FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

Árvores e suas representações

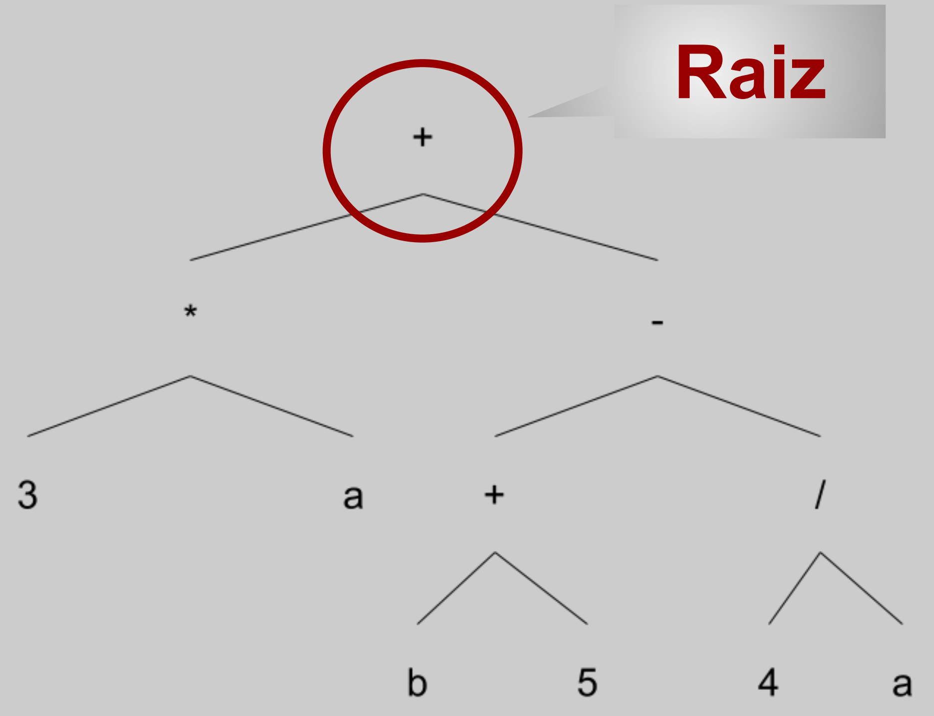
SUMÁRIO

- Terminologias
- Representação Computacional
- Algoritmos de Percurso
- Resultados

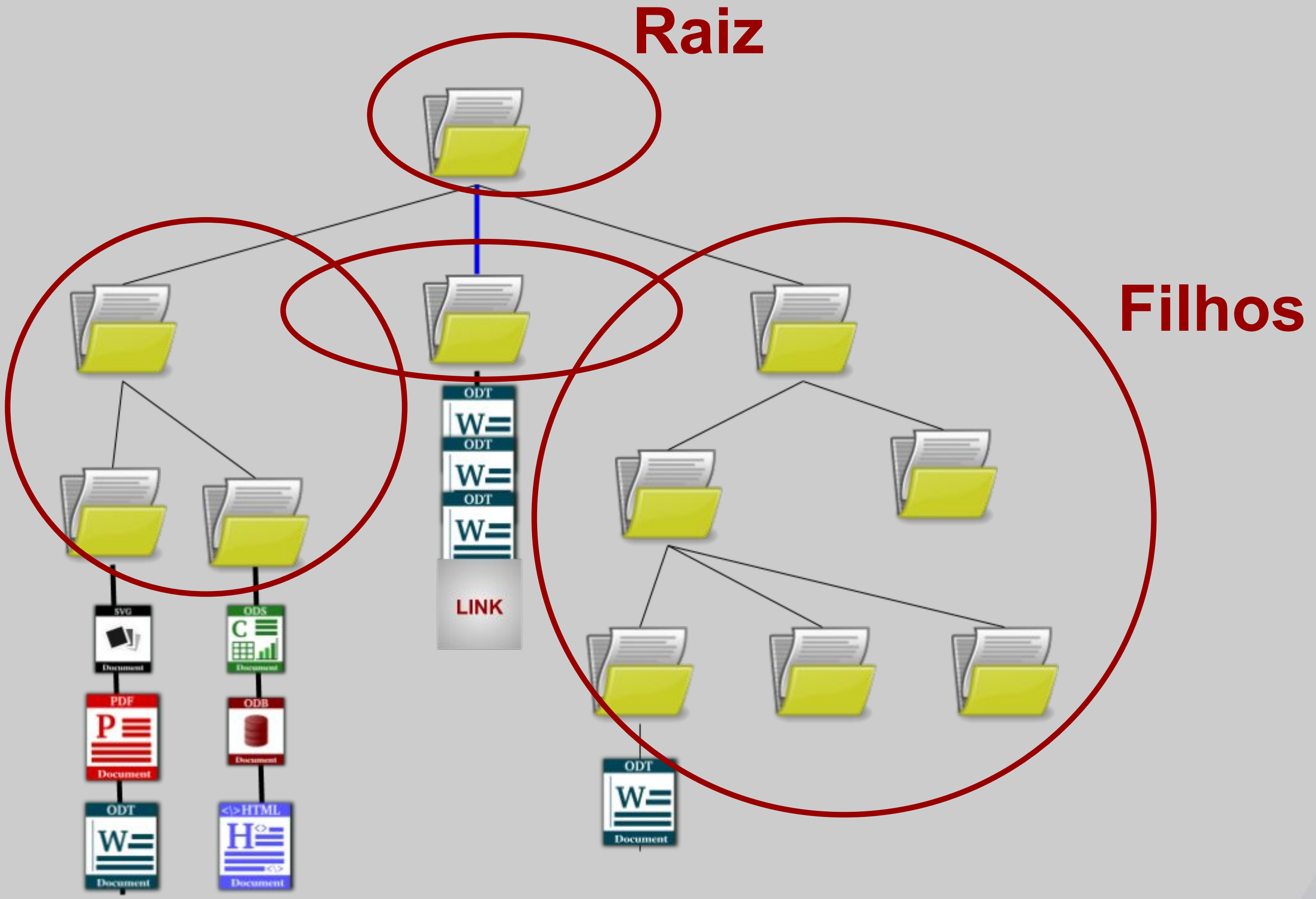
Terminologias

Árvore: grafo conexo acíclico com um nó especial, denominado raiz da árvore.

