

# FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

**Demonstração de Correção**

# SUMÁRIO

- **Verificação e Validação de um Programa**
- **Asserções**
- **Axioma de Atribuição**
- **Regra Condicional**

# Verificação e Validação de um Programa

**Verificação do programa:** garantir a correção do programa.

- O programa está correto se segue suas especificações.
- Não significa que resolva o problema.

**Validação do programa:** garante que o programa atende às necessidades originais do cliente.

**Não discutiremos!!!**

# Verificação e Validação de um Programa

A verificação de um programa ocorre:

- via testes;
- demonstração de correção.

**Testes de programa:** mostram que os valores da entrada geram respostas aceitáveis.

**Demonstração de correção:** utilizam técnicas de um sistema de lógica formal.

# Asserções

**X:** Coleção arbitrária de valores de entrada.

**$Y = P(X)$ :** valores de saída  $Y$  dependem de  $X$  através das ações do programa  $P$ .

**$Q(x)$ :** condições que os valores de entrada são supostos satisfazer. (Predicado!)

**$R(X, Y)$  ou  $R[X, P(X)]$ :** Descreve condições que valores de saída devem satisfazer. (Predicado!)

# Asserções

Exemplo:

$x \in X$ : valor numérico

$Q(x)$ :  $x > 0$

$y = P(x)$ : valor numérico de saída

$R(x, y)$ :  $y^2 = x$

$(\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x, y))$

$(\forall x)(x > 0 \rightarrow [P(x)]^2 = x)$

$\{Q\}P\{R\}$ : tripla de Hoare

# Asserções

**$\{Q\}P\{R\}$ : tripla de Hoare**

**Q: pré-condição**

**P: programa**

**R: pós-condição**

- **O quantificador universal fica subentendido.**

# Asserções

$\{Q\}$   
 $s_0$   
 $\{R_1\}$   
 $s_1$   
 $\{R_2\}$   
 $\vdots$   
 $s_{n-1}$   
 $\{R\}$

**Asserções**  
 $Q, R_1, R_2, \dots, R_n = R$

$s_i$   
proposições individuais  
em que o segmento de  
programa é dividido.

**P é correto se cada condicional é válido**

$\{Q\}s_0\{R_1\}$   
 $\{R_1\}s_1\{R_2\}$   
 $\{R_2\}s_2\{R_3\}$   
 $\vdots$   
 $\{R_{n-1}\}s_{n-1}\{R\}$



# Axioma de Atribuição

Seja uma proposição declarada na forma  $x = e$ , onde  $x$  recebe o valor da expressão  $e$ . A correção dessa proposição é demonstrada pela tripla de Hoare

$$\{R_i\} x = e \{R_{i+1}\},$$

onde as asserções  $R_i$  e  $R_{i+1}$  tem que estar relacionadas de uma forma especial.

# Axioma de Atribuição

Exemplo:

Pré condição:  $\{x - 1 > 0\}$

Atribuição:  $x = x - 1$

Pós condição:  $\{x > 0\}$

Dado:  $\{R_i\} s_i \{R_{i+1}\}$

$s_i$  tem a forma  $x=e$ . Atribuição

$R_i$  é  $R_{i+1}$

Na pós-condição, temos  $x > 0$

A atribuição gera  $x-1 > 0$

Logo, temos  $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$   
que é a pré-condição.

# Axioma de Atribuição

Exemplo: Qual deveria ser a pré-condição:

1. {pré-condição}
2.  $x = x - 2$
3.  $\{x = y\}$

Pós-condição:  $x=y$ .

Substituindo na atribuição:  $y=x-2$ .

