

# **FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO**

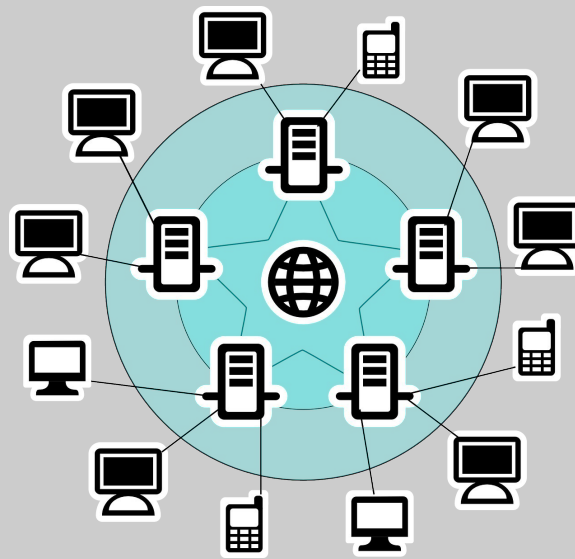
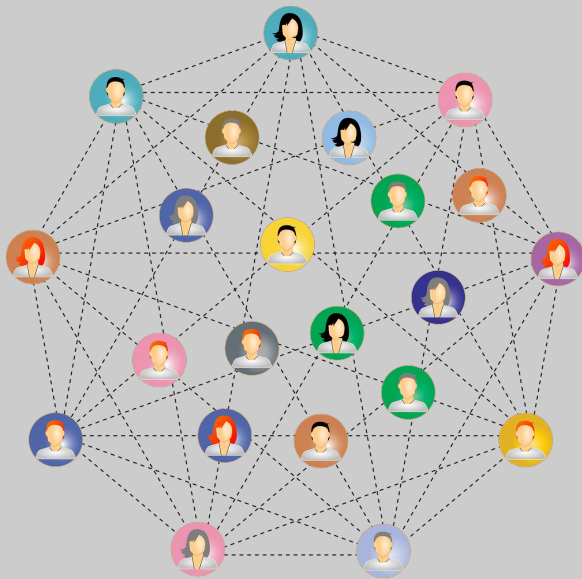
**Grafos e suas representações**

# SUMÁRIO

- **Definições de Grafos**
- **Terminologias**
- **Aplicações**
- **Representação Computacional**

# Definições de Grafos

Um **grafo** é um conjunto não vazio de nós (vértices) e um conjunto de arcos (arestas), tais que cada arco conecta dois nós.



# Definições de Grafos

Um **grafo** é uma tripla ordenada  $(N, A, g)$ , em que:

**N:** conjunto não vazio de nós (vértices)

**A:** conjunto de arcos (arestas)

**g:** função que associa cada arco a um par não ordenado  $x$ - $y$  de nós, chamados de extremidades de  $a$ .

# Definições de Grafos

Exemplo:

$N=\{1,2,3,4,5\}$

$A=\{\{1,2\},\{1,3\},\{3,4\},\{3,4\},$   
 $\{4,5\},\{5,5\}\}$

$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$

$g(a_1)=1-2$

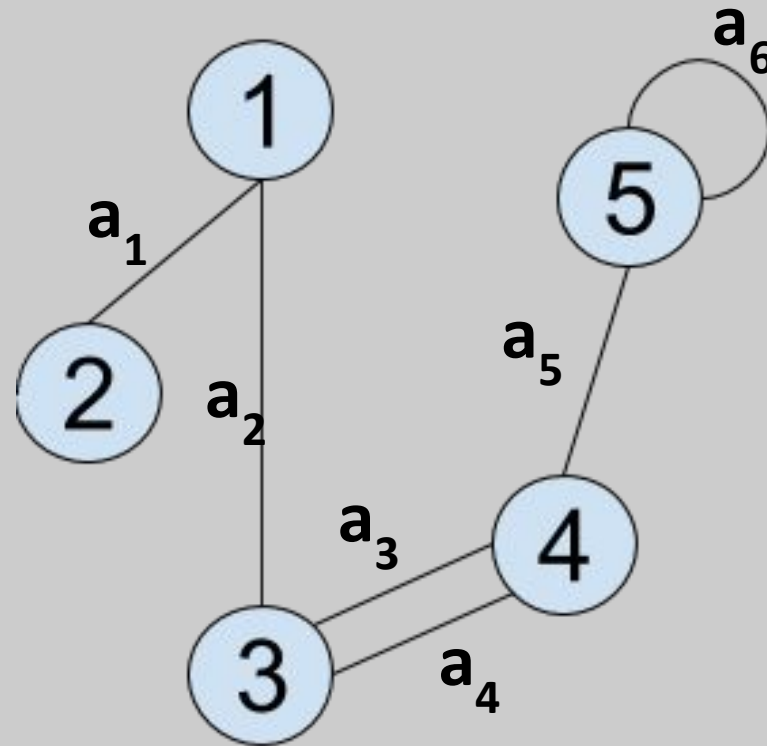
$g(a_2)=1-3$

$g(a_3)=3-4$

$g(a_4)=3-4$

$g(a_5)=4-5$

$g(a_6)=5-5$



# Definições de Grafos

Um **grafo direcionado** (dígrafo) é uma tripla ordenada  $(N, A, g)$ , em que

**N**: conjunto não vazio de nós

**A**: conjunto de arcos

**g**: uma função que associa a cada arco um par ordenado  $(x, y)$  de nós, em que  $x$  é o ponto inicial (extremidade inicial) e  $y$  é o ponto final (extremidade final) de  $a$ .

# Definições de Grafos

Exemplo:

$N=\{1,2,3,4,5\}$

$A=\{(1,2),(1,3),(3,4),(4,3),$   
 $(4,5),(5,5)\}$

$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\}$

$g(a_1)=(1,2)$

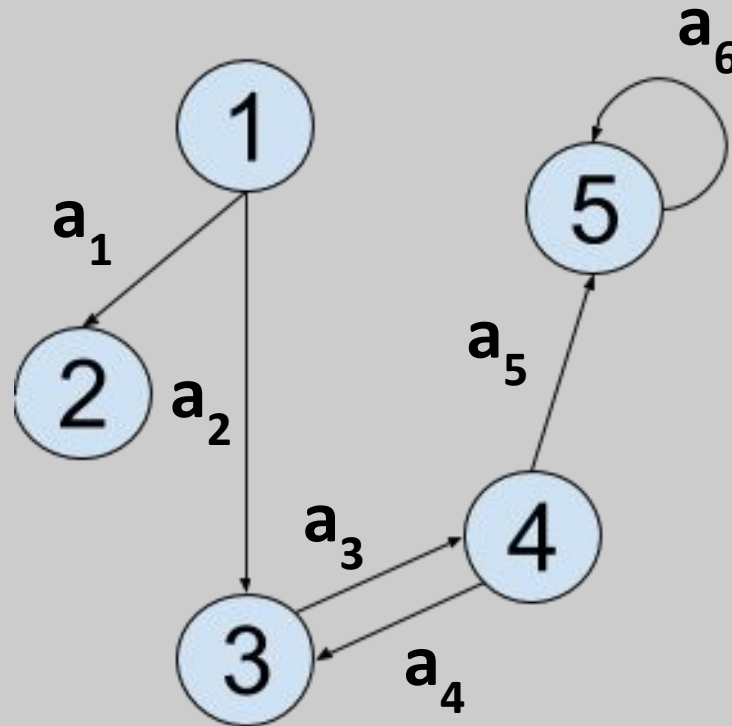
$g(a_2)=(1,3)$

$g(a_3)=(3,4)$

$g(a_4)=(4,3)$

$g(a_5)=(4,5)$

$g(a_6)=(5,5)$



# Terminologia

Nós adjacentes

Laço

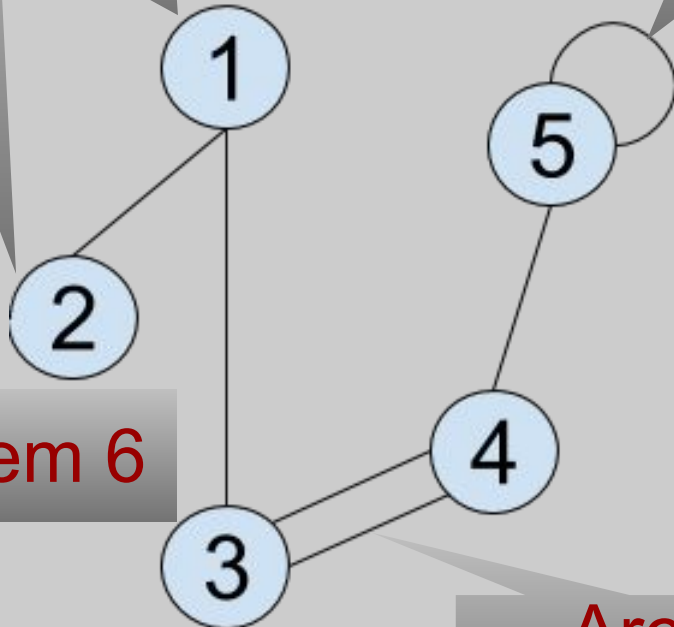
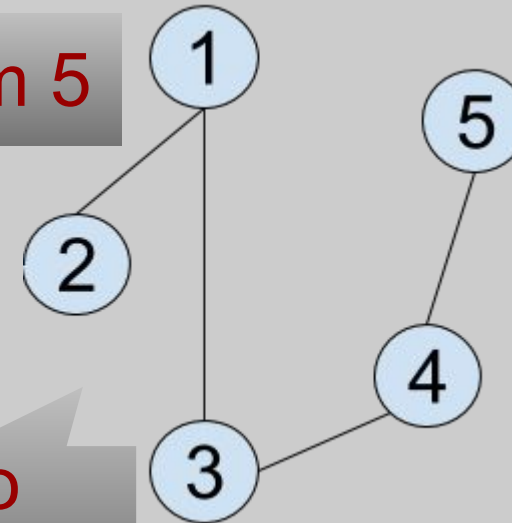
Ordem 5

