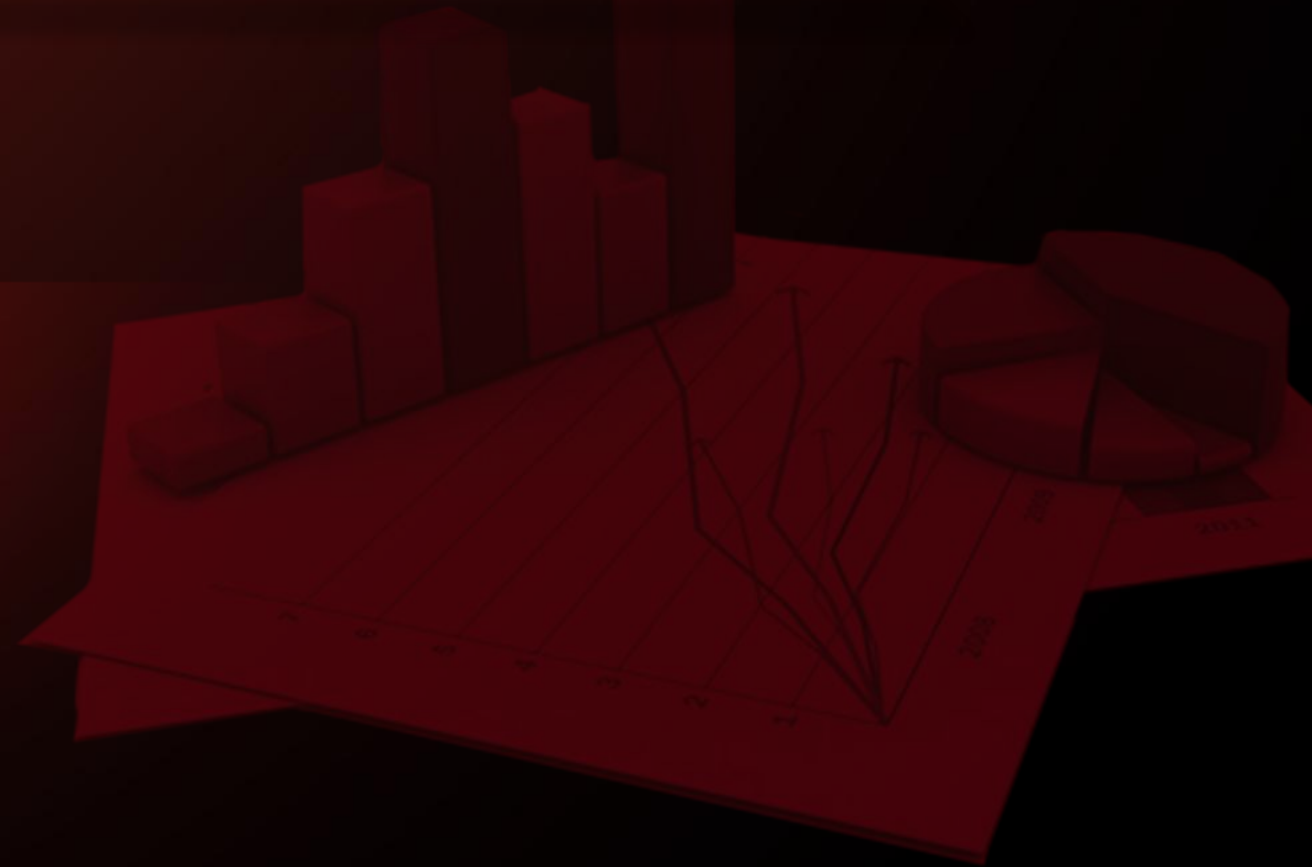


MODELAGEM E INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Adequações do modelo e
modelos não lineares



O QUE VOU APRENDER HOJE?

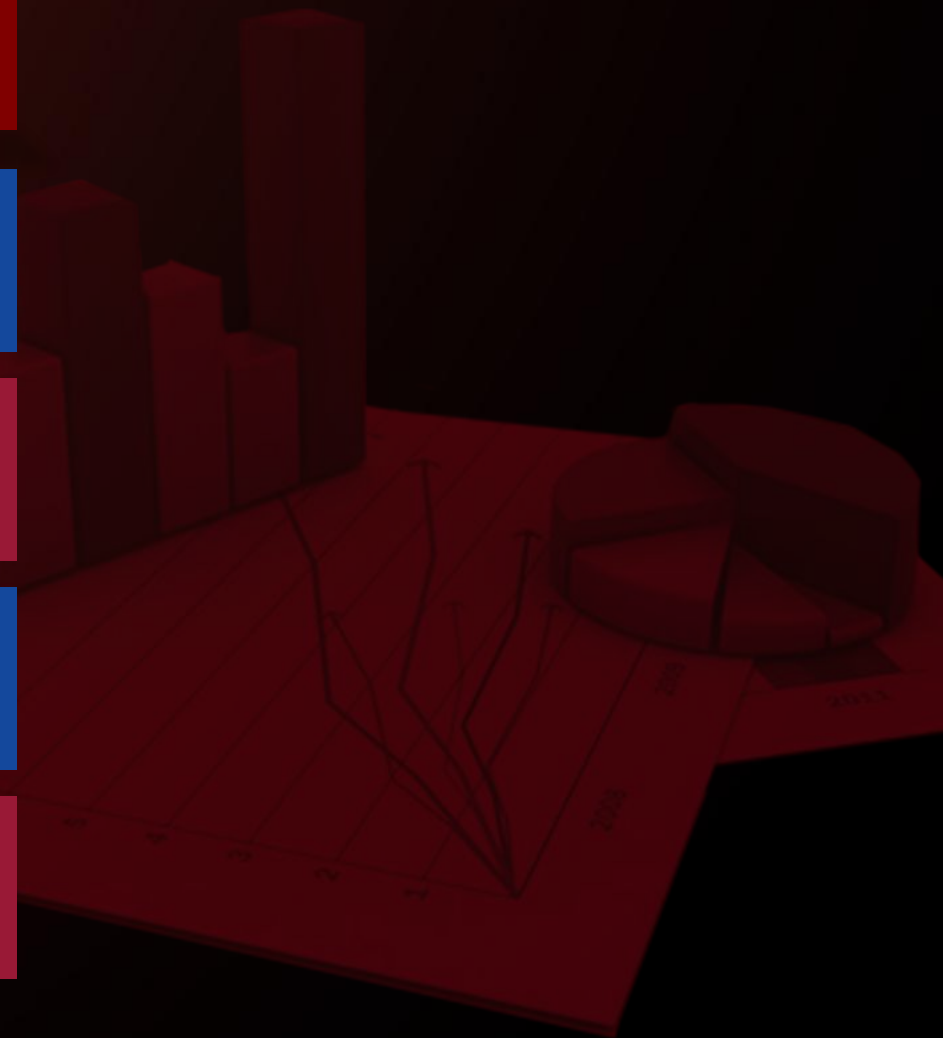
Verificar a adequabilidade do modelo

- Resíduos e resíduos padronizados

Gráficos de diagnóstico

Modelos não lineares

Regressão com variáveis transformadas



VERIFICAR A ADEQUABILIDADE DO MODELO

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

- ✓ Linearidade: a relação entre x e y é linear.
- ✓ Homoscedasticidade: assume que os resíduos têm variância constante.
- ✓ Independência: assume que os termos de erro são independentes.
- ✓ Normalidade: assume que os resíduos são normalmente distribuídos.