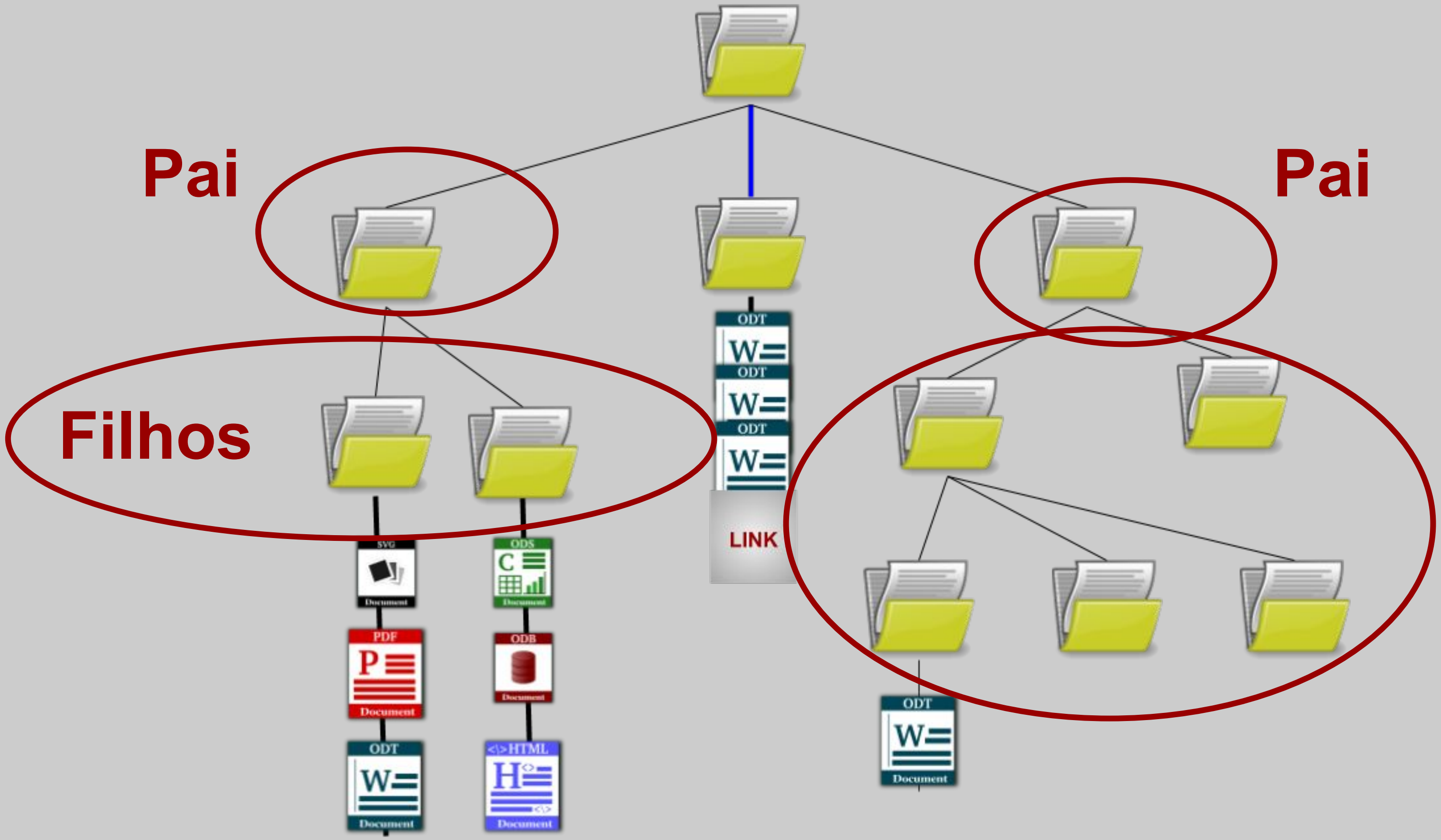
3a+((b+5)- 4/a)



