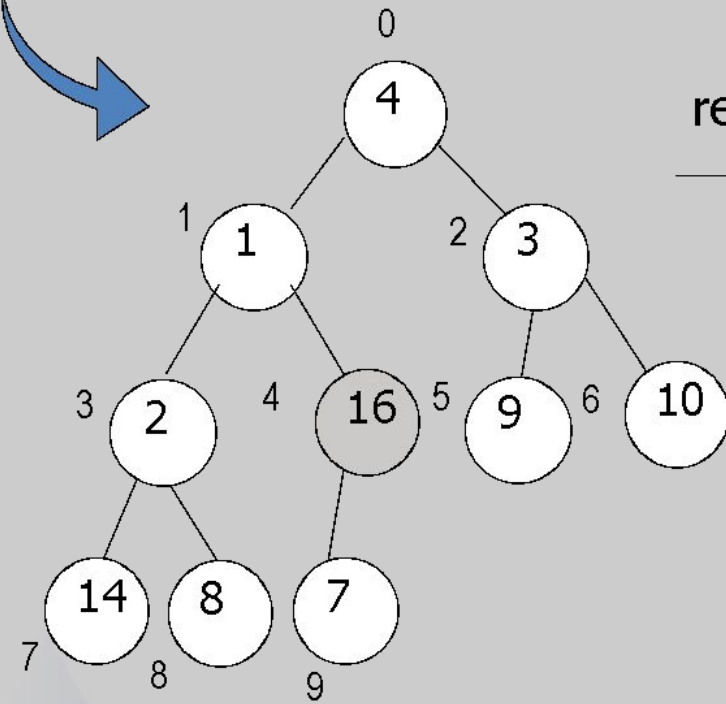
A construção do heap envolve chamar o procedimento rearranjar heap de forma ascendente para os  $n/2 - 1$  nós da árvore (nós não folha).

Com isso, ao chamar pela última vez o procedimento para a raiz, teremos o heap máximo construído.

