图象工程（下）

图 象 理 解

（第4版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京

第2单元　景物重建

第6章　立体视觉：双目

第7章　立体视觉：多目

第8章　景物恢复：多图象

- 第9章　景物恢复：单图象

对图象的理解先要从图象恢复场景，即借助2-D图象重建3-D场景

立体视觉是解决3-D重建的一种重要方法

恢复景物就是要恢复景物的本征特性

从形状恢复景物 ⇔ "从*X*得到形状"

第9章　景物恢复：单图象

9.1　从影调恢复形状

9.2　纹理与表面朝向

9.3　由焦距确定深度

9.4　根据三点透视估计位姿

9.1 从影调恢复形状

影调：亮度的空间变化，不同灰度层次

表面亮度的空间变化 ⇐⇒ 表面形状

9.1.1 影调与形状

9.1.2 亮度方程求解

9.1.1 影调与形状

- **影调（明暗层次）的变化分布取决于4个因素**

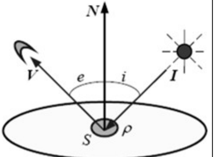
①　物体（正对观察者）可见表面的几何形状

②　光源的入射强度和方向

③　观察者相对物体的方位和距离

④　物体表面的反射特性

- 面元S的法向矢量$\boldsymbol{N}$
- 光源入射强度和方向矢量$\boldsymbol{I}$
- 视线矢量$\boldsymbol{V}$
- 表面反射系数ρ



9.1.1 影调与形状

沿$\boldsymbol{N}$的反射强度

$$E(x, y) = I(x, y)\rho\cos i$$

如果光源来自观察者背后且为平行光线，则$\cos i = \cos e$。再假设物体具有朗伯散射表面，即表面反射强度不因观察位置变化而变化，则观察到的光线强度可写成（特例）

$$E(x, y) = I(x, y)\rho\cos e$$

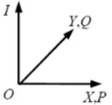
其中e为$\boldsymbol{N}$和$\boldsymbol{V}$间的夹角

- 建立图象亮度与物体表面朝向的联系

把梯度坐标同样布置在XY平面上

$$\boldsymbol{N} = [p \;\; q \;\; -1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{V} = [0 \;\; 0 \;\; -1]^{\mathrm{T}}$$



夹角余弦

$$E(x, y) = I(x, y)\rho \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}$$

9.1.1 影调与形状

一般情况：（$i \neq e$） $\boldsymbol{I} = [p_i \;\; q_i \;\; -1]^{\mathrm{T}}$

$$\cos i = \frac{[p \;\; q \;\; -1]^{\mathrm{T}} \bullet [p_i \;\; q_i \;\; -1]^{\mathrm{T}}}{\left|[p \;\; q \;\; -1]^{\mathrm{T}}\right| \bullet \left|[p_i \;\; q_i \;\; -1]^{\mathrm{T}}\right|} = \frac{(pp_i + qq_i + 1)}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1} \; \sqrt{p_i^2 + q_i^2 + 1}}$$

$$E(x, y) = I(x, y)\rho \frac{(pp_i + qq_i + 1)}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1} \; \sqrt{p_i^2 + q_i^2 + 1}}$$

- 图象亮度约束方程

图象灰度 $E(x, y) = R(p, q)$ 表面朝向

9.1.1 影调与形状

- 面元朝向变化而导致的图象灰度变化

一个3-D表面可表示为：　$z = f(x, y)$

其上面元法线可表示为：$\boldsymbol{N} = [p \;\; q \;\; -1]^{\mathrm{T}}$

3-D空间中的表面从其取向来看只是2-D梯度空间的一个点$G(p, q)$

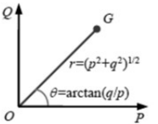


图 9.1.2　3-D 表面在 2-D 梯度空间中的表达

9.1.1　影调与形状

- **梯度空间法：**
  - 帮助理解由空间平面相交而形成的结构
  - 两个平面S_1和S_2相交，它们法线所对应的梯度空间点为G_1和G_2
  - 交线l的投影l'与G_1和G_2间的连线垂直