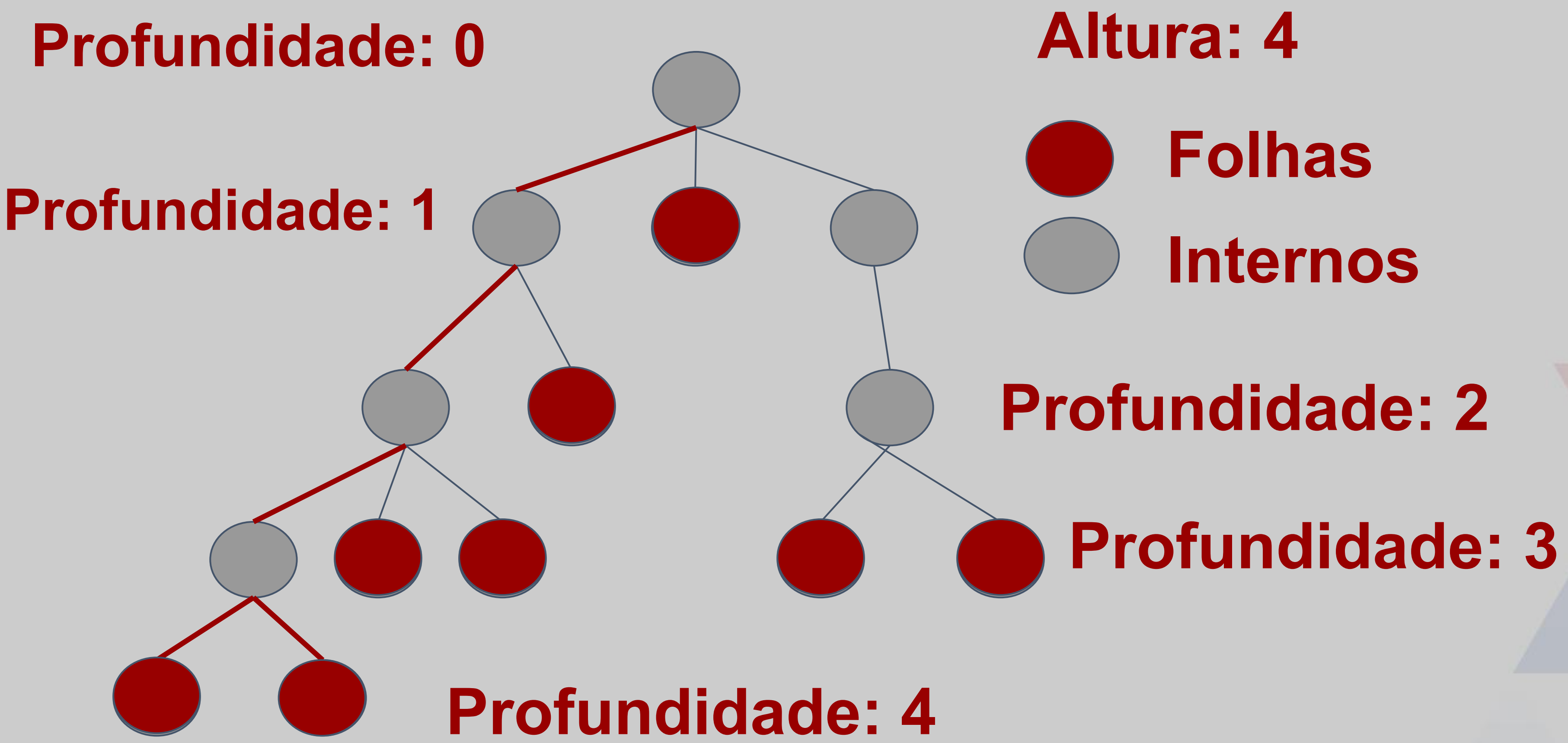
Terminologias



Terminologias

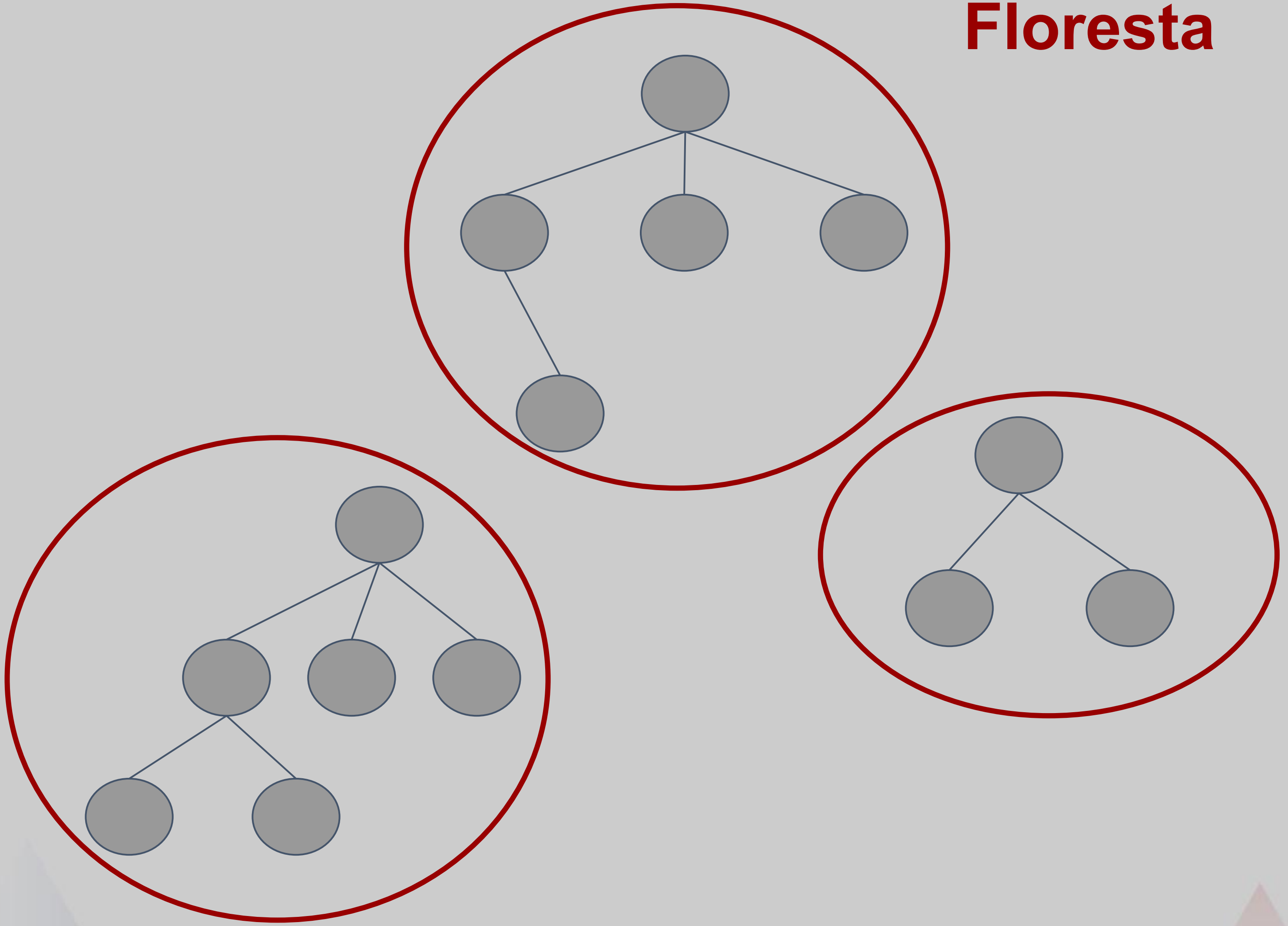


Terminologias



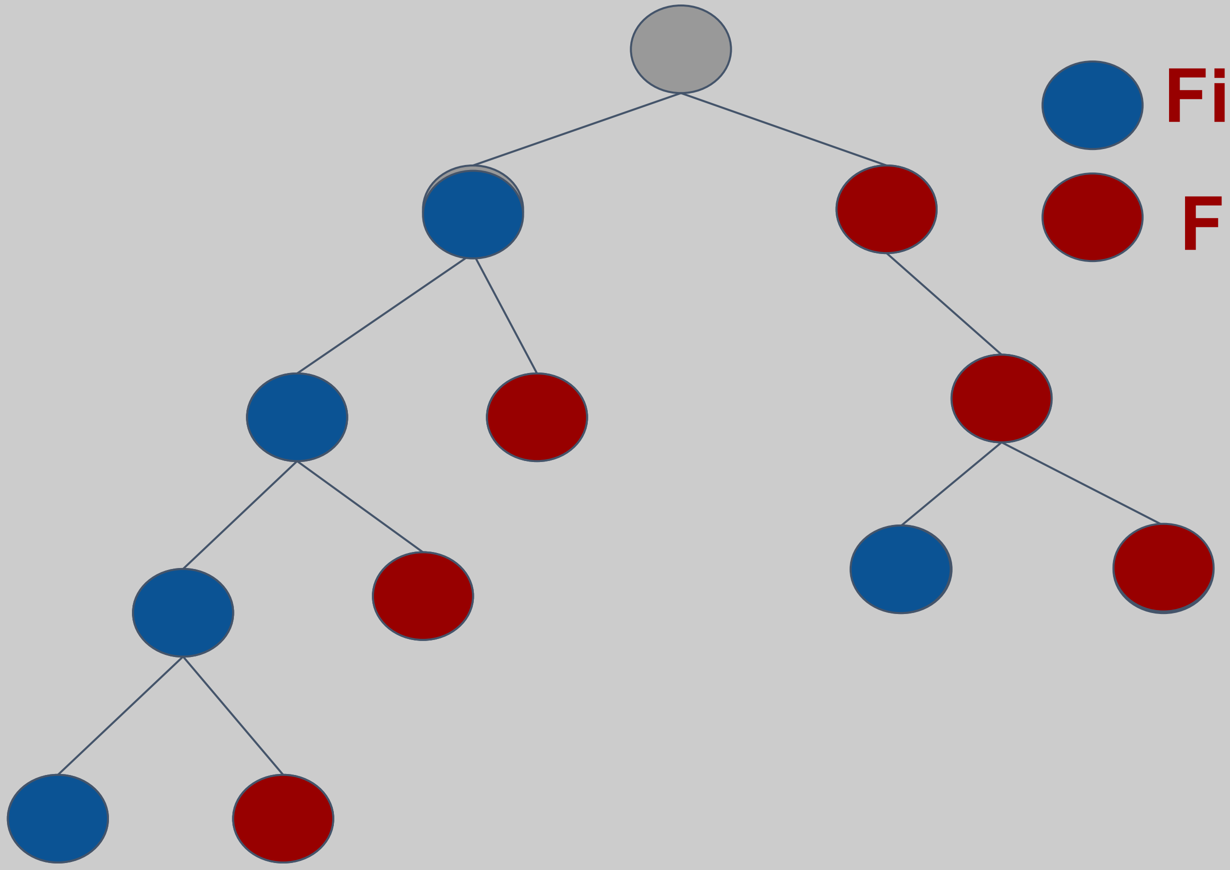
Terminologias

Floresta



Terminologias

Árvore Binária

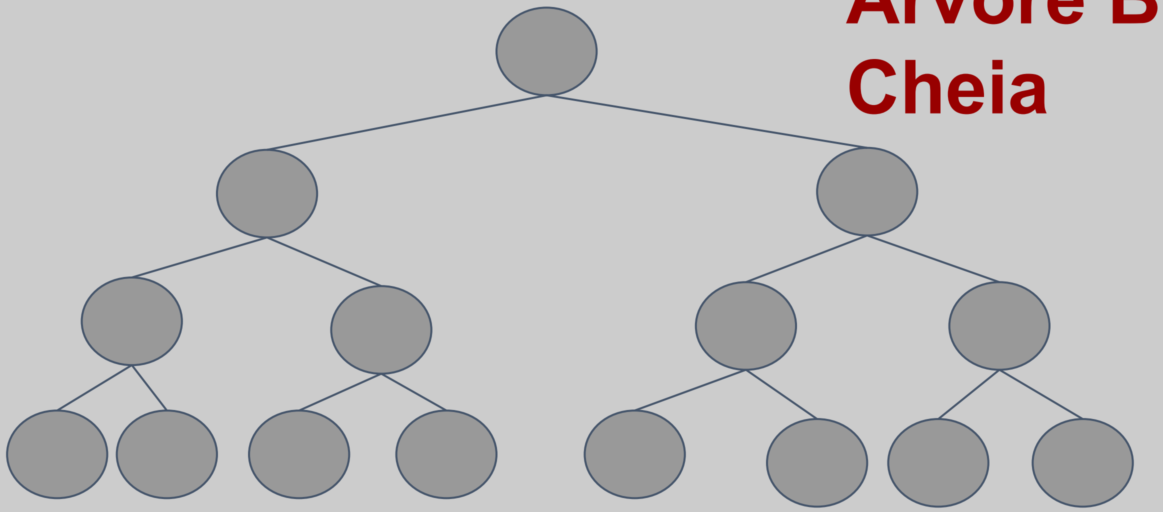