Grafo simples

Nó isolado

Ordem 6

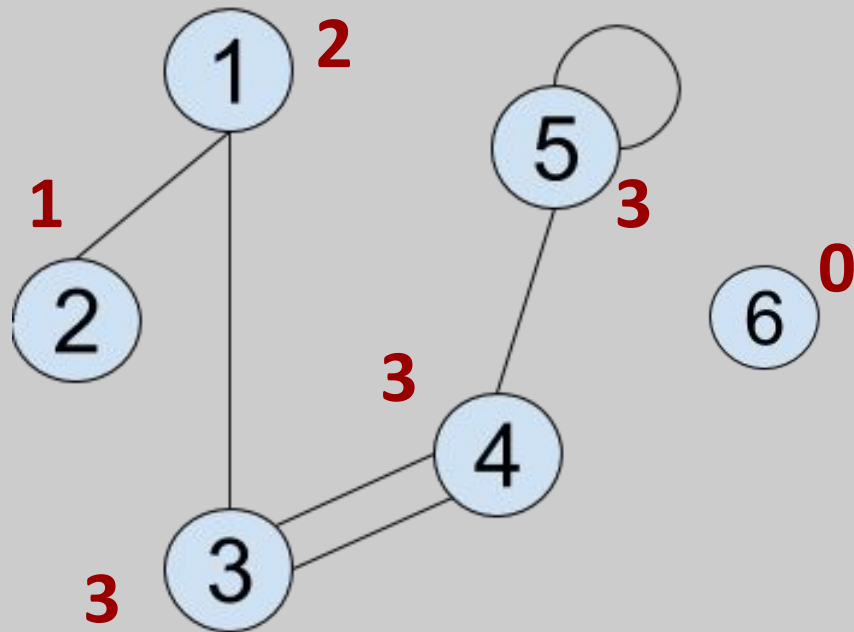
Arcos paralelos





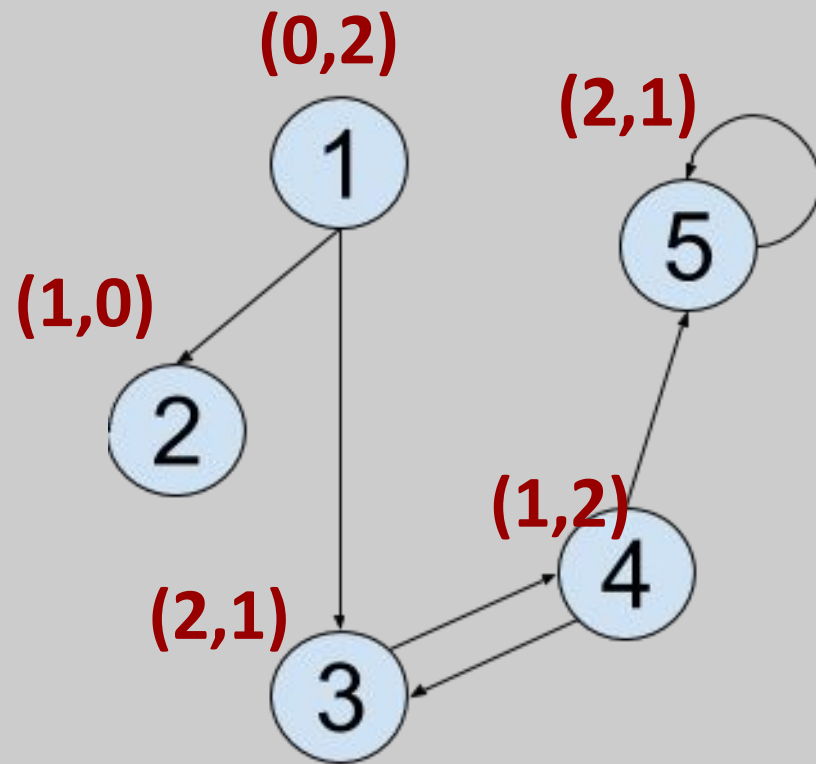
# Terminologia

O **grau** de um nó é o número de extremidades de arcos naquele nó



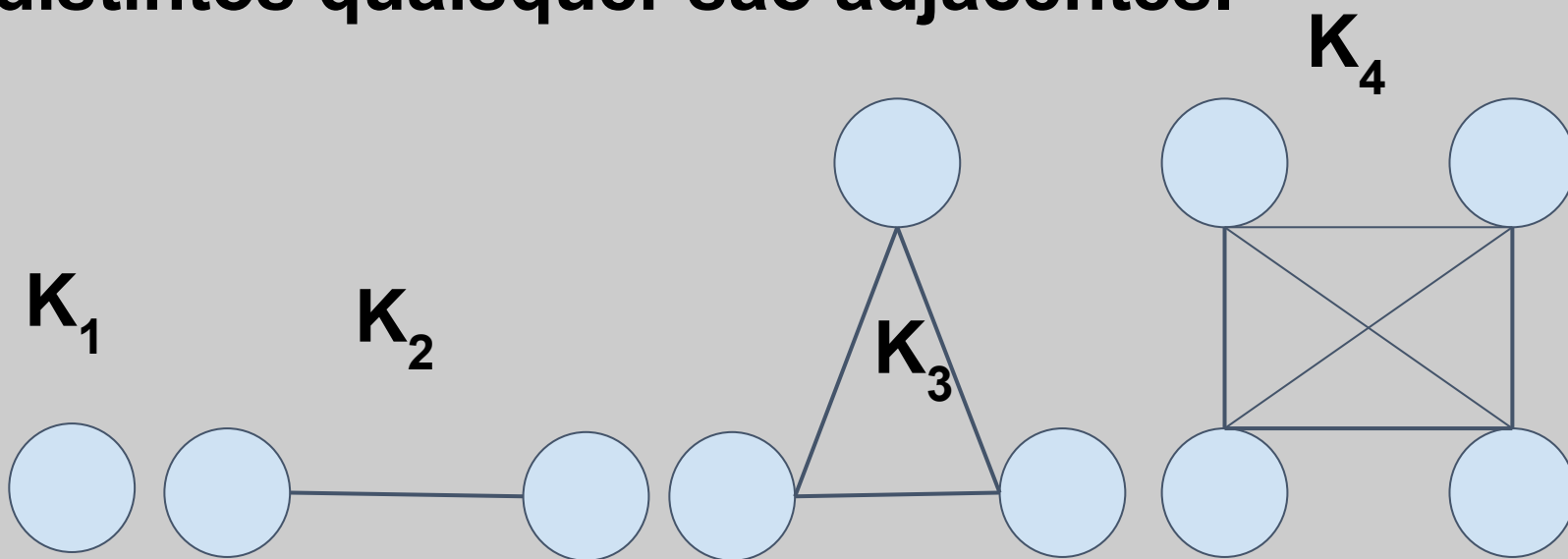
# Terminologia

(Grau de entrada, Grau de saída)



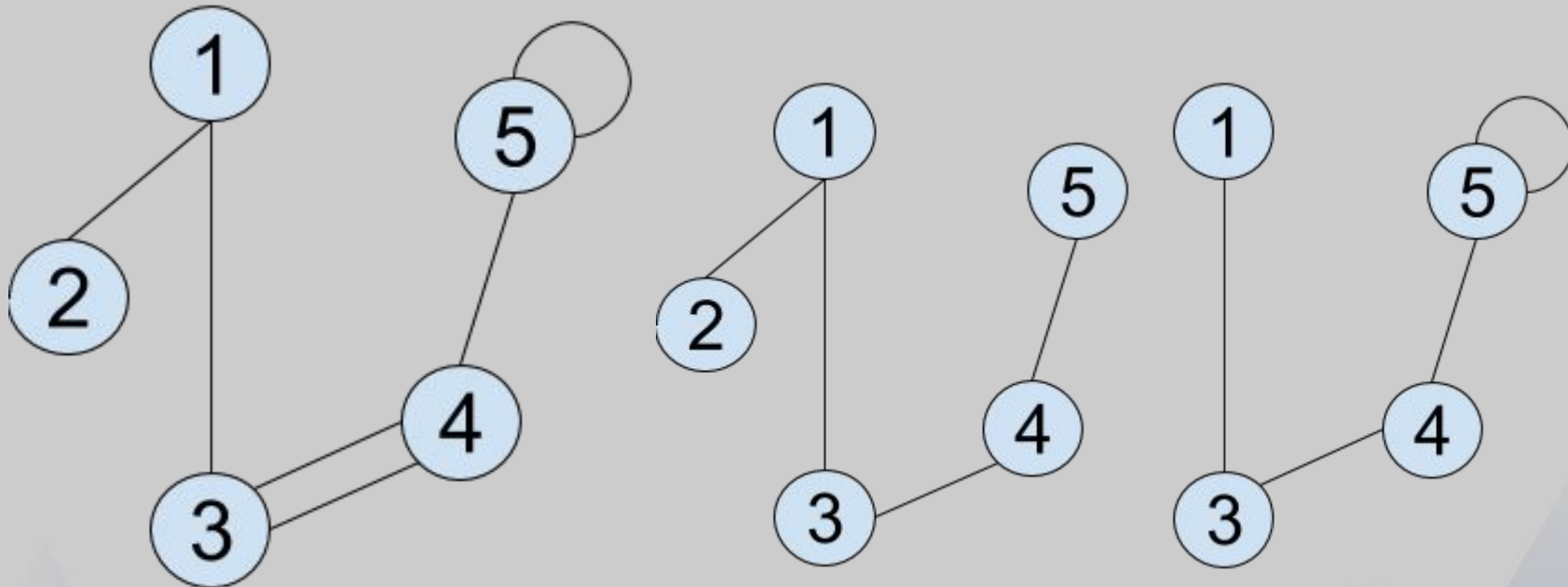
# Terminologia

Um **grafo completo** é um grafo simples no qual dois nós distintos quaisquer são adjacentes.