    凸结构/凹结构？

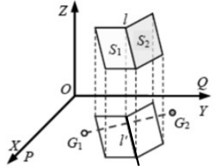


图 9.1.3　两个空间平面相交示例

9.1.1　影调与形状

将两个平面和它们法线对应的梯度点都投影到重合的梯度坐标与空间坐标中

S和G同号，凸结构　　　　S和G异号，凹结构

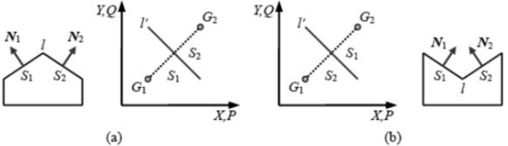


图 9.1.4　两个空间平面组成凸结构和凹结构

9.1.1 影调与形状

- 观察到的图象灰度为（$i = e$）：

$$E(x,y) = I(x,y)\rho \frac{1}{\sqrt{p^2+q^2+1}} \qquad (9.1.4)$$

改写成

$$p^2+q^2 = \left(\frac{I(x,y)\rho}{E(x,y)}\right)^2 - 1 = \frac{1}{K^2} - 1$$

相对反射强度

- 上式对应PQ平面上一系列同心圆的方程，每个圆代表观察到的同灰度面元的取向轨迹
- 在$i = e$时，反射图由同心圆构成。对$i \neq e$的一般情况，反射图由一系列椭圆和双曲线构成

9.1.2 亮度方程求解

$$E(x,y)=R(p,q)$$

在图象上对一个单独点亮度的测量只能提供一个约束，而表面的朝向有两个自由度

1. 线性情况

$$R(p,q)=f(ap+bq)$$

$$ap+bq=f^{-1}[E(x,y)]$$

考虑一表面，斜率为

$$m(\theta)=p\cos\theta+q\sin\theta$$

f 是一个严格单调函数，它的反函数 f^{-1} 存在

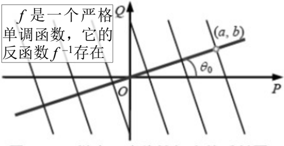


图 9.1.7 梯度元素线性组合的反射图

9.1.2 亮度方程求解

选一个特定的方向θ_0，这个方向上的斜率是

$$m(\theta_0) = \frac{ap+bq}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} f^{-1}[E(x,y)]$$

从一个特定图象点开始，先取一个小步长δs，此时z的变化是$\delta z = m\delta s$

$$\frac{dz}{ds} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} f^{-1}[E(x,y)]$$

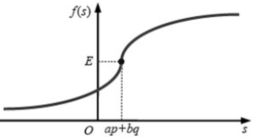


图 9.1.8 由 $E(x, y)$可以恢复 $s = ap + bq$

9.1.2 亮度方程求解

先求在表面上一点(x_0, y_0, z_0)处的解，将前面的微分方程对z积分得到：

$$z(s) = z_0 + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \int_0^s f^{-1}[E(x, y)]\mathrm{d}s$$

当反射图是梯度元素线性组合的函数时，
表面剖线是平行直线
沿线积分可恢复表面
仅可恢复形状非绝对距离

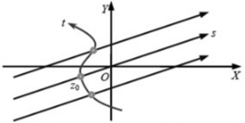


图 9.1.9 根据平行的表面剖线恢复表面

9.1.2 亮度方程求解

2. 旋转对称情况

$$R(p,q) = f(p^2 + q^2) \quad p^2 + q^2 = f^{-1}[E(x,y)]$$

- 表面最速上升方向与x轴的夹角是θ_s，$\tan\theta_s = p/q$
- 在最速上升方向上的斜率是表面亮度的函数

$$m(\theta_s) = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{f^{-1}[E(x,y)]}$$

- z随s的变化 $\delta z = \sqrt{p^2 + q^2}\delta s$ $\Rightarrow$ 取步长为$\sqrt{p^2 + q^2}$

$$\delta x = p\delta s \quad \delta y = q\delta s \quad \delta z = (p^2 + q^2)\delta s = f^{-1}[E(x,y)]\delta s$$