Filho esquerdo

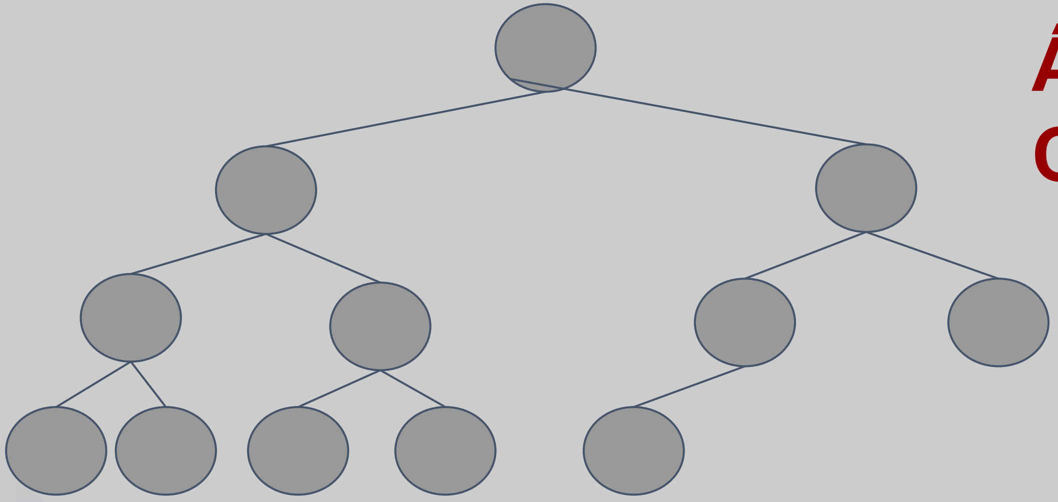
Filho direito

Terminologias

Árvore Binária Cheia



Árvore Binária Completa



Representação Computacional

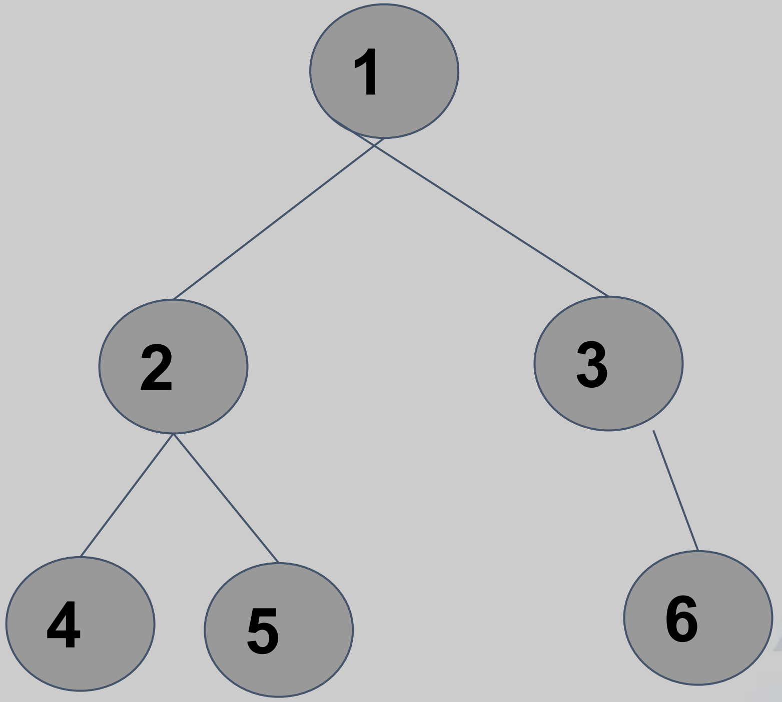
- **As representações de grafos podem ser usadas para árvores.**