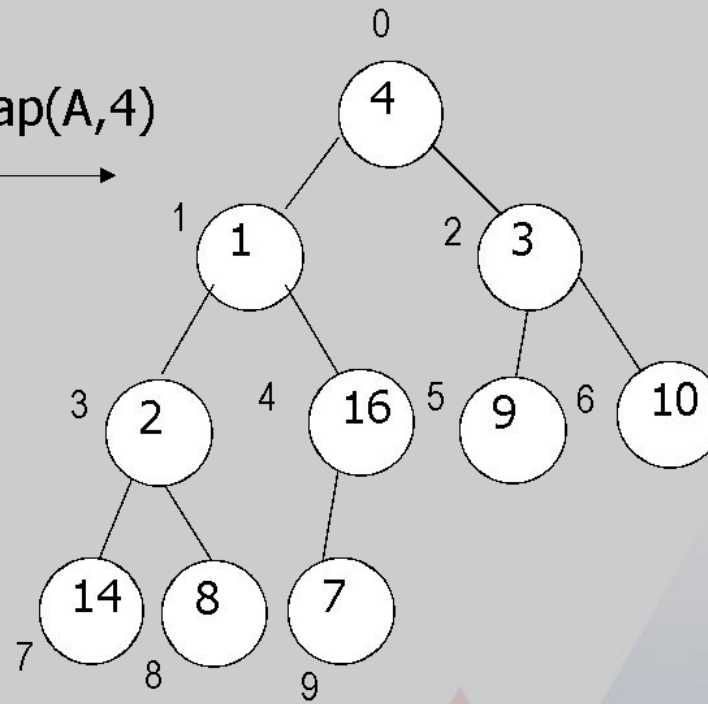
# Heap sort

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1	3	2	16	9	10	14	8	7

