

# FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

**Programação Lógica**

# SUMÁRIO

- **Linguagens Procedimentais e Declarativas**
- **Prolog**
- **Cláusulas de Horn**
- **Recorrência**

# Linguagens procedimentais e declarativas

- **Linguagem procedimental**
  - **Instruções para executar o algoritmo que resolverá o problema.**
  - **O computador é instruído a resolver o problema passo a passo.**



# Linguagens procedimentais e declarativas

- Linguagem declarativa
  - Baseia-se na lógica de predicados.
  - Utiliza regras de inferência, permitindo ao usuário obter conclusões a partir das hipóteses.

<https://www.swi-prolog.org/>

**Prolog**

# Prolog

**PROgramming in LOGic - Programando em Lógica**

**Banco de dados Prolog: declarações que constituem um programa em Prolog.**

- **Fatos**
- **Regras**

# Prolog

**Fatos:** definem predicados para itens em algum conjunto universo.

**Exemplo:**

- **Planta(x):** x é planta
- **Animal(x):** x é animal
- **seAlimenta(x,y):** x se alimenta de y

# Prolog

animal(urso)	animal(veado)	seAlimenta(urso, peixe)
animal(peixe)	planta(grama)	seAlimenta(urso, raposa)
animal(raposa)	planta(flores)	seAlimenta(veado, grama)

**Consultas:**

**?seAlimenta(veado, grama)**

**sim**

**?seAlimenta(urso, coelho)**

**não**

**Consultas:**

**?seAlimenta(urso, X)**

**peixe**

**raposa**

# Prolog

animal(urso)	animal(veado)	seAlimenta(urso, peixe)
animal(peixe)	planta(grama)	seAlimenta(urso, raposa)
animal(raposa)	planta(flores)	seAlimenta(veado, grama)

## Consultas:

?seAlimenta(X, Y) e planta(Y)

?seAlimenta(urso, peixe) e planta(peixe)

**V**

**F**

?seAlimenta(veado, grama) e planta(grama)

**V**

**V**



# Prolog

**Regras:** descrição de um predicado por meio de um condicional.

**Exemplo:**

`presa(X) <= seAlimenta(Y, X) e animal(X)`

`presa(X): x é uma presa.`

$[\text{animal}(X)] \wedge [\text{seAlimenta}(Y, X)] \rightarrow [\text{presa}(X)]$

`?presa(X)`

`peixe`

`raposa`

# Prolog

```
animal(urso)      animal(veado) seAlimenta(urso, peixe)  
animal(peixe)     planta(grama)  seAlimenta(urso, raposa)  
animal(raposa)   planta(flores)  seAlimenta(veado, grama)
```

**Exemplo:**

**presa(X) <= seAlimenta(Y, X) e animal(X)**

**?presa(X)**

**peixe**

**raposa**

# Cláusulas de Horn

Trata-se de uma fbf formada por predicados ou negação de predicados conectada por disjunções, onde no máximo um predicado não esteja negado.

$A(u)$	$A(v)$	$Al(u,p)$
$A(p)$	$P(g)$	$Al(u,r)$
$A(r)$	$P(f)$	$Al(v,g)$
$[Al(y, x)] \wedge [A(x)] \rightarrow Pr(x)$		

- $Al(v, g)$
- $[Al(y, x)]' \vee [A(x)]' \vee Pr(x)$   
 $\Leftrightarrow ([Al(y, x)] \wedge [A(x)])' \vee Pr(x)$  **De Morgan**  
 $\Leftrightarrow ([Al(y, x)] \wedge [A(x)]) \rightarrow Pr(x)$  **Condicional**

# Cláusulas de Horn

- A regra de resolução do Prolog busca um termo e sua negação para inferir uma cláusula de Horn de duas outras.
- A única regra de inferência usada pelo Prolog é chamada de **resolução**.