- **Porém, árvores binárias têm características especiais como a identidade do filho esquerdo e do direito.**

Representação Computacional

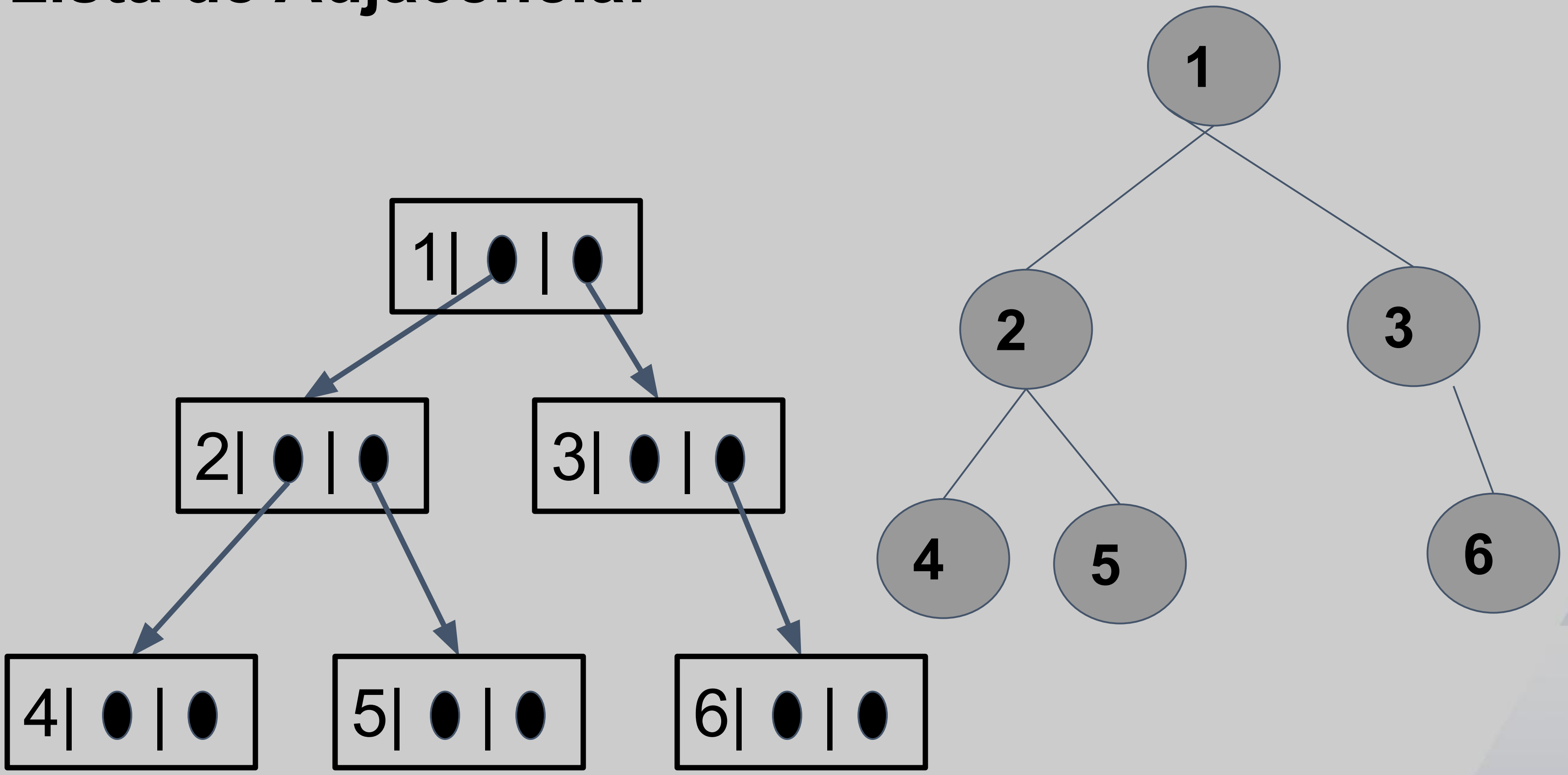
Representação em tabela equivalente à matriz de adjacência.