VERIFICAR A ADEQUABILIDADE DO MODELO

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

O modelo probabilístico linear
se aplica a todo tipo de dados?



VERIFICAR A ADEQUABILIDADE DO MODELO

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

$[Y | X]$

Distibuição de probabilidade

$n(X, \beta)$

Parâmetros

Variáveis preditoras

Função

Linear
Não-linear
Uma variável
Múltiplas variáveis

RESÍDUOS E RESÍDUOS PADRONIZADOS

1. $E(Y_i - \hat{Y}_i) = E(Y_i) - E(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)$
 $E(Y_i - \hat{Y}_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i) = 0$

2. $V(Y_i - \hat{Y}_i) = \sigma^2 \cdot \left[1 - \frac{1}{n} - \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]$

3. $e_i^* = \frac{y_i - \hat{y}_i}{s \sqrt{1 - \frac{1}{n} - \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}}}} \quad i = 1, \dots, n$

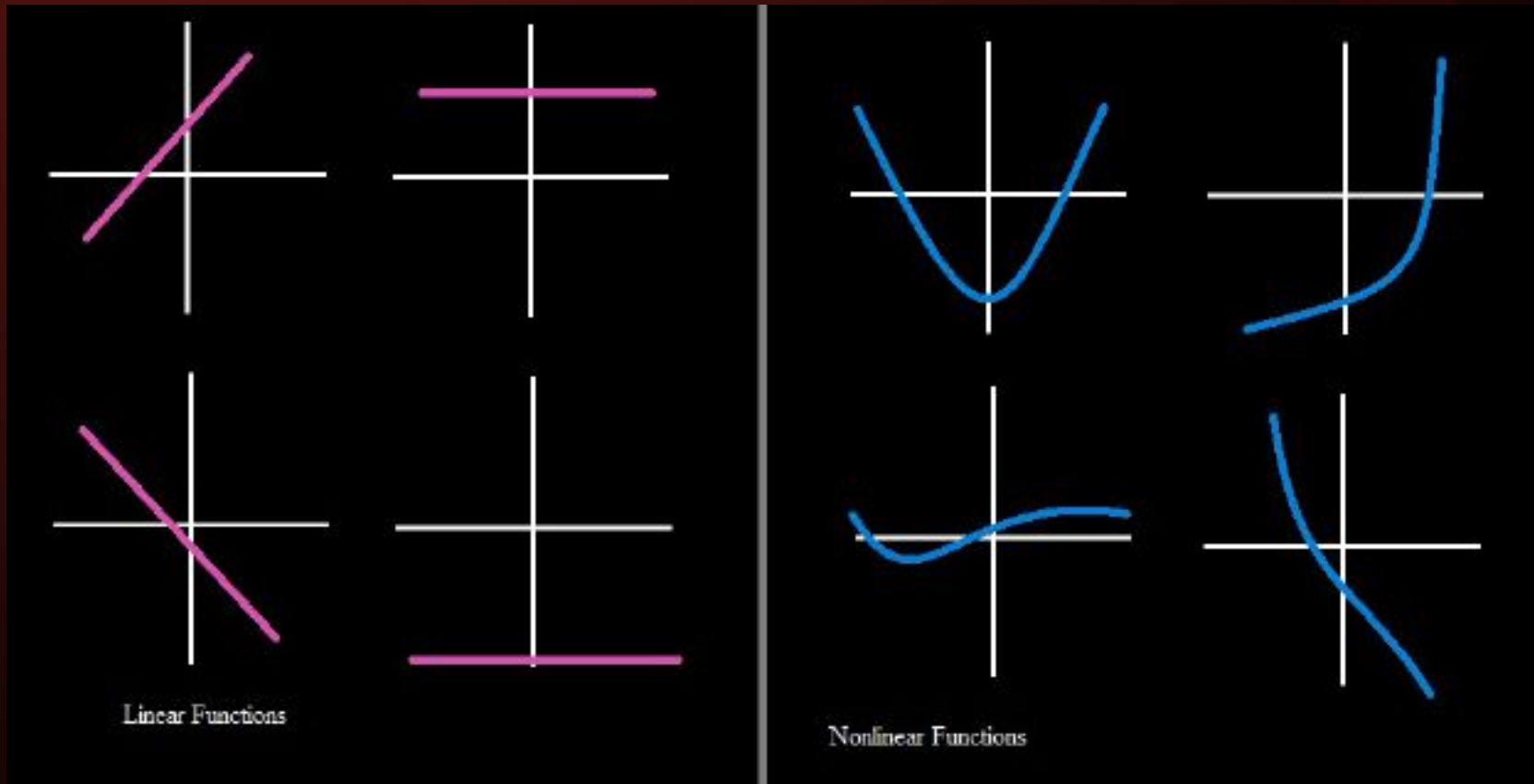
GRÁFICOS DE DIAGNÓSTICO

Variáveis que devem ser observadas para verificar a validade e utilidade do modelo:

	Abcissas Eixo horizontal	Ordenadas Eixo vertical	Representação
1	x (variável preditora)	e^* ou e	(x, e^*)
2	\hat{y} (dados previstos)	e^* ou e	(\hat{y}, e^*)
3	y (dados observados)	\hat{y} (dados previstos)	(y, \hat{y})
4	Gráfico de probabilidade normal de e^*		