# Terminologia

**Subgrafo:** conjunto de nós e arcos que são subconjuntos do grafo original, ondes as extremidades de um arco têm que ser os mesmos nós que no grafo original.



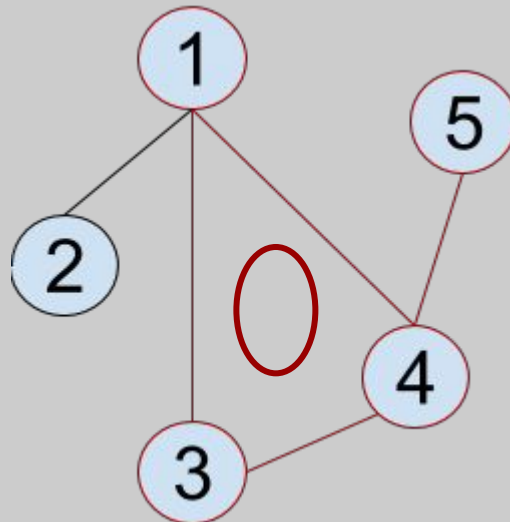
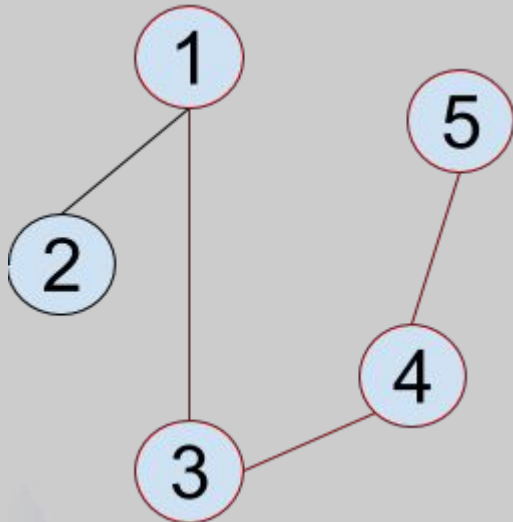
# Terminologia

Um **caminho** do nó  $n_0$  para o nó  $n_k$  é uma sequência

$$n_0, a_0, n_1, a_1, \dots, n_{k-1}, a_{k-1}, n_k$$

$1, \{1, 3\}, 3, \{3, 4\}, 4, \{4, 5\}, 5$      $1, \{1, 3\}, 3, \{3, 4\}, 4, \{4, 1\}, 1, \{1, 3\}, 3, \{3, 4\}, 4, \{4, 5\}, 5$

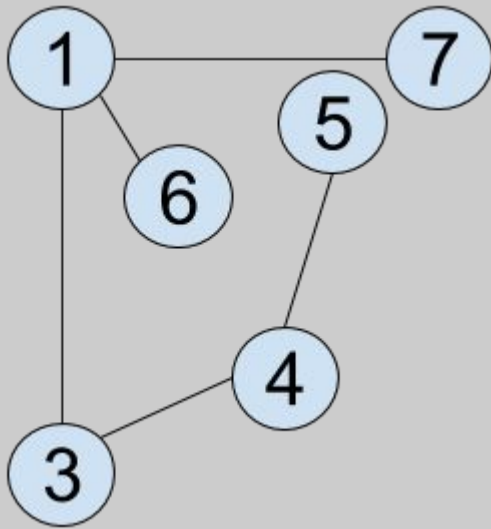
**comprimento: 3**



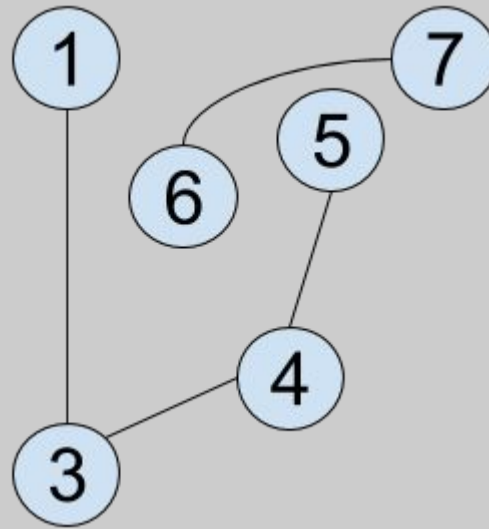
# Terminologia

**Grafo conexo:** Há um caminho de qualquer nó para qualquer outro.

**Conexo**



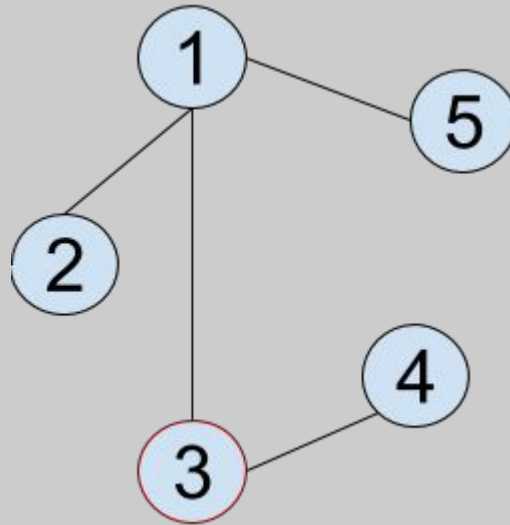
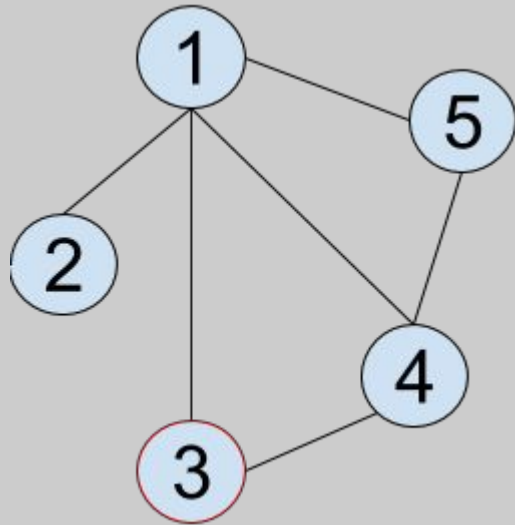
**Não conexo**



# Terminologia

**Ciclo:** caminho de algum nó  $n_0$  para ele mesmo tal que nenhum arco aparece mais de uma vez, exceto por  $n_0$  nas extremidades.