# Cláusulas de Horn

## Resolução

1.  $A(a)$                       Cláusula de Horn

2.  $[A(a)]' \vee B(b)$        Cláusula de Horn

3.  $B(b)$                       Resolução

O mesmo que

1.  $A(a)$

2.  $A(a) \rightarrow B(b)$         $[A(a)]' \vee B(b) \Leftrightarrow A(a) \rightarrow B(b)$

3.  $B(b)$                       1,2 modus ponens

# Cláusulas de Horn

?presa(X)

Prolog busca uma regra que tenha o predicado  $\text{Pr}(x)$  como consequente.

$[A'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee \text{Pr}(x)$

$A(u)$	$A(v)$	$Al(u, p)$
$A(p)$	$P(g)$	$Al(u, r)$
$A(r)$	$P(f)$	$Al(v, g)$
$[A'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee \text{Pr}(x)$		

# Cláusulas de Horn

?presa(X)

$[AI'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee Pr(x)$

Procuramos no banco por cláusulas que permitam a resolução.

$AI(\mathbf{u}, \mathbf{p})$

A(u)	A(v)	AI(u,p)
A(p)	P(g)	AI(u,r)
A(r)	P(f)	AI(v,g)
$[AI'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee Pr(x)$		

# Cláusulas de Horn

?presa(X)

$[AI'(u, p)] \vee [A(p)]' \vee Pr(p)$

$AI(u, p)$

Resolução

$[A(p)]' \vee Pr(p)$

$AI(u, p)$

$[AI(u, p)] \rightarrow [A(p)]'$   
 $\vee Pr(p)$

$[A(p)]' \vee Pr(p)$

A(u)	A(v)	AI(u,p)
A(p)	P(g)	AI(u,r)
A(r)	P(f)	AI(v,g)
$[AI'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee Pr(x)$		



# Cláusulas de Horn

?presa(X)

$[A(p)]' \vee Pr(p)$

$A(p)$

Resolução

$Pr(p)$

$A(u) \quad A(v) \quad Al(u,p)$

$A(p) \quad P(g) \quad Al(u,r)$

$A(r) \quad P(f) \quad Al(v,g)$

$[Al'(y, x)] \vee [A(x)]' \vee Pr(x)$

$A(p)$

$[A(p)] \rightarrow Pr(p)$

$Pr(p)$

# Cláusulas de Horn

$\text{caçado}(X) \leq \text{presa}(X)$

$\text{Pr}(x) \rightarrow \text{Ca}(x) \Leftrightarrow [\text{Pr}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$

$[\text{Pr}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$

$[\text{Al}'(y, x)] \vee [\text{A}(x)]' \vee \text{Pr}(x)$

$[\text{Al}(y, x)]' \vee [\text{A}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$

A(u)	A(v)	Al(u,p)
------	------	---------

A(p)	P(g)	Al(u,r)
------	------	---------

A(r)	P(f)	Al(v,g)
------	------	---------

$[\text{Al}'(y, x)] \vee [\text{A}(x)]' \vee \text{Pr}(x)$

**$[\text{Pr}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$**

# Cláusulas de Horn

$$[\text{Pr}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$$

$$\text{Pr}(x) \rightarrow \text{Ca}(x)$$

$$[\text{Al}(y, x)]' \vee [\text{A}(x)]' \vee \text{Pr}(x)$$

$$([\text{Al}(y, x)] \wedge [\text{A}(x)])' \rightarrow \text{Pr}(x)$$

$$[\text{Al}(y, x)]' \vee [\text{A}(x)]' \vee \text{Ca}(x)$$

$$([\text{Al}(y, x)] \wedge [\text{A}(x)])' \rightarrow \text{Ca}(x)$$

**$A \rightarrow B$  e  $B \rightarrow C$ , temos**

**$A \rightarrow C$**

# Recorrência

As regras no Prolog são condicionais com antecedentes no lado direito das regras.