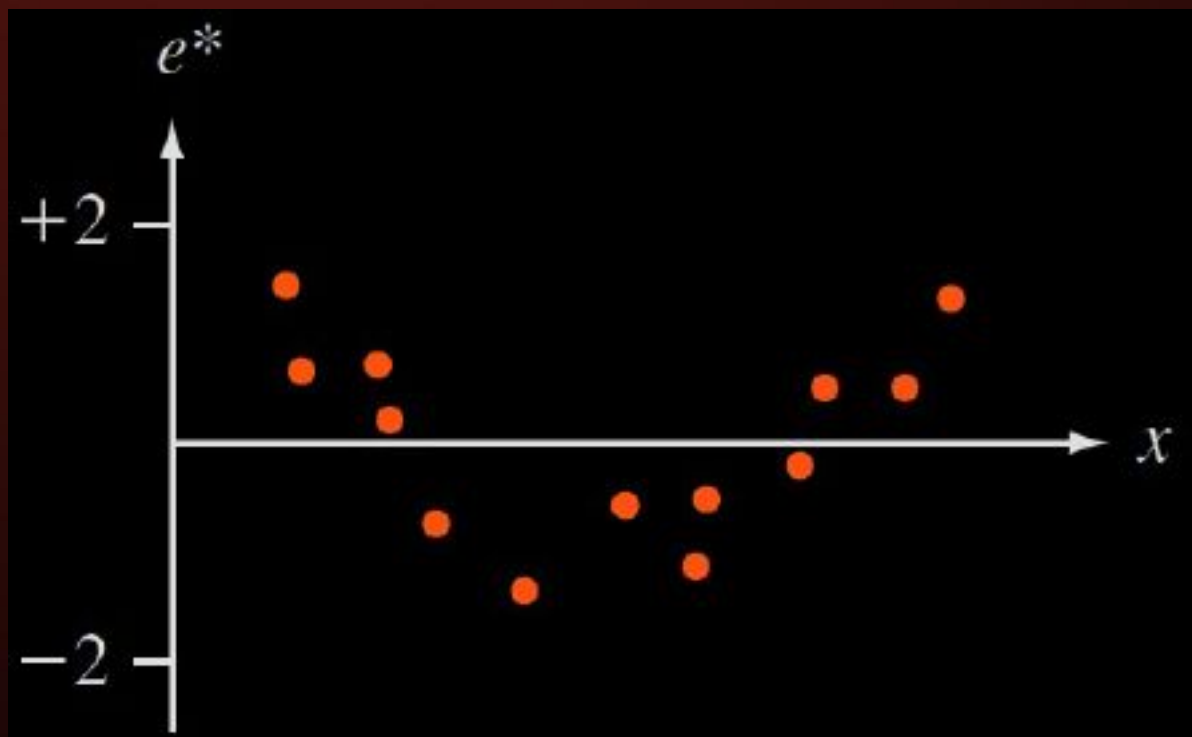
EXPECTATIVA VS. REALIDADE

1. Os dados nem sempre têm um comportamento linear



EXPECTATIVA VS. REALIDADE

1. Os dados nem sempre têm um comportamento linear

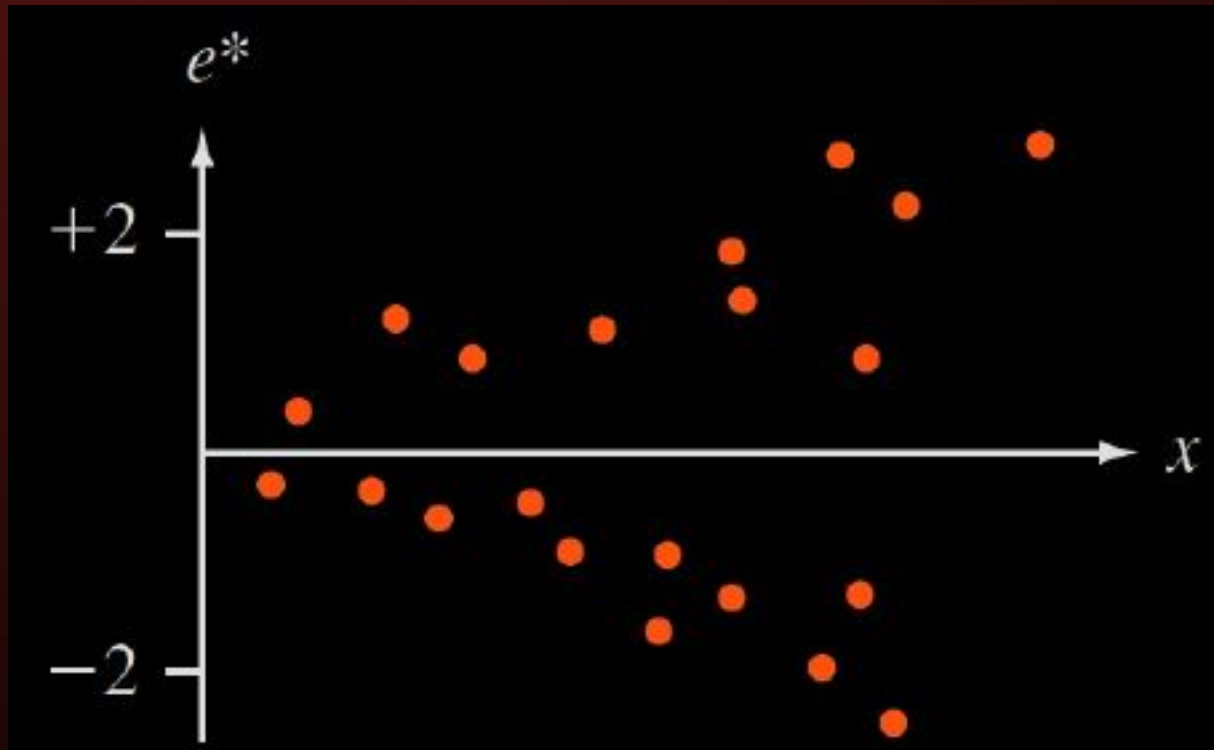


Dados não lineares

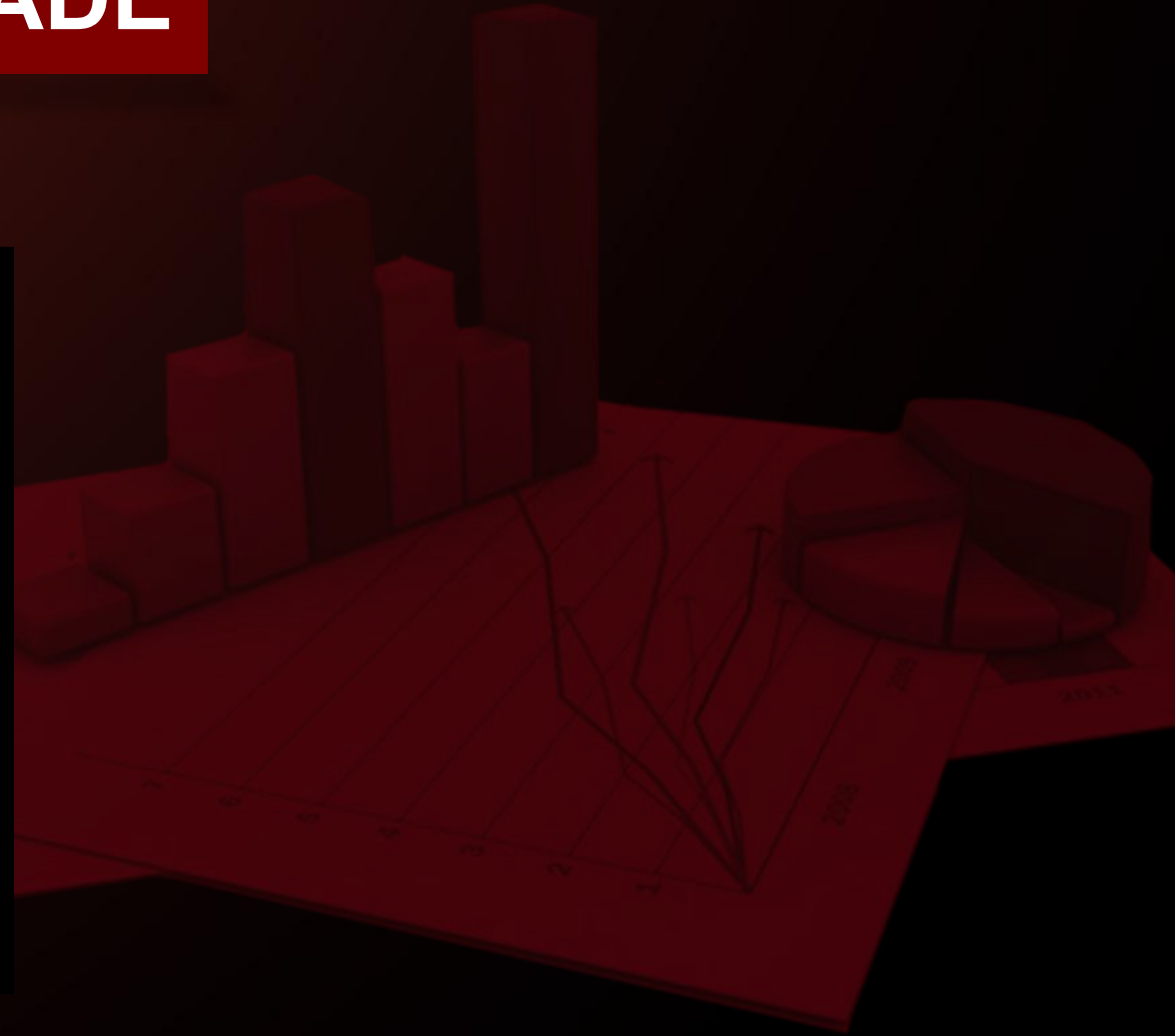
Fonte: (DEVORE, 2018, p. 510)

EXPECTATIVA VS. REALIDADE

2. Variância de Y depende de x

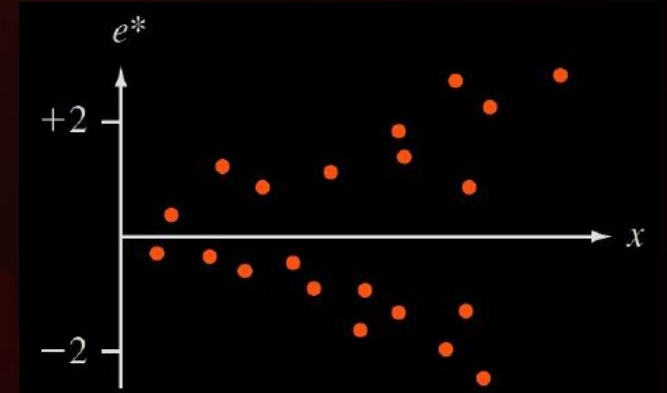


Variância não constante
Fonte: (DEVORE, 2018, p. 510)



EXPECTATIVA VS. REALIDADE

- ✓ Método de mínimos quadrados ordinário considera σ^2 constante.
- ✓ β_0 e β_1 são estimados atribuindo os mesmos pesos a cada (x_i, y_i) .
- ✓ Se a variância de Y depende de x, então $V(Y_i) \neq \sigma^2$ não é constante.
- ✓ Atribuir pesos: Se $V(Y_i)$ aumenta com x:
 - ✓ Peso menor para Y_i resultante de x grande.
 - ✓ Peso maior para Y_i resultante de x pequeno.
- ✓ Mínimos quadrados ponderados $V(Y_i) = kx_i^2$ \square $w_i = 1/x_i^2$