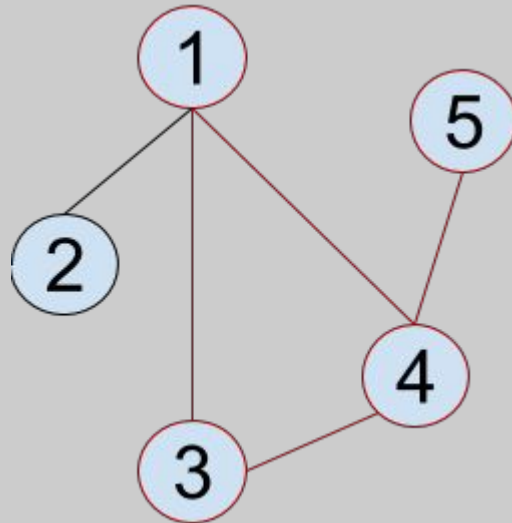
**Acíclico:** grafo sem ciclos.



# Terminologia

Nós e arcos podem ser repetidos em um caminho, mas não, com exceção do nó  $n_0$ , em um ciclo.

$1, \{1,3\}, 3, \{3,4\}, 4, \{4,1\}, 1, \{1,3\}, 3, \{3,4\}, 4, \{4,5\}, 5$

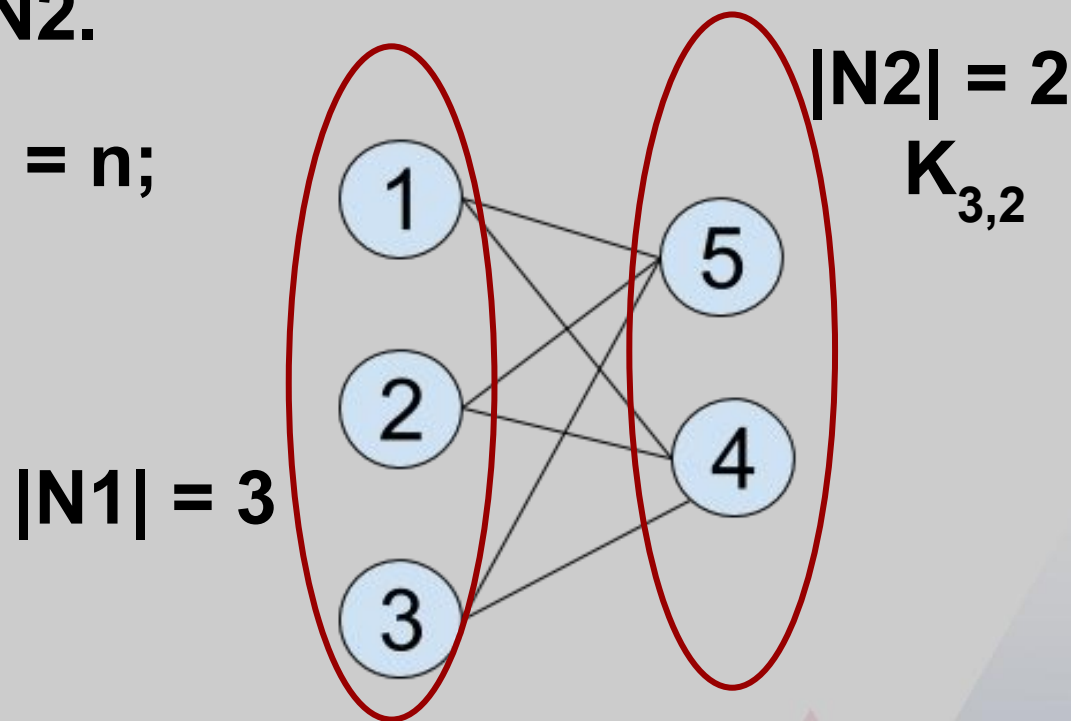




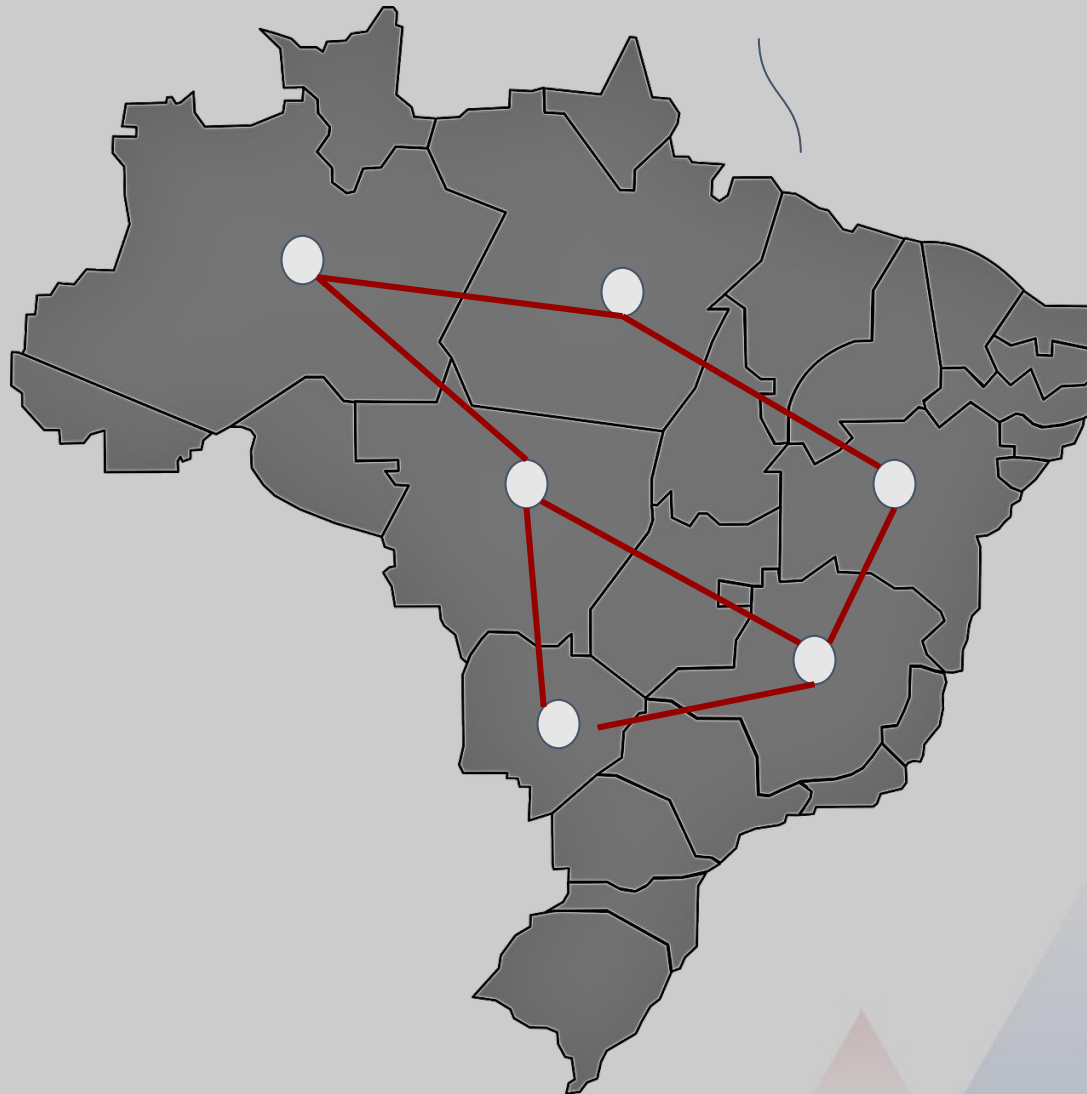
# Terminologia

**Grafo bipartido completo:** nós podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos não vazios  $N1$  e  $N2$  tais que dois nós são adjacentes se, e somente se, um deles pertencer a  $N1$  e o outro pertencer a  $N2$ .