	Esquerdo	Direito
1	2	3
2	4	5
3	0	6
4	0	0
5	0	0
6	0	0



Representação Computacional

Lista de Adjacência:



Algoritmos de Percurso

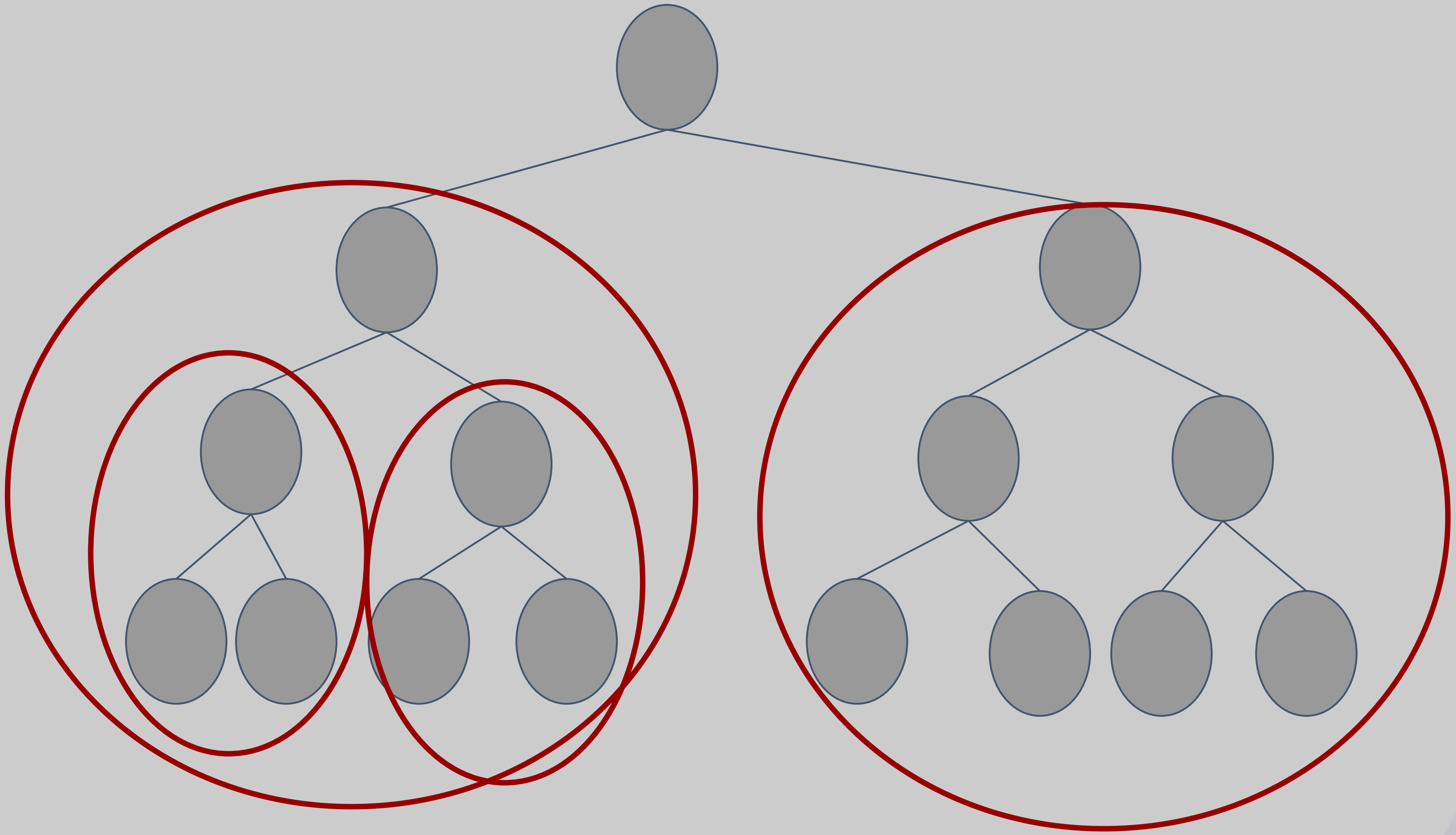
Numa estrutura em árvore, torna-se necessário acessar os dados armazenados, por exemplo, para escrever tais dados.

Assim, temos algoritmos de percurso que permitem visitar todos os nós na estrutura em árvore.

Os algoritmos de percurso mais comuns são:

- **pré-ordem**
- **ordem simétrica**
- **pós-ordem.**

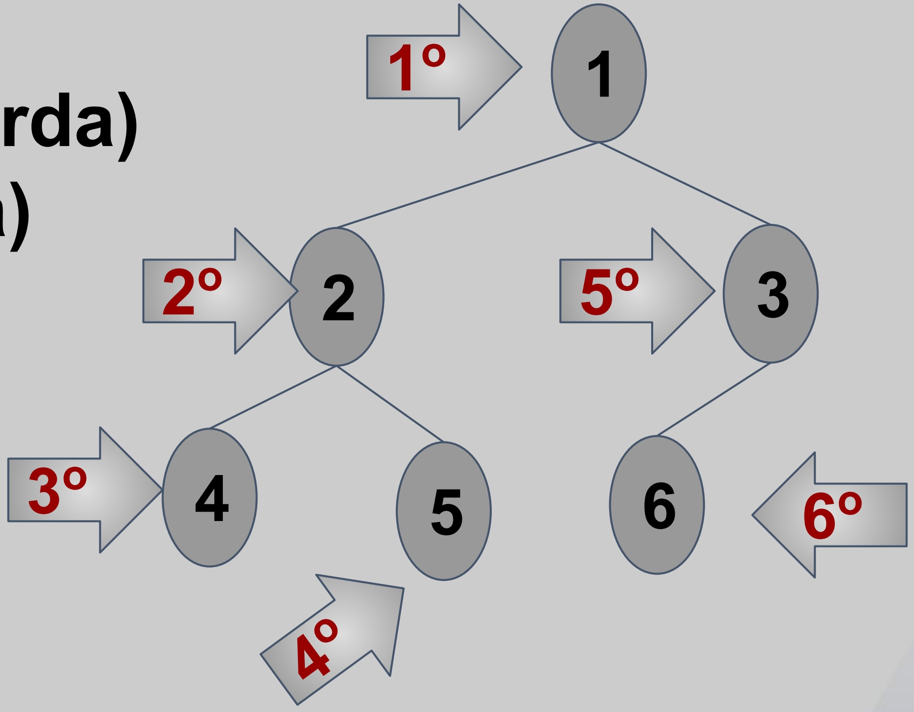
Algoritmo de Percurso



Algoritmo de Percurso

1
2
4
5
3
6

Algoritmo PréOrdem (árv. bin. com raiz p)
  Se p!= null
    escreva (p)
    PréOrdem (p.esquerda)
    PréOrdem (p.direita)