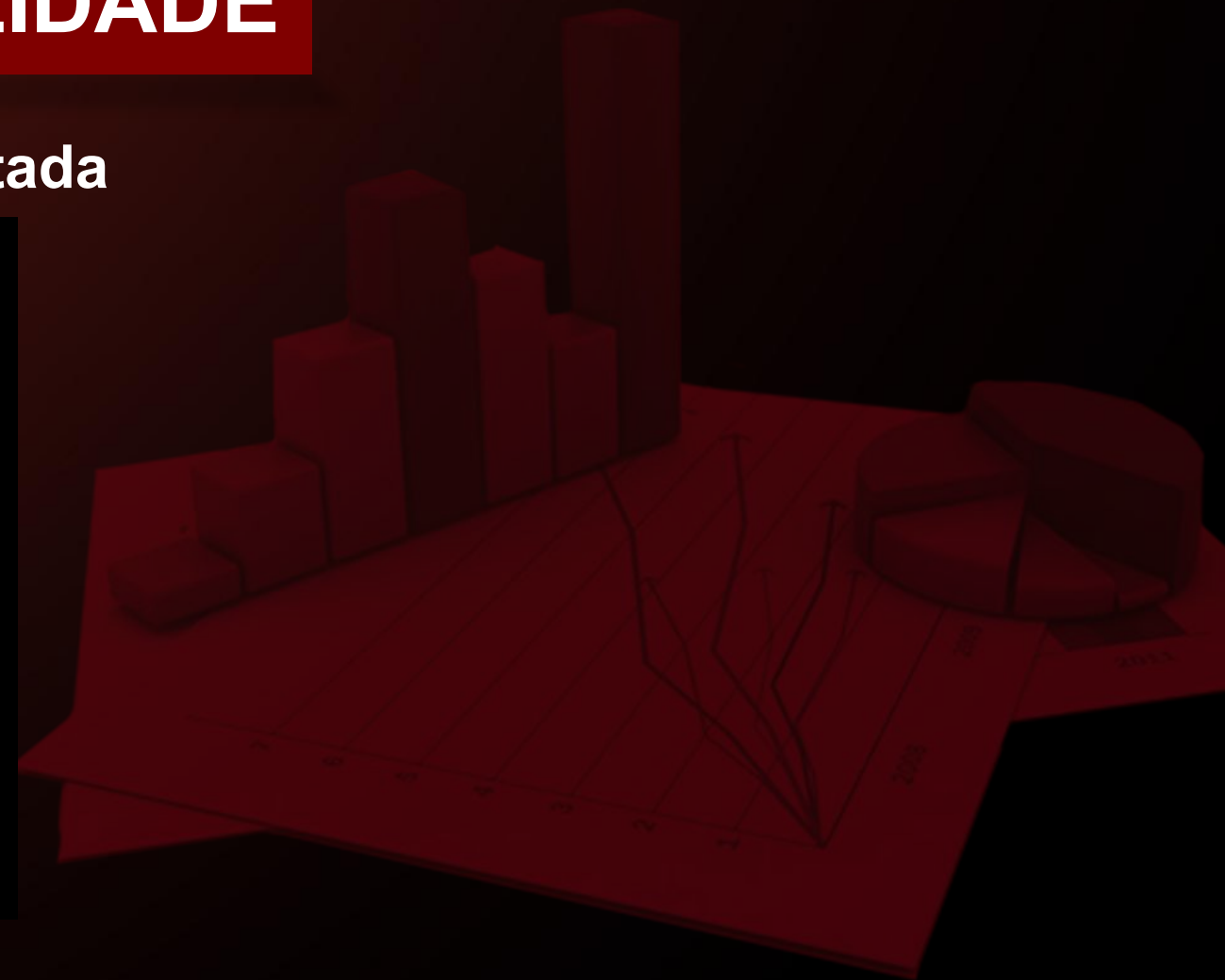


EXPECTATIVA VS. REALIDADE

3. *Outliers* podem afetar a reta ajustada



Retas diferentes, com e sem outliers.
Fonte: (DEVORE, 2018, p. 510)