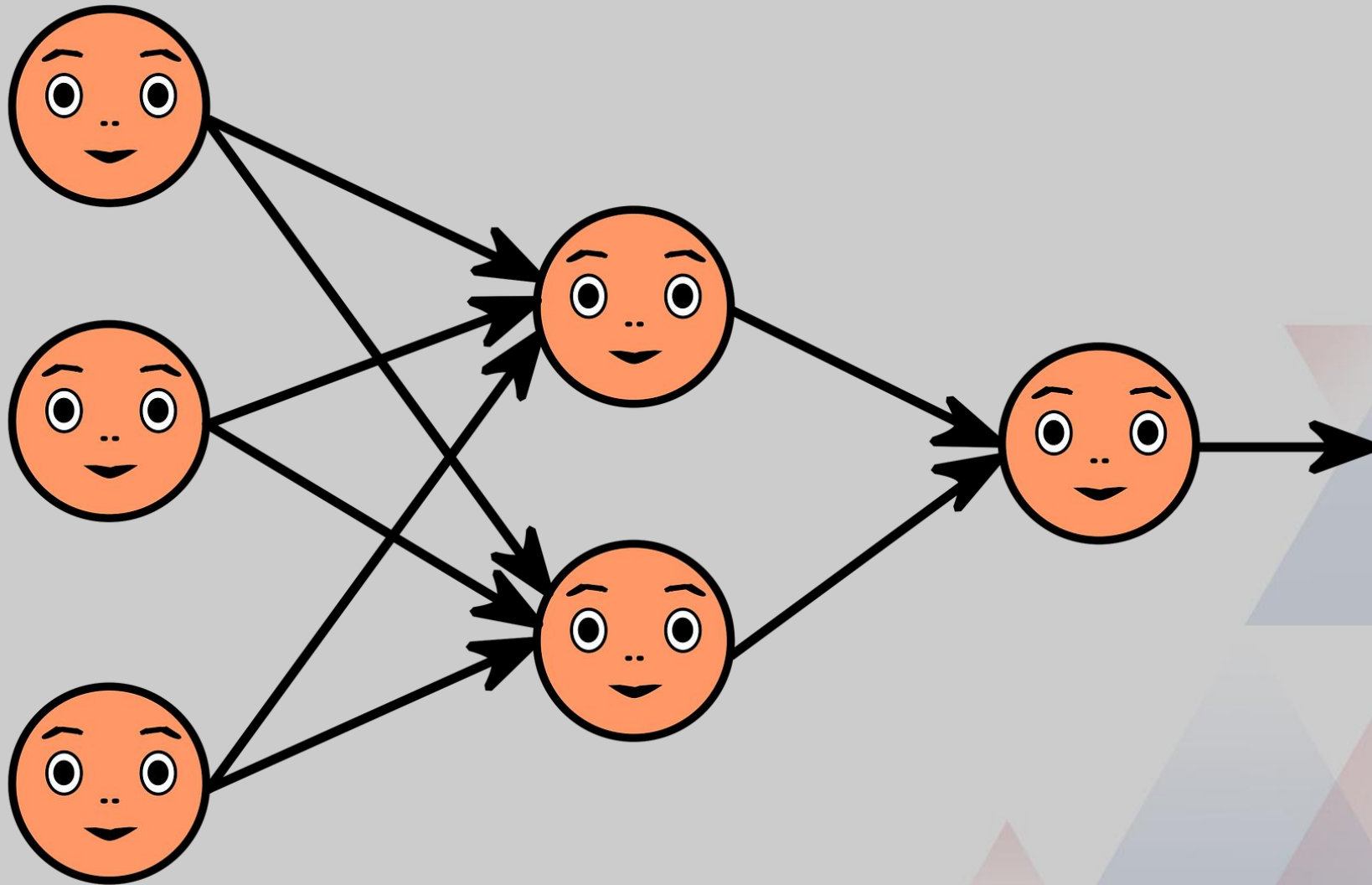
Se  $|N1| = m$  e  $|N2| = n$ ;  
 $K_{m,n}$