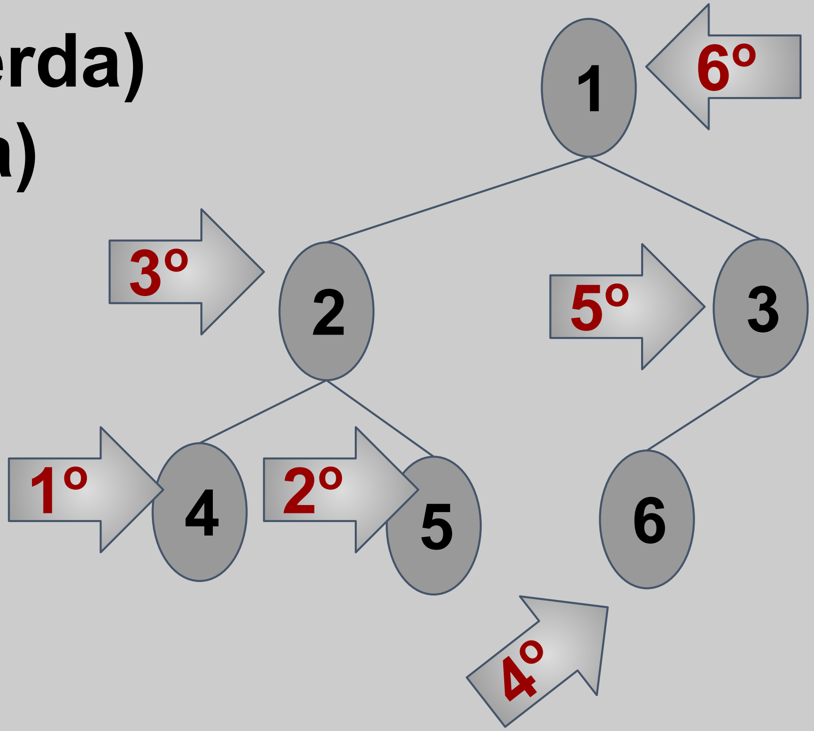


Pré-ordem:
- raiz
- esquerda
- direita

Algoritmo de Percurso

Algoritmo PósOrdem (árv. bin. com raiz p)
  Se p!= null
    PósOrdem (p.esquerda)
    PósOrdem (p.direita)
    escreva (p)

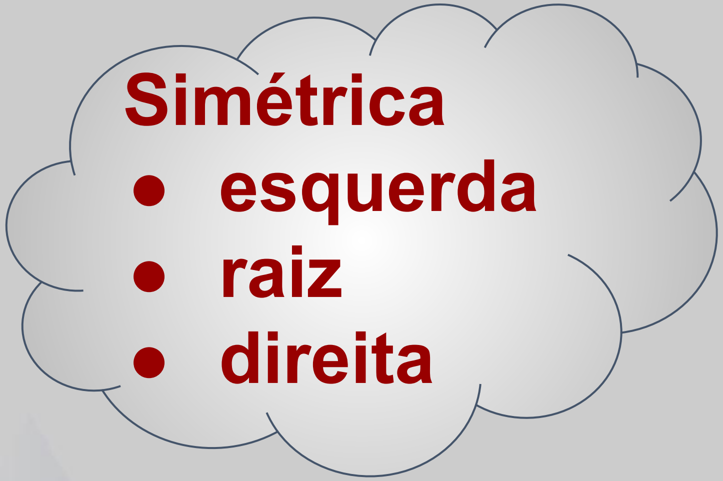
Pós-ordem:
- esquerda
- direita
- raiz

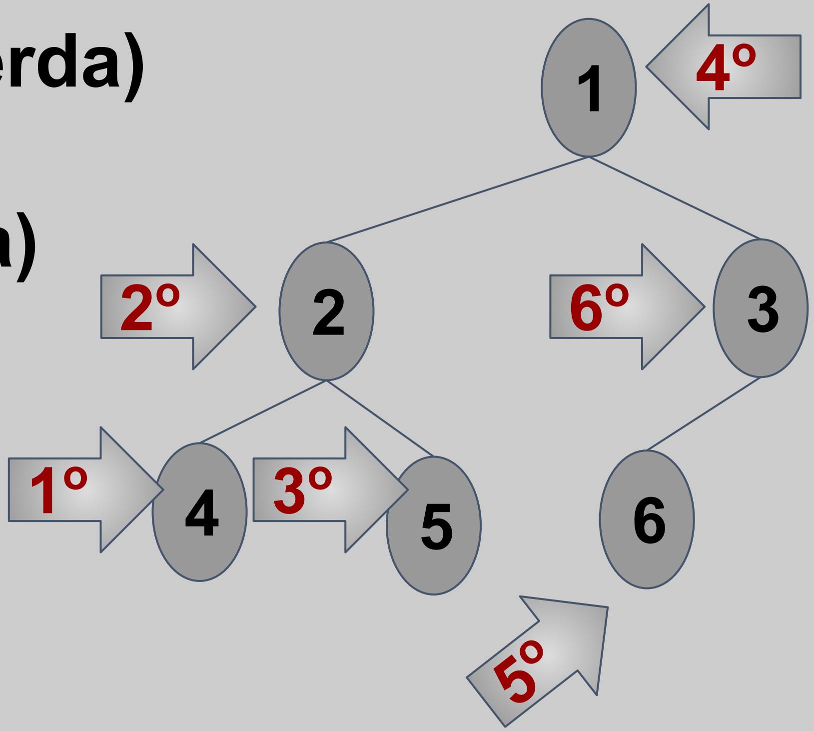


4
5
2
6
3
1

Algoritmo de Percurso

Algoritmo SimOrdem (árv. bin. com raiz p)
  Se p!= null
    SimOrdem (p.esquerda)
    escreva (p)
    SimOrdem (p.direita)