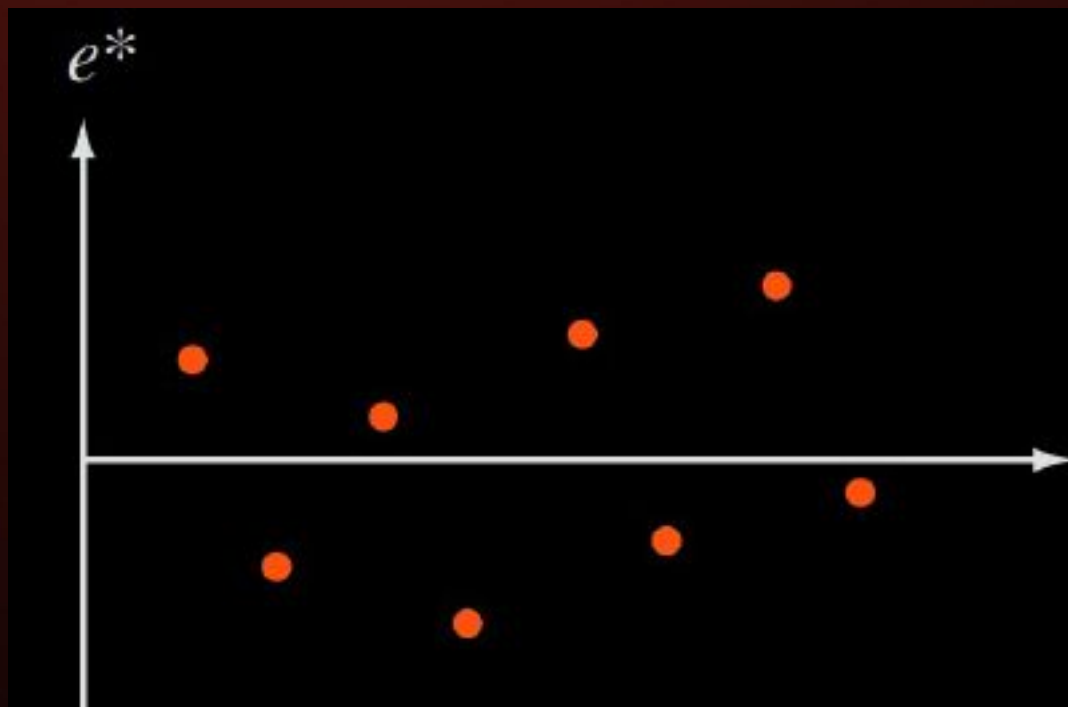


EXPECTATIVA VS. REALIDADE

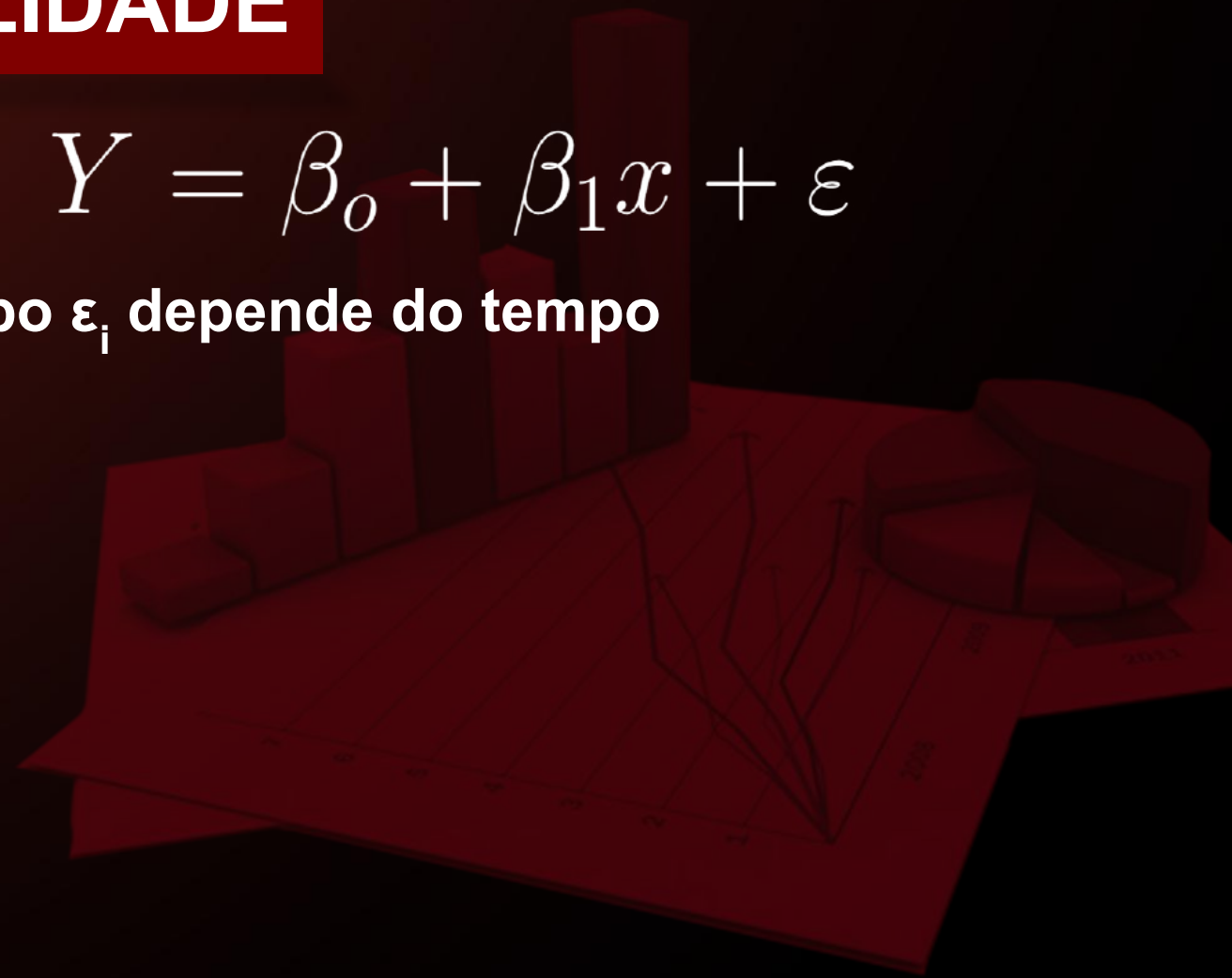
4. ε não tem distribuição normal

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

5. Se i denota dependência do tempo ε_i depende do tempo

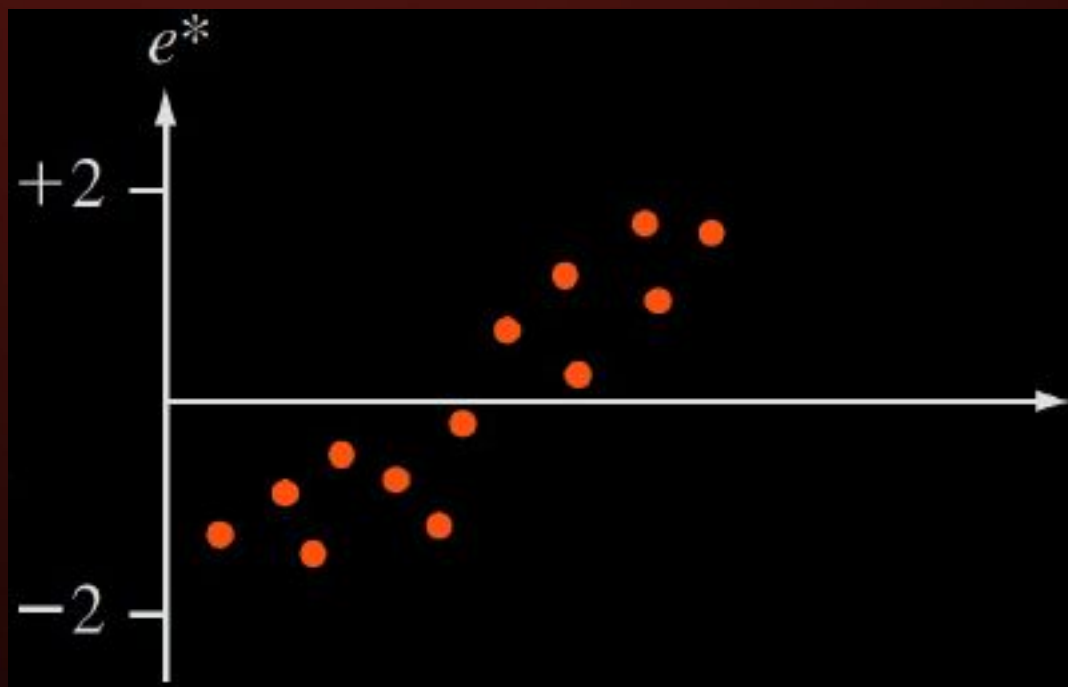


Dados dependentes do tempo.
Fonte: (DEVORE, 2018, p. 510)