Temos a pré-condição:

$$y=x-2 \text{ ou } x-y-2=0 \text{ ou } x=y+2$$

# Axioma de Atribuição

**Exemplo: Verifique a correção.**

$(a,b)$

$\{y=b, x=a\}$

$\text{temp} = x$

$\{y=b, \text{temp}=a\}$

$x = y$

$\{x=b, \text{temp}=a\}$

$y = \text{temp}$

$(b,a)$

$\{x=b, y=a\}$

**Avance do fim para  
o início!**

# Axioma de Atribuição

Exemplo:

3

$\{x = 3\}$   
 $\{x+4=7\}$   
 $y = 4$   
 $\{x+y=7\}$   
 $z = x + y$   
 $\{z = 7\}$

7

Avance do fim para  
o início!

# Axioma de Atribuição

Exemplo:

$$\{x-4=x-4\}$$

$$y = x$$

$$\{y-4 = x-4\}$$

$$y = y - 4$$

$$\{y=x-4\}$$

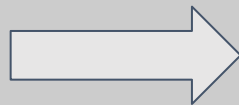
# Regra Condicional

**SE** (condição B) então

P1

**Senão**

P2



$\{ Q \wedge B \} P1 \{ R \},$   
 $\{ Q \wedge B' \} P2 \{ R \}$



$\{ Q \} s_i \{ R \}$

**Demonstrar a correção de cada  
ramificação da declaração  
condicional.**

# Regra Condicional

$\{n = 5\}$

Se  $n \geq 10$  então

$y = 100$

Senão

$y = n + 1$

$\{y = 6\}$



$\{Q \wedge B\} P1 \{R\}$

$\{n = 5 \text{ e } n \geq 10\} y = 100 \{y = 6\}$



$\{Q \wedge B'\} P2 \{R\}$

$\{n = 5 \text{ e } n < 10\} y = n + 1 \{y = 6\}$



# Regra Condicional

$\{n = 5\}$

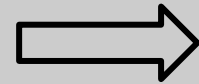
Se  $n \geq 10$  então

$y = 100$

Senão

$y = n + 1$

$\{y = 6\}$



$\{Q \wedge B\} P1 \{R\}$

$\{n = 5 \text{ e } n \geq 10\} y = 100 \{y = 6\}$

**Temos**

**$n = 5 \text{ e } n \geq 10$  FALSO!!**

# Regra Condicional

$\{n = 5\}$

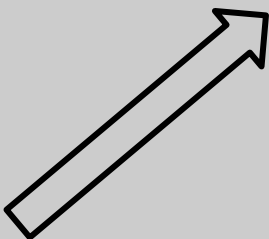
Se  $n \geq 10$  então

$y = 100$

Senão

$y = n + 1$

$\{y = 6\}$



$\{Q \wedge B'\} P2 \{R\}$

$\{n = 5 \text{ e } n < 10\} y = n + 1 \{y = 6\}$

$\{n+1=6 \text{ ou } n=5\}$

$y = n + 1$

$\{y = 6\}$

# Regra Condicional

$\{x = 4\}$

Se  $x < 5$  então

$y = x - 1$

Senão

$y = 7$

$\{y = 3\}$

$\{x = 4 \text{ e } x < 5\} y = x - 1 \quad \{y = 3\}$

$\{x = 4 \text{ e } x \geq 5\} y = 7 \quad \{y = 3\}$

# Regra Condicional

$\{x = 4\}$

Se  $x < 5$  então

$y = x - 1$

Senão

$y = 7$

$\{y = 3\}$

$\{x = 4 \text{ e } x < 5\} y = x - 1 \{y = 3\}$



**Verdadeiro!!**

$\{x - 1 = 3 \text{ ou } x = 4\}$

$y = x - 1$

$\{y = 3\}$

# Regra Condicional

$\{x = 4\}$

Se  $x < 5$  então

$y = x - 1$

Senão

$y = 7$

$\{y = 3\}$

**Falso!!**

$\{x = 4 \text{ e } x \geq 5\} y = 7 \{y = 3\}$

**Os conceitos e exemplos apresentados  
nesses slides são baseados no conteúdo da  
seção 1.6 do material-base “Fundamentos  
Matemáticos para a Ciência da Computação”,  
J.L. Gersting, 7a edição, LTC editora.**

# FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

**Demonstração de Correção**