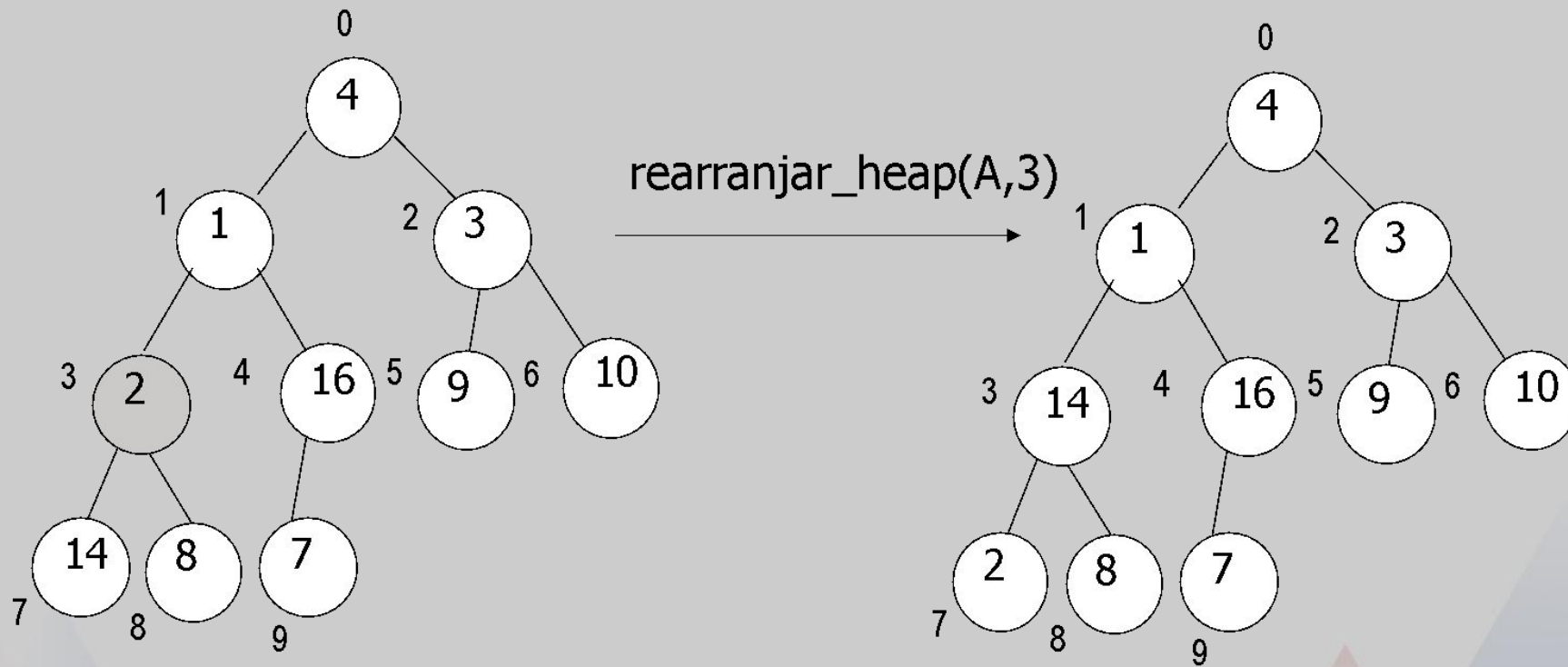
$$n/2 - 1 = 4$$



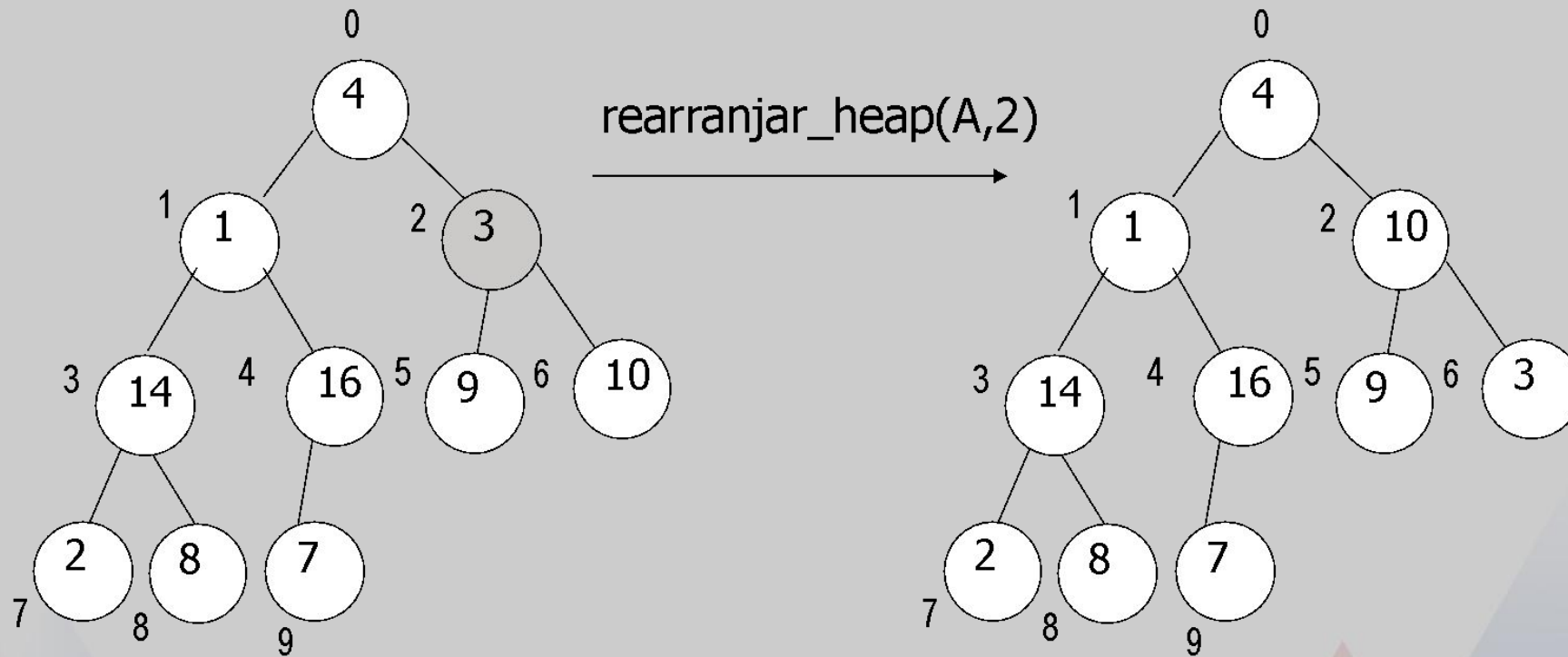
rearranjar\_heap(A,4)