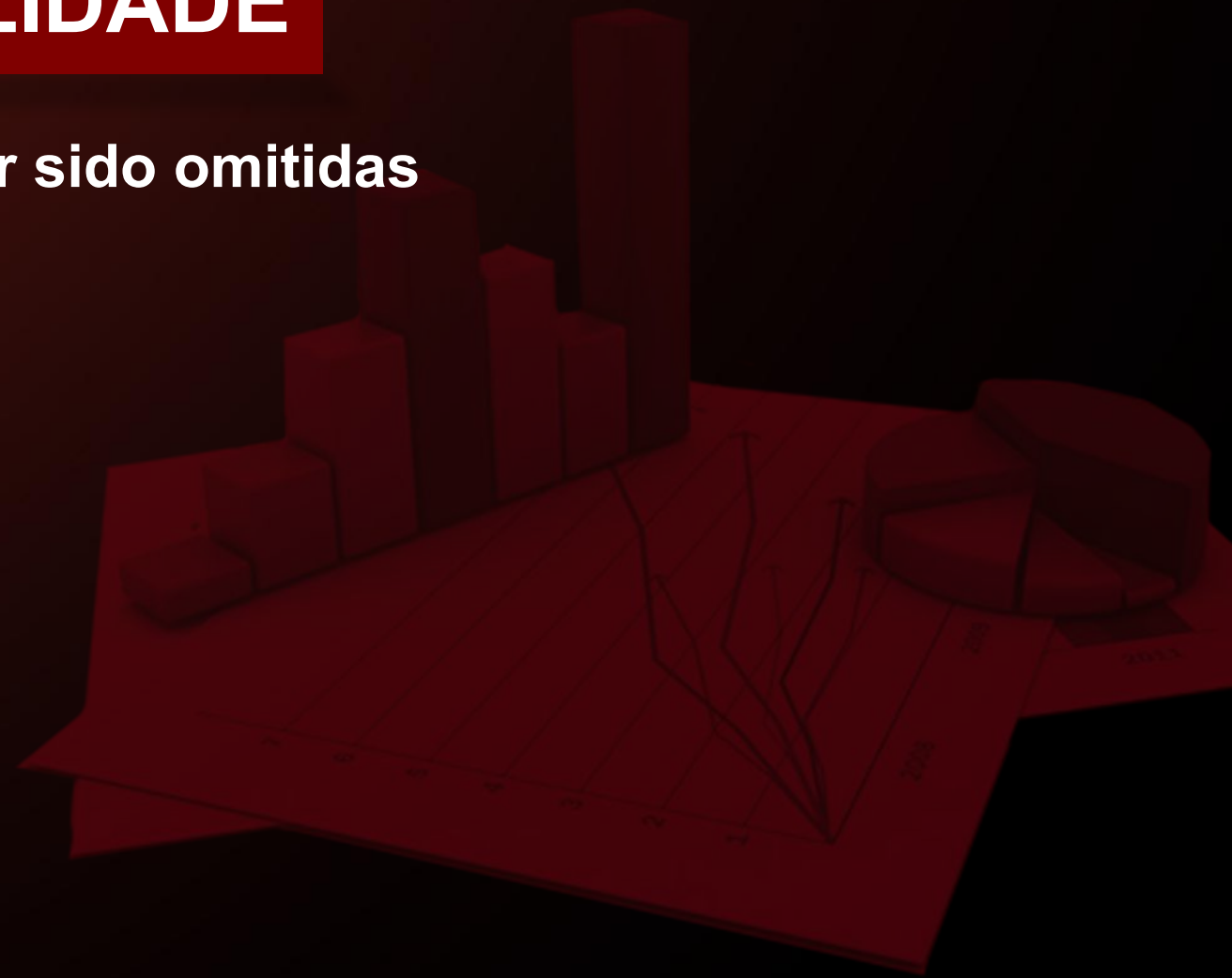


EXPECTATIVA VS. REALIDADE

6. Uma ou mais variáveis podem ter sido omitidas

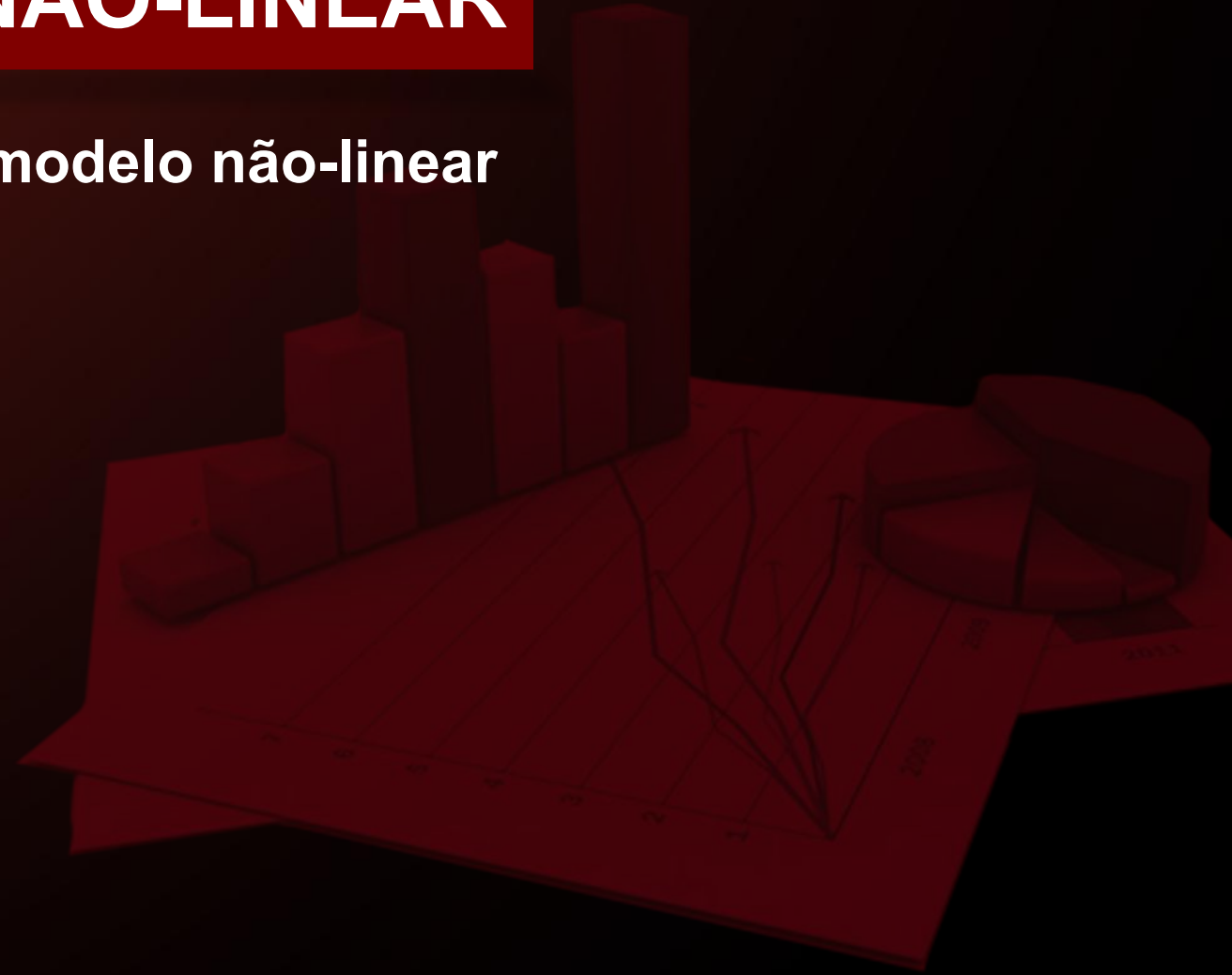


Variáveis preditoras omitidas
Fonte: (DEVORE, 2018, p. 510)



O QUE É UM MODELO NÃO-LINEAR

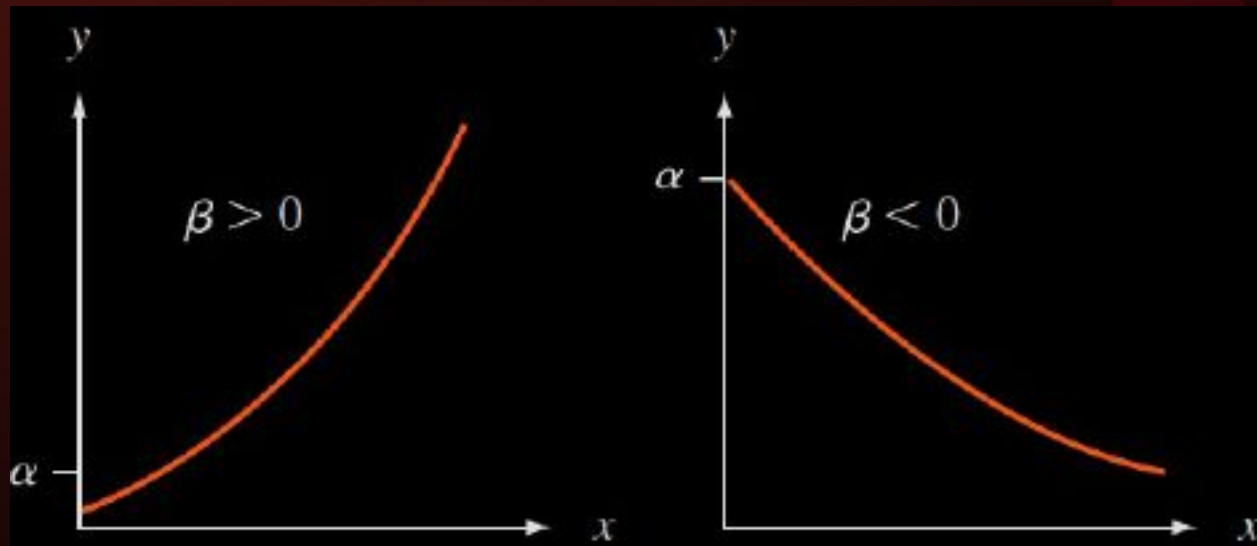
Vídeo do prof Andre definindo um modelo não-linear