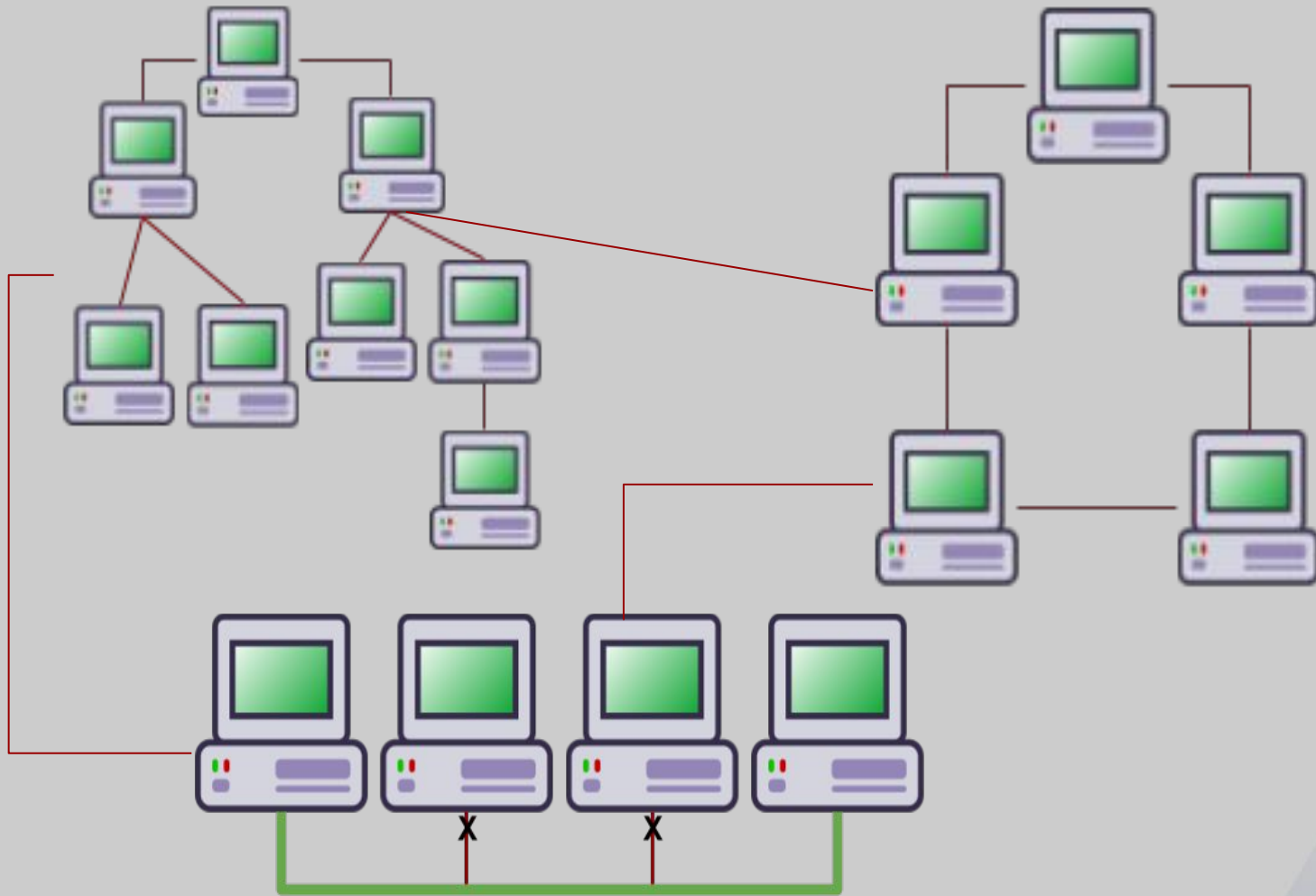
# Aplicações



# Aplicações



# Aplicações

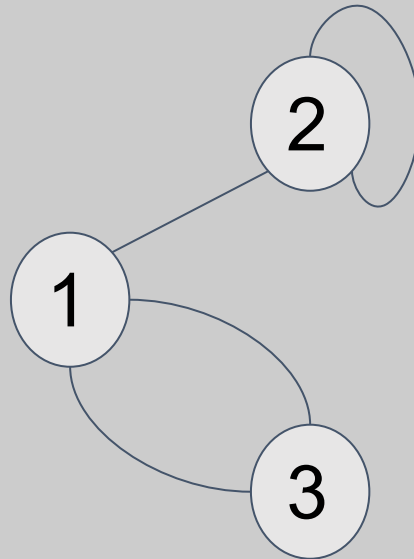


# Representação Computacional

Matriz de Adjacência  $A_{n \times n}$ :

$a_{ij} = p$ , se existirem  $p$  arcos entre  $n_i$  e  $n_j$ .

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

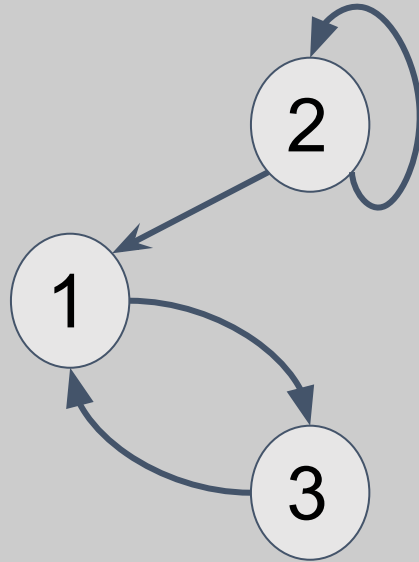


# Representação Computacional

Matriz de Adjacência  $A_{n \times n}$ :

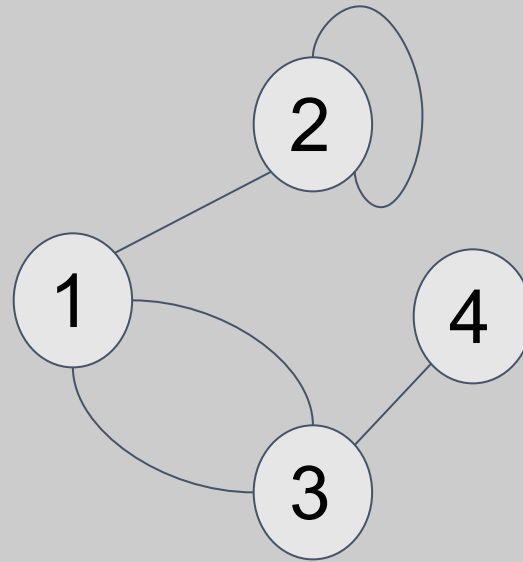
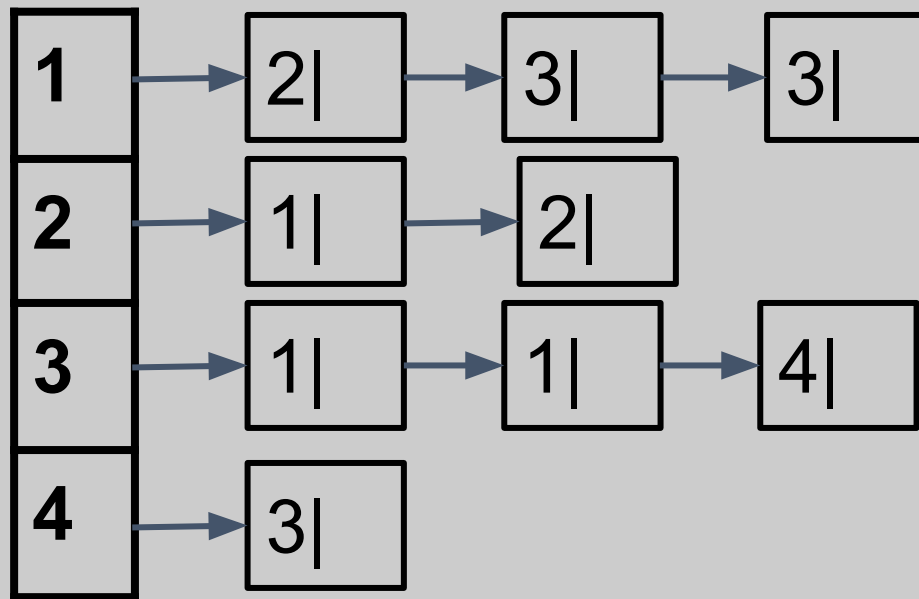
$a_{ij} = p$ , se existirem  $p$  arcos de  $n_i$  para  $n_j$ .