4
2
5
1
6
3

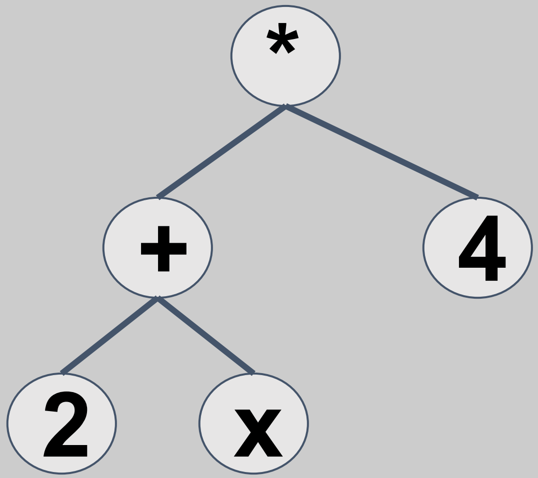
Algoritmos de Percurso

Algoritmo ordem simétrica

Notação Infixa

(2+x)*4

2+x*4



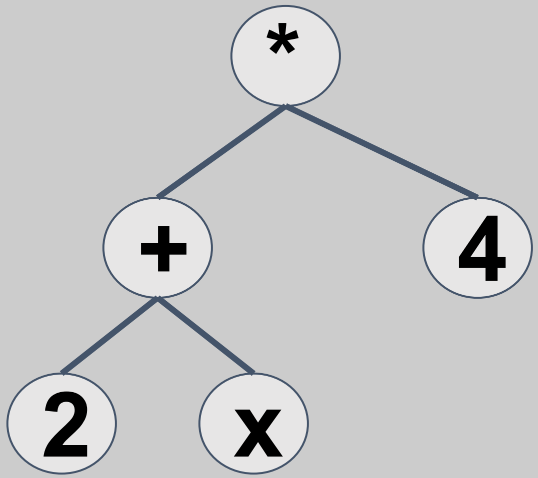
Algoritmos de Percurso

Algoritmo pré-ordem

Notação Polonesa

*+2x4

*+2x4 → *(2+x)4
→ (2+x)*4



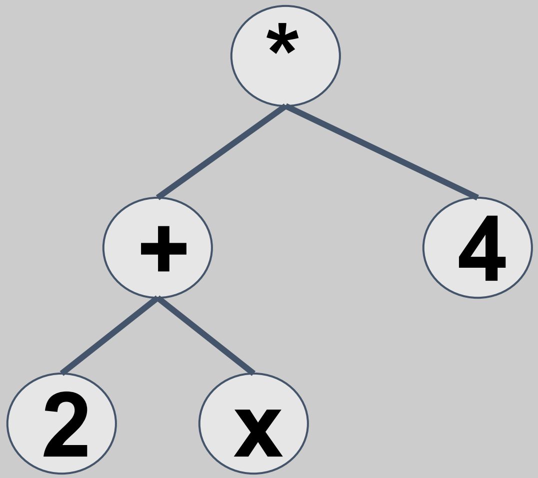
Algoritmos de Percurso

Algoritmo pós-ordem

Notação Polonesa Inversa

2x+4*

2x+4* → (2+x)4*
→ (2+x)*4



Resultados em Árvores

Uma árvore com n nós tem n – 1 arcos.

Prova por indução:
Passo base:
n=1 nós $\Rightarrow$ 1-1=0 arcos

Hipótese de indução:
n=k nós temos k-1 arcos.

Vamos provar para n=k+1 arcos.

Resultados em Árvores

Uma árvore com n nós tem n – 1 arcos.

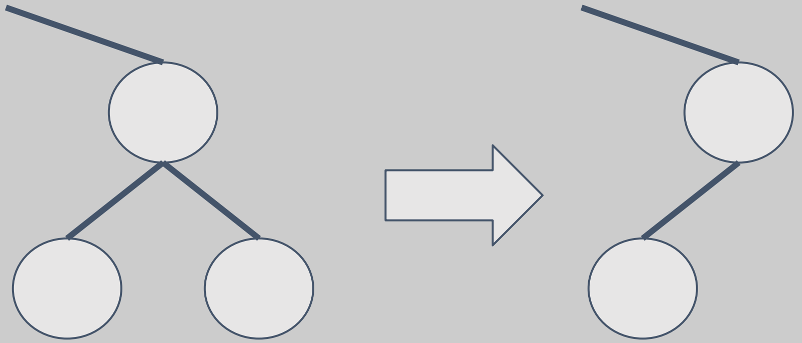
Prova por indução:

Hipótese de indução: n=k nós temos k-1 arcos.

Vamos provar para n=k+1 nós.

- Se temos uma árvore com k+1 nós, há nós folhas já que há um número limitado de nós.
- Vamos remover um nó folha e o arco que o liga à árvore.

Resultados em Árvores



- **Ao remover 1 nó folha, não criamos desconexão na árvore.**
- **Continuamos com uma árvore com k nós e, pela hipótese de indução, temos k-1 arcos.**

Resultados em Árvores

Agora, ao voltarmos com 1 arco e 1 nó, temos:

n=k+1 (adicionamos 1 nó)

k-1+1 (adicionamos 1 arco)

Temos uma árvore com n=k+1 e k arcos, demonstrando que uma árvore com n nós terá n-1 arcos.

Resultados em Árvores

Prove que, em qualquer árvore com n nós, o número total de extremidades de arcos é 2n – 2.

Por indução, vamos analisar o passo base:
n=1 ⇒ 2(1)-2=0 ok já que não há arcos.
n=k, suponha válido 2k-2 extremidades

n=k+1, vamos remover 1 nó folha e seu arco.
Temos uma árvore com k nós e, por hipótese de indução, 2k-2 arcos.

Resultados em Árvores

Prove que, em qualquer árvore com n nós, o número total de extremidades de arcos é 2n – 2.

Temos uma árvore com k nós e, por hipótese de indução, 2k-2 arcos.

Adicionando o nó e arco removidos, temos uma árvore com k+1 nós e mais duas extremidades, logo:

2k-2+2 = 2k = 2(k+1)-2 extremidades.

Logo, para n nós temos 2n-2 extremidades

Os conceitos e exemplos apresentados nesses slides são baseados no conteúdo da seção 6.2 do material-base “Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação”, J.L. Gersting, 7a edição, LTC editora.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

Árvores e suas representações