As regras podem depender dos fatos:

`presa(X) <= seAlimenta(Y, X) e animal(X)`

Ou de outras regras:

`caçado(X) <= presa(X)`

# Recorrência

O antecedente de uma regra pode depender da própria regra

$\text{nacadeiaalimentar}(X, Y) \Leftarrow \text{seAlimenta}(X, Y)$

$\text{nacadeiaalimentar}(X, Y) \Leftarrow$   
 $\text{seAlimenta}(X, Z) \text{ e } \text{nacadeiaalimentar}(Z, Y)$

Uma definição na qual o item  
que está sendo definido faz  
parte da definição é chamada  
de uma definição recorrente  
ou recursiva.

# Recorrência

**presa(X) <= seAlimenta(Y, X) e animal(X)**

seAlimenta(urso, peixe)  
seAlimenta(peixe, peixinho)  
seAlimenta(peixinho, alga)  
seAlimenta(guaxinim, peixe)  
seAlimenta(urso, guaxinim)  
seAlimenta(urso, raposa)  
seAlimenta(raposa, coelho)  
seAlimenta(coelho, grama)  
seAlimenta(urso, veado)  
seAlimenta(veado, grama)  
seAlimenta(lince, veado)

animal(urso)  
animal(peixe)  
animal(peixinho)  
animal(guaxinim)  
animal(raposa)  
animal(coelho)  
animal(veado)  
animal(lince)  
planta(grama)  
planta(alga)

# Recorrência

**$\text{presa}(X) \Leftarrow \text{seAlimenta}(Y, X) \text{ e } \text{animal}(X)$**

**$\text{nacadeiaalimentar}(X, Y) \Leftarrow \text{seAlimenta}(X, Y)$**

**$\text{nacadeiaalimentar}(X, Y) \Leftarrow \text{seAlimenta}(X, Z) \text{ e } \text{nacadeiaalimentar}(Z, Y)$**



**$\text{nacadeiaalimentar}(\text{urso}, Y)$   
 $\Leftarrow \text{seAlimenta}(\text{urso}, Z) \text{ e } \text{nacadeiaalimentar}(Z, Y)$**

# Recorrência

`naCADEIAalimentar(urso, Y)`

`<= seAlimenta(urso, Z) e naCADEIAalimentar(Z, Y)`

`seAlimenta(urso, peixe)`

`seAlimenta(peixe, peixinho)`

`seAlimenta(peixinho, alga)`

`seAlimenta(guaxinim, peixe)`

`seAlimenta(urso, guaxinim)`

`seAlimenta(urso, raposa)`

`seAlimenta(raposa, coelho)`

`seAlimenta(coelho, grama)`

`seAlimenta(urso, veado)`

`seAlimenta(veado, grama)`

`seAlimenta(lince, veado)`



# Recorrência

**nacadeiaalimentar(urso, Y)**

**<= seAlimenta(uso, Z) e cadeiaalimentar(Z, Y)**

**seAlimenta(urso, peixe) e cadeiaAlimentar(peixe, Y)**

**seAlimenta(urso, guaxinim) e**

**cadeiaAlimentar(guaxinin, Y)**

**seAlimenta(urso, raposa) e**

**cadeiaAlimentar(raposa, Y)**

**seAlimenta(urso, veado) e**

**cadeiaAlimentar(veado, Y)**

# Recorrência

**naCadeiaAlimentar(urso, Y)**

**<= seAlimenta(urso, Z) e cadeiaAlimentar(Z, Y)**

**cadeiaAlimentar(urso, peixe)**

**<= seAlimenta(urso, peixe) e cadeiaAlimentar(peixe, Y)**

**cadeiaAlimentar(peixe, peixinho)**

**<= seAlimenta(peixe, peixinho) e  
cadeiaAlimentar(peixinho, alga)**

**cadeiaAlimentar(peixinho, alga)**

**<= seAlimenta(peixinho, alga))**

**Os conceitos e exemplos apresentados  
nesses slides são baseados no conteúdo da  
seção 1.5 do material-base “Fundamentos  
Matemáticos para a Ciência da Computação”,  
J.L. Gersting, 7a edição, LTC editora.**

# FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA COMPUTAÇÃO

**Programação Lógica**