9.1.2 亮度方程求解

2. 旋转对称情况

为确定亮度梯度可将图象亮度方程对x和y求导

$$u = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = v = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \qquad w = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

在图象平面取步长(δx, δy)而带来的δp和δq变化

$$\delta p = u\delta x + v\delta y \qquad \delta q = v\delta x + w\delta y$$

$$\delta p = (pu + qv)\delta s \qquad \delta q = (pv + qw)\delta s$$

$$\dot{x} = p \quad \dot{y} = q \quad \dot{z} = p^2 + q^2 \quad \dot{p} = \frac{E_x}{2f'} \quad \dot{q} = \frac{E_y}{2f'}$$

3. 平滑约束的一般情况

认为（在物体轮廓内）物体表面是光滑的

$$(\nabla p)^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}\right)^2 = 0 \qquad (\nabla q)^2 = \left(\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y}\right)^2 = 0$$

最小化总误差

$$\varepsilon(x,y) = \sum_x \sum_y \left\{ \left[E(x,y) - R(p,q)\right]^2 + \lambda\left[(\nabla p)^2 + (\nabla q)^2\right] \right\}$$

求极值，得

$$p^{(n+1)} = \overline{p}^{(n)} + \frac{1}{\lambda}\left[E(x,y) - R(p^{(n)}, q^{(n)})\right]\frac{\partial R^{(n)}}{\partial p}$$

$$q^{(n+1)} = \overline{q}^{(n)} + \frac{1}{\lambda}\left[E(x,y) - R(p^{(n)}, q^{(n)})\right]\frac{\partial R^{(n)}}{\partial q}$$

9.2 纹理与表面朝向

对纹理的描述主要根据结构法的思想：复杂的纹理是由一些简单的纹理基元（也称纹理元texel）以一定的有规律的形式重复排列组合而成

9.2.1 单目成象和畸变

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

9.2.3 检测线段纹理消失点

9.2.4 确定图象外消失点

9.2.1 单目成象和畸变

◆ 直线的畸变

（3-D空间透视投影到2-D象平面上）

- 点的投影仍是点
- 一条直线是由其两个端点及中间点组成的，所以一条直线的投影可根据点的投影来确定
- 分别考虑空间点的投影变换结果和象平面上象点的坐标

9.2.1 单目成象和畸变

空间直线两端点：$\boldsymbol{W}_1 = [X_1 \;\; Y_1 \;\; Z_1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{W}_2 = [X_2 \;\; Y_2 \;\; Z_2]^{\mathrm{T}}$

中间点（$0 < s < 1$）

$$s\boldsymbol{W}_1 + (1-s)\boldsymbol{W}_2 = s\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + (1-s)\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

投影后（齐次坐标）

$$\boldsymbol{P}\left[s\boldsymbol{W}_1 + (1-s)\boldsymbol{W}_2\right] = s\begin{bmatrix} kX_1 \\ kY_1 \\ kZ_1 \\ q_1 \end{bmatrix} + (1-s)\begin{bmatrix} kX_2 \\ kY_2 \\ kZ_2 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$q_1 = k(\lambda - Z_1)/\lambda$

$q_2 = k(\lambda - Z_2)/\lambda$

象坐标

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \dfrac{sX_1 + (1-s)X_2}{sq_1 + (1-s)q_2} & \dfrac{sY_1 + (1-s)Y_2}{sq_1 + (1-s)q_2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

9.2.1 单目成象和畸变

象平面上 $\boldsymbol{w}_1 = [\lambda X_1 / (\lambda - Z_1) \;\; \lambda Y_1 / (\lambda - Z_1)]^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{w}_2 = [\lambda X_2 / (\lambda - Z_2) \;\; \lambda Y_2 / (\lambda - Z_2)]^{\mathrm{T}}$

中间点（$0 < t < 1$）

$$t\,\boldsymbol{w}_1 + (1-t)\boldsymbol{w}_2 = t\begin{bmatrix} \dfrac{\lambda X_1}{\lambda - Z_1} \\ \dfrac{\lambda Y_1}{\lambda - Z_1} \end{bmatrix} + (1-t)\begin{bmatrix} \dfrac{\lambda X_2}{\lambda - Z_2} \\ \dfrac{\lambda Y_2}{\lambda - Z_2} \end{bmatrix}$$