REGRESSÃO COM VARIÁVEIS TRANSFORMADAS

Funções intrinsecamente lineares

Função	Transformação para linearizar	Forma linear

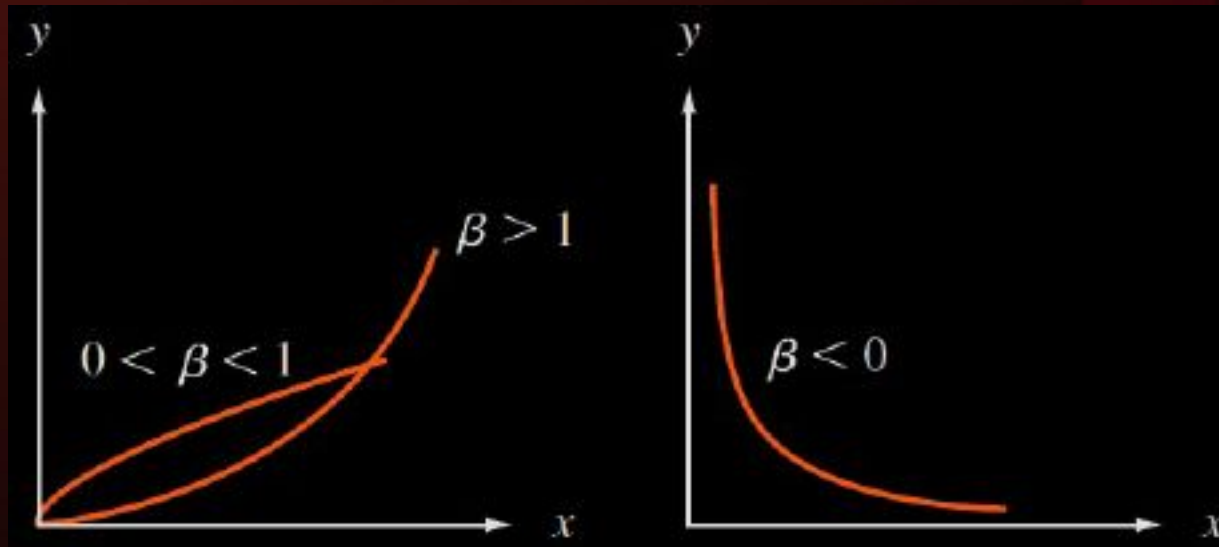


Fonte: (DEVORE, 2018, p. 515)

REGRESSÃO COM VARIÁVEIS TRANSFORMADAS

Funções intrinsecamente lineares

Função	Transformação para linearizar	Forma linear

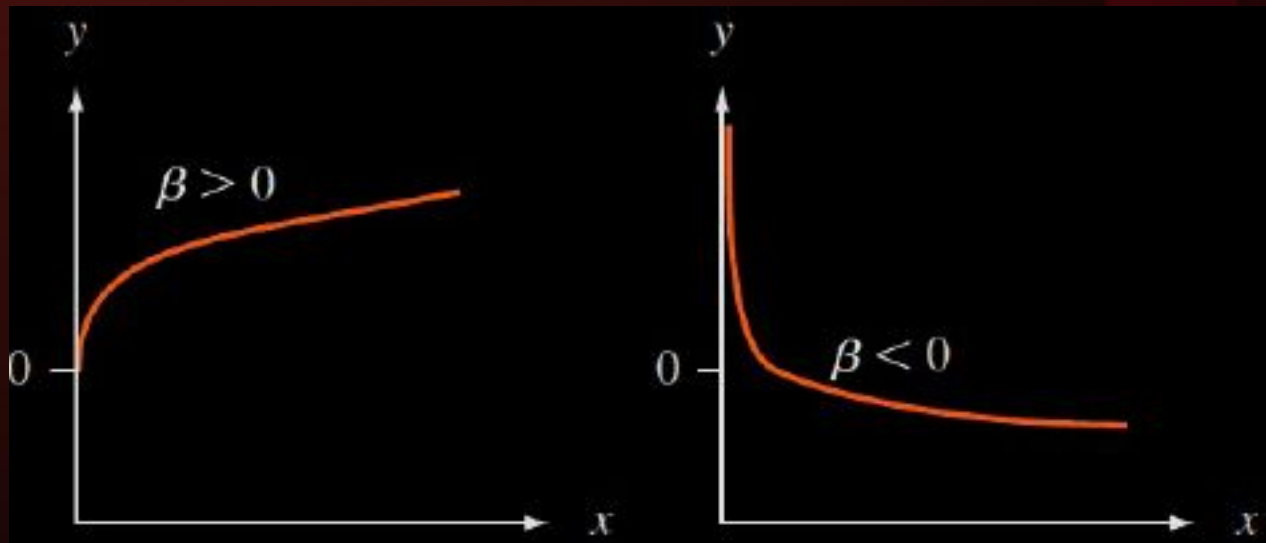


Fonte: (DEVORE, 2018, p. 515)

REGRESSÃO COM VARIÁVEIS TRANSFORMADAS

Funções intrinsecamente lineares

Função	Transformação para linearizar	Forma linear



Fonte: (DEVORE, 2018, p. 515)

REGRESSÃO COM VARIÁVEIS TRANSFORMADAS

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma x'_i y'_i - \Sigma x'_i \Sigma y'_i / n}{\Sigma (x'_i)^2 - (\Sigma x'_i)^2 / n}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\Sigma y'_i - \hat{\beta}_1 \Sigma x'_i}{n} = \bar{y}' - \hat{\beta}_1 \bar{x}'$$

MODELAGEM E INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Adequações do modelo e
modelos não lineares