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$



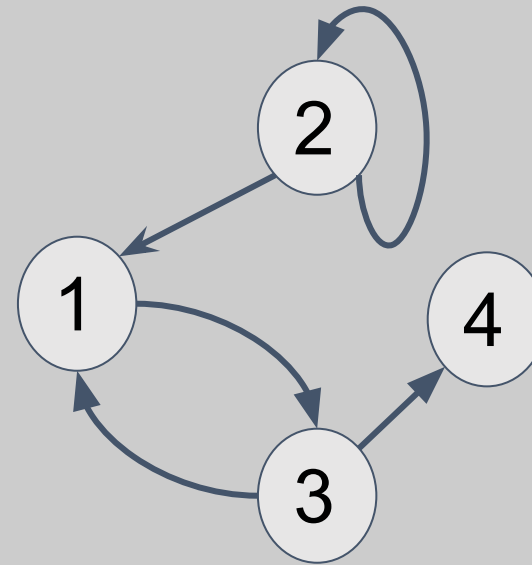
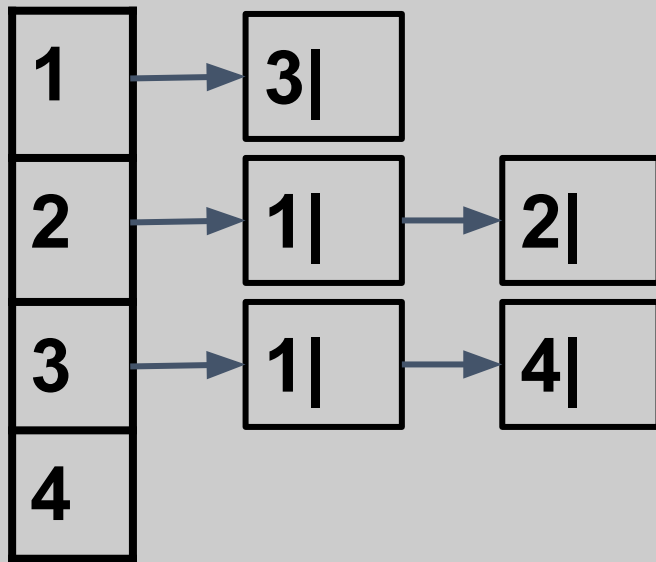
# Representação Computacional

Lista de Adjacência:



# Representação Computacional

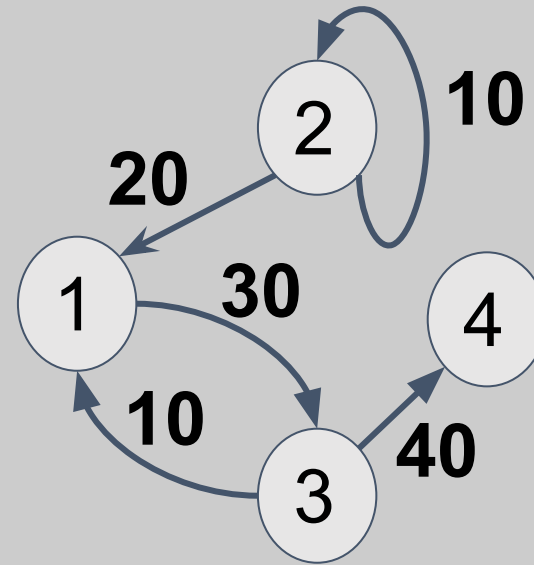
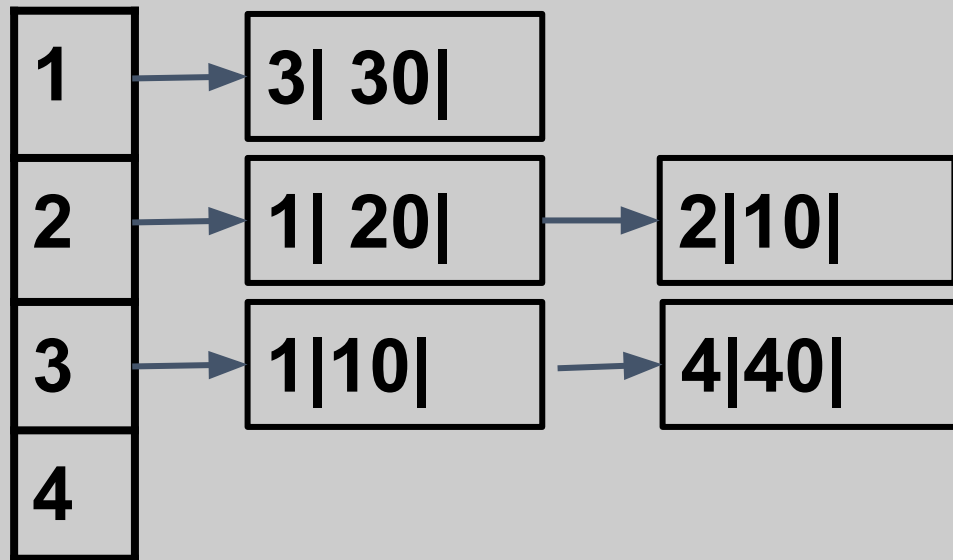
Lista de Adjacência:





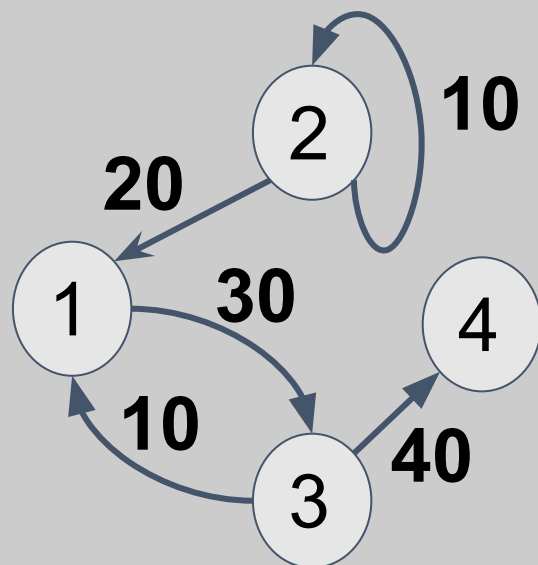
# Representação Computacional

Lista de Adjacência:



	Nó	Peso	Ponteiro
1			5
2			6
3			8
4			0

	Nó	Peso	Ponteiro
5	3	30	0
6	1	20	7
7	2	10	0
8	1	10	9
9	4	40	0



**Os conceitos e exemplos apresentados  
nesses slides são baseados no conteúdo da  
seção 6.1 do material-base “Fundamentos  
Matemáticos para a Ciência da Computação”,  
J.L. Gersting, 7a edição, LTC editora.**

# **FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO**

**Grafos e suas representações**