用t表示的象点坐标（$0 \le t \le 1$）

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} t\dfrac{\lambda X_1}{\lambda - Z_1} + (1-t)\dfrac{\lambda X_2}{\lambda - Z_2} & t\dfrac{\lambda Y_1}{\lambda - Z_1} + (1-t)\dfrac{\lambda Y_2}{\lambda - Z_2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

9.2.1 单目成象和畸变

- 用s表示的投影结果就是用t表示的象点坐标

$$s = \frac{t q_2}{t q_2 + (1-t) q_1} \qquad t = \frac{s q_1}{s q_1 + (1-s) q_2}$$

- s与t是单值关系，3-D空间中s表示的点在2-D象平面中对应一个且只有一个t表示的点
- 3-D空间的一条直线投影到2-D象平面上后，只要不是垂直投影其结果仍是一条直线（但长度可有变化）

9.2.1　单目成象和畸变

◆ 平行线的畸变

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

方向余弦

一组平行线的(a, b, c)都相同，只是(X_0, Y_0, Z_0)不同

直线向两端无限延伸时，$k = \pm\infty$

{(2.2.27)} $$x_\infty = \lambda \frac{a\cos\gamma + b\sin\gamma}{-a\sin\alpha\sin\gamma + b\sin\alpha\cos\gamma - c\cos\alpha}$$

{(2.2.28)} $$y_\infty = \lambda \frac{-a\sin\gamma\cos\alpha + b\cos\alpha\cos\gamma + c\sin\alpha}{-a\sin\alpha\sin\gamma + b\sin\alpha\cos\gamma - c\cos\alpha}$$

平行线交于消失点

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

1. 三种典型方法（利用畸变）

(a) 纹理元尺寸的变化

(b) 纹理元形状的变化

(c) 纹理元之间空间关系的变化

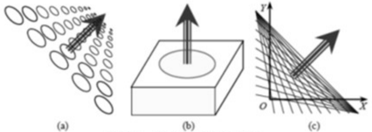
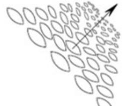


图 9.2.1 纹理变化与表面朝向

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

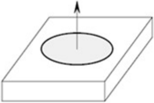


1. 三种典型方法

(a) 纹理元尺寸的变化

- 透视投影中存在近大远小的规律
- 尺寸变化率的极大值可以把纹理元所在平面的取向确定下来，这也就是纹理梯度的方向
- 纹理梯度的方向取决于纹理元绕摄象机轴线旋转的角度，而纹理梯度的数值给出纹理元相对于视线倾斜的倾斜度 {例9.2.1}

9.2.2　由纹理变化恢复朝向



1. 三种典型方法

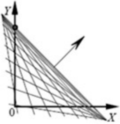
(b) 纹理元形状的变化

- 纹理元的形状在透视投影成象后有可能发生变化
- 已知原始形状可推算出表面的朝向
- 由圆组成的纹理在倾斜的面上会变成椭圆，这时椭圆主轴的取向确定了相对于摄象机轴线旋转的角度，而长短轴长度的比值反映了相对视线倾斜的倾斜度（外观比例）

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

1. 三种典型方法

(c) 纹理元之间空间关系的变化



- 纹理由规律的纹理元栅格组成，计算其消失点来恢复表面朝向信息
- 利用从同一表面纹理元栅格得到的两个消失点就可以确定出表面的取向，此时连接这两个点直线的（正交）方向指示纹理元相对于摄象机轴线旋转的角度，而这条连线与$x=0$的交点指示了纹理元相对于视线的倾斜角

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

归纳总结

（视线⇔自转轴，旋转角⇔经度，倾斜角⇔纬度）

表 9.2.1 三种利用纹理元变化确定物体表面朝向方法的比较

方法	围绕视线旋转角	相对视线倾斜角
利用纹理元尺寸变化	纹理梯度方向	纹理梯度数值
利用纹理元形状变化	纹理元主轴方向	纹理元长短轴之比
利用纹理元空间关系变化	两消失点间连线的方向	两消失点间连线与 $x=0$ 的交点