# Heap sort

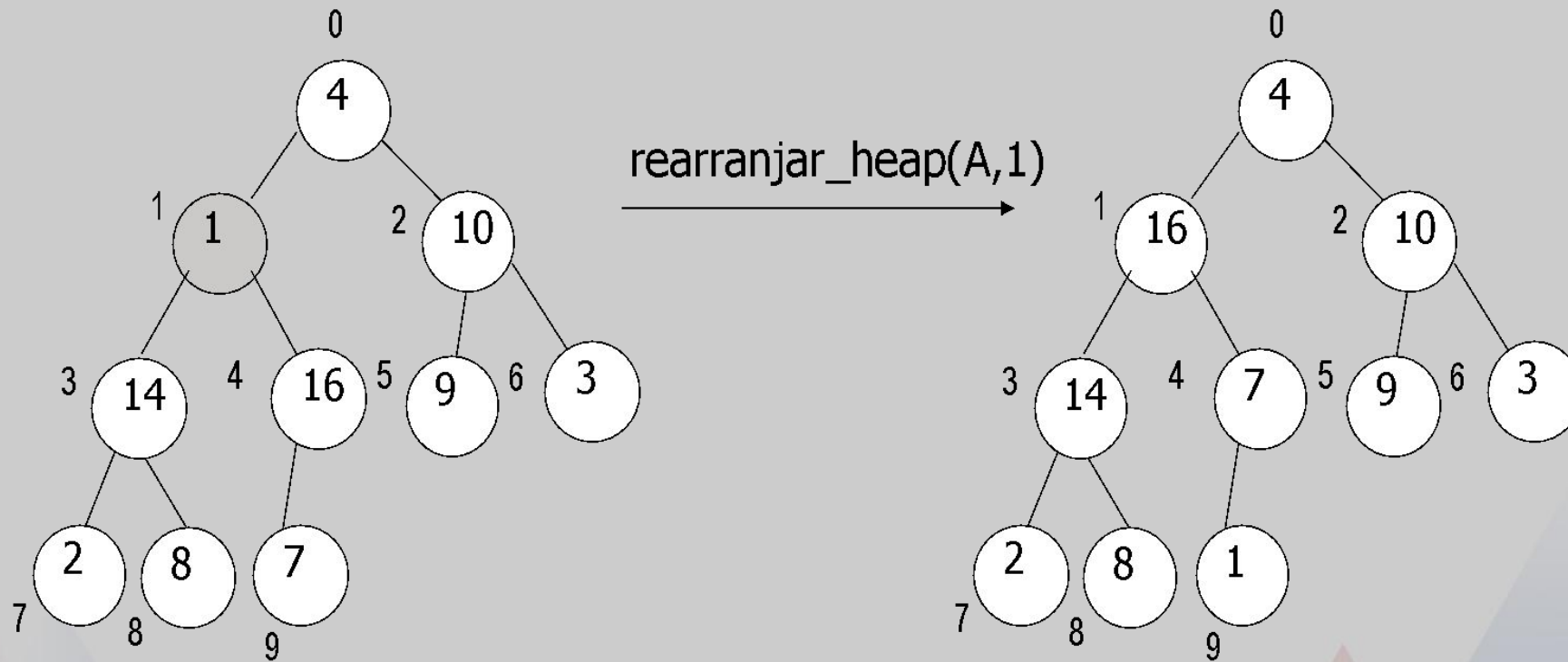


# Heap sort

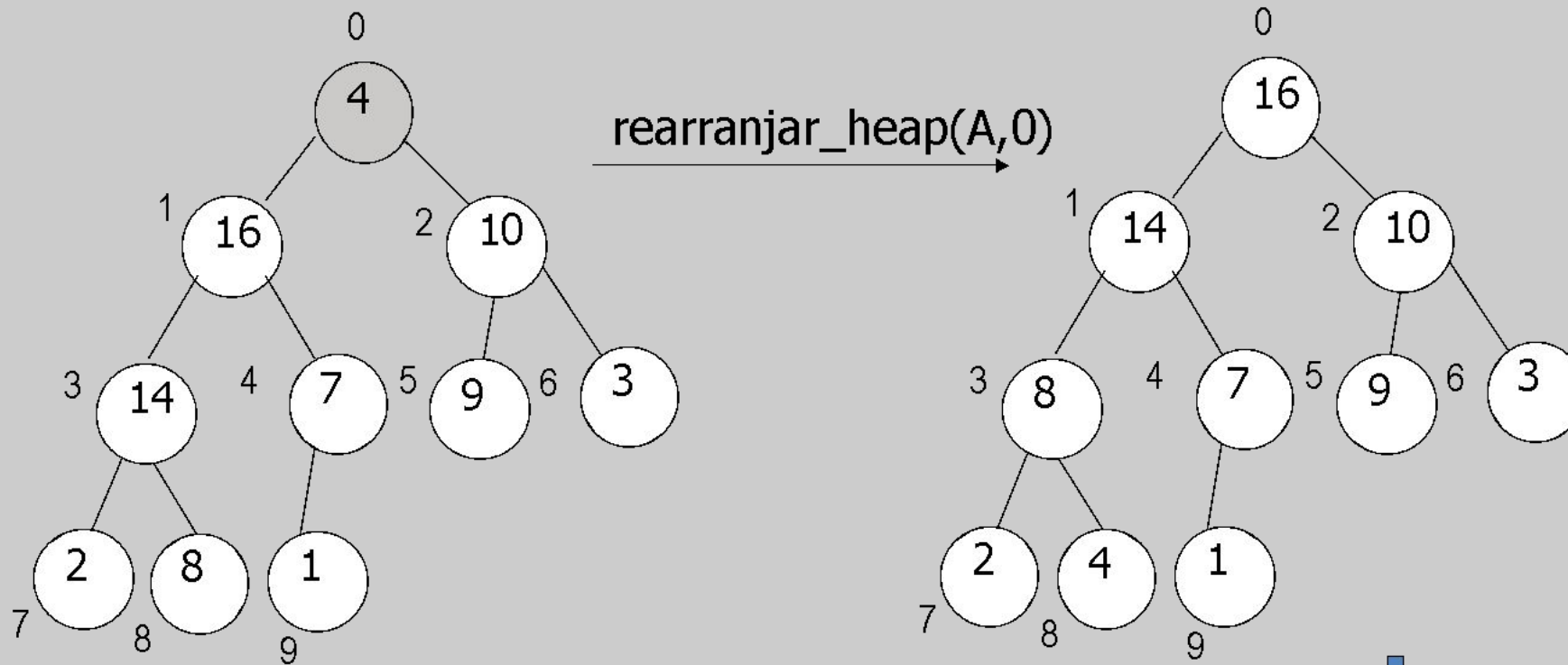




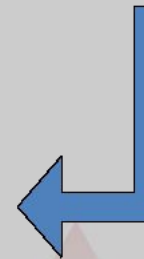
# Heap sort



# Heap sort



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	14	10	8	7	9	3	2	4	1



# **ALGORITMOS E PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES II**

**Algoritmos clássicos de  
ordenação III**