Sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci, ou sucessão de Fibonacci, é uma **sequência matemática** composta por números inteiros. Normalmente começa por 0 e 1, e **cada termo subsequente é formado pela soma dos dois anteriores**.

Essa sequência é uma sucessão infinita de números que seguem o mesmo padrão.

A palavra Fibonacci é usada porque o matemático italiano, Leonardo de Pisa (Leonardo Fibonacci), foi quem concebeu uma fórmula para essa sequência.

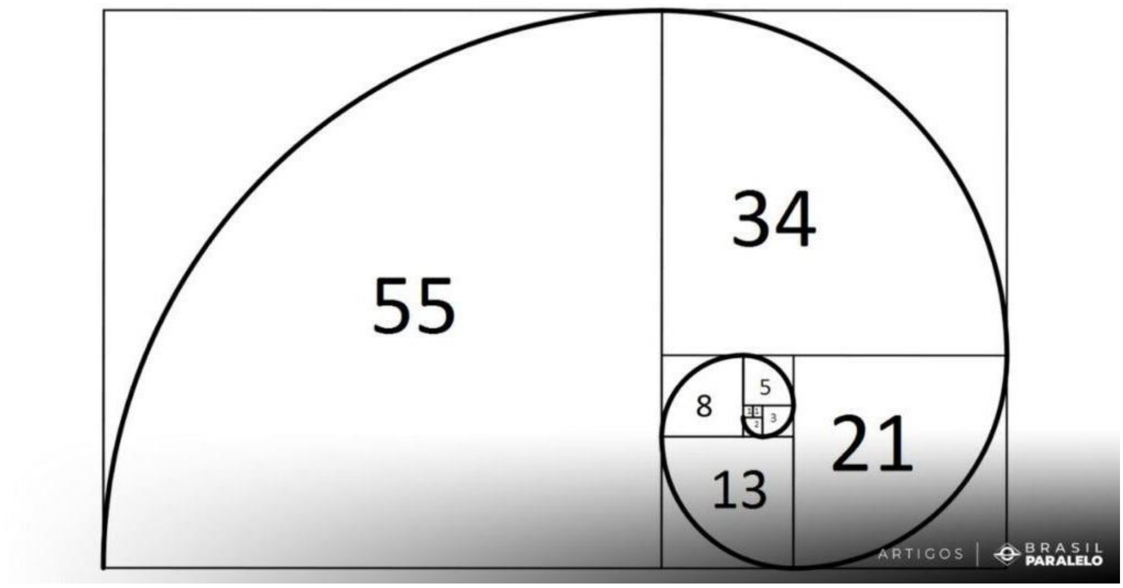
O italiano Leonardo Fibonacci foi apontado como o primeiro grande matemático proveniente da Europa na Idade Média. Ficou conhecido por causa da descoberta da sequência de Fibonacci e pela sua atuação na introdução dos números arábicos na Europa.

Assim como outros matemáticos do seu tempo, Leonardo Fibonacci contribuiu para o ressurgimento das ciências exatas, após o período de decadência vivido na antiguidade clássica e do início da Idade Média.

Mas, além de saber o que é Fibonacci, é importante saber que essa sequência é aplicada em análise de mercados financeiros, na ciência da computação e em teoria dos jogos. Também aparece, por exemplo, em configurações biológicas, galhos de árvores, folhas em uma haste, no arranjo do cone da alcachofra, no abacaxi e no desenrolar da samambaia.

Há muito mais exemplos serão descritos ao longo do texto.

Qual é a sequência de Fibonacci?



Os números de Fibonacci compõem a seguinte sequência:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2594…

Como se vê, a composição é formada por números que são o resultado da soma dos dois anteriores:

- 0 + 1 = 1
- 1 + 1 = 2
- 2 + 1 = 3
- 3 + 2 = 5
- 5 + 3 = 8
- A sequência é definida pela fórmula a seguir:
- **Fn = Fn−1 + Fn – 2**

A proporção áurea e o número de ouro

A proporção áurea, proporção divina ou razão de Phidias é uma constante real algébrica irracional, representada pela divisão de uma reta em dois segmentos. Quando a soma dos segmentos é dividida pela parte mais longa, tem-se 1,61803398875.

Em outras palavras, basta dividir um número da sequência de Fibonacci por seu antecessor. Na Matemática, esse número é representado pela letra grega *Phi* (φ), inspirada a partir de Phidias, arquiteto que teria criado o conceito da proporção áurea ao ajudar na projeção do Partenon, cuja largura e altura da fachada obedecem a proporção de 1 para 1,618.

Esse é o número de ouro, que representa o equilíbrio perfeito. Ele também pode ser representado no formato de porcentagem: 100%, 61,8%, 50%, 38,2%, 23,6% e 0%.

A proporção de ouro continuou sendo usada como conceito visual aplicado nas artes plásticas, arquitetura e design, pois é considerada agradável aos olhos humanos.

A catedral de Notre Dame e as pirâmides do Egito seguem essa proporção. Mas como ela é irreal, nada no mundo tem rigorosamente o mesmo valor do número de ouro. Mas quanto mais próximo dele, maior será a simetria e a proporcionalidade.

Fibonacci algoritmo

Existem várias formas para calcular o n-ésimo elemento da sequência de Fibonacci, porém os mais comuns utilizam um dos seguintes métodos:

- Abordagem recursiva
- Abordagem iterativa
- Dividir para conquistar

Abordagem recursiva

A definição da sequência de Fibonacci pode ser utilizada para executar um **algoritmo recursivo** que forma os termos da sequência, veja a seguir:

Função *fib*(*n*)

Se *n* < 2 **então**

retorne *n*

senão

retorne *fib*(*n* – 1) + *fib*(*n* – 2)

Mesmo sendo simples, esse método não é recomendável, pois os valores são calculados uma grande quantidade de vezes. Por conta disso, normalmente calcula-se os números de Fibonacci de baixo para cima, começando com os dois valores 0 e 1, e depois repetidamente vai substituindo o primeiro número pelo segundo, e o segundo número pela soma dos dois anteriores.

Abordagem iterativa

Através de um **algoritmo iterativo**, como o que será mostrado a seguir, é possível obter a sequência de forma mais eficientemente.

função *fib*(*n*)

$j \leftarrow 1$

$i \leftarrow 0$

para *K* de 1 até *n* **faça**

$t \leftarrow i + j$

$i \leftarrow j$

$j \leftarrow t$

retorne *j*

Nesse caso, a complexidade computacional do algoritmo será O(n).

Dividir para conquistar

Esse algoritmo é mais eficiente e toma como base a representação matricial da sequência de Fibonacci. A computacional é $O(log(n))$.

Função *fib*(*n*)

Se *n* for menor ou igual a zero, então:

retorne 0

$i \leftarrow n - 1$

$a \leftarrow 1$

$b \leftarrow 0$

$c \leftarrow 0$

$d \leftarrow 1$

*aux***1** ← *0*

*aux***2** ← *0*

enquanto *i* > *0* **faça**

se *i* é impar, **então**

*aux***1** ← $db + ca$

*aux***2** ← $d(b+a) + cb$

a ← *aux***1**

b ← *aux***2**

*aux***1** ← $c^2 + d^2$

*aux***2** ← $d(2c+d)$

c ← *aux***1**

d ← *aux***2**

i ← *i* dividido por 2

retorne a + b