FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

Demonstração de Correção

SUMÁRIO

- Verificação e Validação de um Programa
- Asserções
- Axioma de Atribuição
- Regra Condicional

Verificação e Validação de um Programa

Verificação do programa: garantir a correção do programa.

- O programa está correto se segue suas especificações.
- Não significa que resolva o problema.

Validação do programa: garante que o programa atende às necessidades originais do cliente.

Não discutiremos!!!

Verificação e Validação de um Programa

A verificação de um programa ocorre:

- via testes;
- demonstração de correção.

Testes de programa: mostram que os valores da entrada geram respostas aceitáveis.

Demonstração de correção: utilizam técnicas de um sistema de lógica formal.

Asserções

X: Coleção arbitrária de valores de entrada.

Y = P(X): valores de saída Y dependem de X através das ações do programa P.

Q(x): condições que os valores de entrada são supostos satisfazer. (Predicado!)

R(X, Y) ou R[X, P(X)]: Descreve condições que valores de saída devem satisfazer. (Predicado!)

Asserções

Exemplo:

$x \in X$: valor numérico

$Q(x)$: $x>0$

$y=P(x)$: valor numérico de saída

$R(x, y)$: $y^2 = x$

$$(\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x,y))$$

$$(\forall x)(x > 0 \rightarrow [P(x)]^2 = x)$$

{Q}P{R}: tripla de Hoare

Asserções

{Q}P{R}: tripla de Hoare

Q: pré-condição

P: programa

R: pós-condição

- O quantificador universal fica subentendido.

Asserções

$\{Q\}$
s_0
$\{R1\}$
s_1
$\{R2\}$
$\vdots$
s_{n-1}
$\{R\}$

Asserções
$Q, R_1, R_2, \ldots, R_n = R$

P é correto se cada condicional é válido

$\{Q\}s_0\{RI\}$
$\{RI\}s_1\{R2\}$
$\{R2\}s_2\{R3\}$
$\vdots$
$\{Rn-1\}s_{n-1}\{R\}$

s_i
proposições individuais em que o segmento de programa é dividido.

Axioma de Atribuição

Seja uma proposição declarada na forma x = e, onde x recebe o valor da expressão e. A correção dessa proposição é demonstrada pela tripla de Hoare

$$\{R_i\}\ x = e\ \{R_{i+1}\},$$

onde as asserções R_i e R_{i+1} tem que estar relacionadas de uma forma especial.

Axioma de Atribuição

Dado: $\{R_i\}s_i\{R_{i+1}\}$
s_i tem a forma x=e. Atribuição
R_i é R_{i+1}

Exemplo:

Pré condição: $\{x - 1 > 0\}$
Atribuição: $x = x - 1$
Pós condição: $\{x > 0\}$

Na pós-condição, temos $x>0$
A atribuição gera $x-1>0$

Logo, temos $x-1>0 \Rightarrow x>1$
que é a pré-condição.

Axioma de Atribuição

Exemplo: Qual deveria ser a pré-condição:

1. {pré-condição}
2. x = x – 2
3. {x = y}

Pós-condição: x=y.

Substituindo na atribuição: y=x-2.

Temos a pré-condição:

y=x-2 ou x-y-2=0 ou x=y+2

Axioma de Atribuição

Exemplo: Verifique a correção.

(a,b)

{y=b,x=a}

temp = x

{y=b,temp=a}

x = y

{x=b,temp=a}

y = temp

(b,a)

{x=b,y=a}

Avance do fim para o início!

Axioma de Atribuição

Exemplo:

3

$\{x = 3\}$

$\{x+4=7\}$

y = 4

$\{x+y=7\}$

z = x + y

$\{z = 7\}$

7

Avance do fim para o início!

Axioma de Atribuição

Exemplo:

$$\{x-4=x-4\}$$

$$y = x$$

$$\{y-4 = x-4\}$$

$$y = y - 4$$

$$\{y=x-4\}$$

Regra Condicional

SE (condição B) então
P1
Senão
P2

$\{ Q \wedge B \}\ P1\ \{R\},$
$\{ Q \wedge B' \}\ P2\ \{R\}$

$\{Q\}s_i\{R\}$

Demonstrar a correção de cada ramificação da declaração condicional.

Regra Condicional

{n = 5}
Se n >= 10 então
 y = 100
Senão
 y = n + 1
{y = 6}

{Q∧B} P1 {R}
{n = 5 e n ≥ 10} y = 100 {y = 6}

{Q∧B’} P2 {R}
{n = 5 e n < 10} y = n + 1 {y = 6}

Regra Condicional

{n = 5}
Se n >= 10 então
 y = 100
Senão
 y = n + 1
{y = 6}

$\Rightarrow$ $\{Q \wedge B\}$ P1 {R}
{n = 5 e n ≥ 10} y = 100 {y = 6}

Temos
n = 5 e n ≥ 10 FALSO!!

Regra Condicional

{n = 5}

Se n >= 10 então

y = 100

Senão

y = n + 1

{y = 6}

$\{Q \wedge B'\}$ P2 {R}

{n = 5 e n < 10} y = n + 1 {y = 6}

{n+1=6 ou n=5}

y = n + 1

{y = 6}

Regra Condicional

{x = 4}

Se x < 5 então

  y = x – 1

Senão

  y = 7

{y = 3}

{x = 4 e x < 5}y = x – 1 {y = 3}

{x = 4 e x ≥ 5}y = 7 {y = 3}

Regra Condicional

$\{x = 4\}$

Se $x < 5$ então

$y = x - 1$

Senão

$y = 7$

$\{y = 3\}$

$\{x = 4 \text{ e } x < 5\} y = x - 1 \{y = 3\}$

Verdadeiro!!

$\{x - 1 = 3 \text{ ou } x = 4\}$

$y = x - 1$

$\{y = 3\}$

Regra Condicional

$\{x = 4\}$

Se $x < 5$ então

$y = x - 1$

Senão

$y = 7$

$\{y = 3\}$

Falso!!

$\{x = 4 \text{ e } x \geq 5\} y = 7 \{y = 3\}$

Os conceitos e exemplos apresentados nesses slides são baseados no conteúdo da seção 1.6 do material-base “Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação”, J.L. Gersting, 7a edição, LTC editora.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

Demonstração de Correção