9.2.2 由纹理变化恢复朝向

纹理畸变的情况主要与两个因素有关：
① 观察者与物体之间的距离，它影响纹理元畸变后的大小；② 物体表面的法线与视线之间的夹角（也称表面倾角），它影响纹理元畸变后的形状

投影	距离作用	夹角作用	解释
正交投影	无	有	
透射投影	有	无	当物体表面为平面时
透射投影	有	有	当物体表面为曲面时
球形透射投影	有	有	

9.2.3 检测线段纹理消失点

- 图象空间中的直线可表示为

$$\lambda = x\cos\theta + y\sin\theta \quad \text{（对偶性）}$$

变换$\{x, y\} \Rightarrow \{\lambda, \theta\}$将图象空间$XY$中的一条直线映射为参数空间$\Lambda\Theta$中的一个点，而图象空间$XY$中具有相同消失点$(x_v, y_v)$的直线集合被投影到参数空间$\Lambda\Theta$中的一个圆上（见下页）

- 将$\lambda = \sqrt{x^2 + y^2}$和$\theta = \arctan\{y/x\}$代入下式

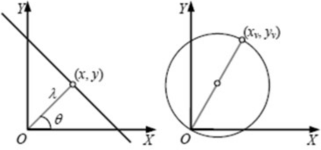
$$\lambda = x_v\cos\theta + y_v\sin\theta$$

再转到直角坐标系中

$$\left(x-\frac{x_v}{2}\right)^2+\left(y-\frac{y_v}{2}\right)^2=\left(\frac{x_v}{2}\right)^2+\left(\frac{y_v}{2}\right)^2$$

这个圆是所有以(x_v, y_v)为消失点的线段集合投影到 $\Lambda\Theta$ 空间中得到的轨迹

可在 $\Lambda\Theta$ 空间中对消失点进行检测

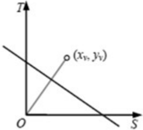


9.2.3　检测线段纹理消失点

- 两个缺点：① 圆检测比直线困难，计算量也大
  ② 当$x_v \to \infty$或$y_v \to \infty$时，有$\lambda \to \infty$
- 改用变换$\{x, y\} \Rightarrow \{k/\lambda, \theta\}$

$$k / \lambda = x_v \cos\theta + y_v \sin\theta$$

直线方程　$k = x_v s + y_v t$



- 在无穷远的消失点就可投影到原点，而且具有相同消失点(x_v, y_v)的线段所对应的点在ST空间的轨迹成了一条直线

9.2.3　检测线段纹理消失点

空间*ST*里的直线在空间*RW*里为一个点{哈夫变换2}

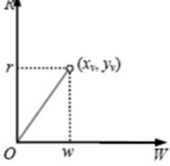
$$r = \frac{k}{\sqrt{x_v^2 + y_v^2}}$$

$$w = \arctan\left\{\frac{y_v}{x_v}\right\}$$

消失点的坐标为

$$x_v = \frac{k^2}{r^2\sqrt{1+\tan^2 w}}$$

$$y_v = \frac{k^2 \tan w}{r^2\sqrt{1+\tan^2 w}}$$



9.2.4　确定图象外消失点

消失点常常会处在图象范围之外，此时一般的图象参数空间的峰会分布在很大距离范围内

围绕摄象机的投影中心构建一个高斯球*G*，并且使用*G*来当作参数空间

图 9.2.7　消失点在图像之外的示例

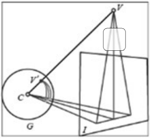


图 9.2.8　使用高斯球确定消失点

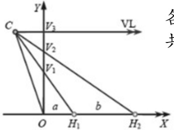
9.2.4　确定图象外消失点

考虑如图9.2.9所示的摄象机观察构型

由点O，V_1，V_2，V_3得到的交叉比与由点O，H_1，H_2以及水平方向无穷远点得到的交叉比相等

$$\frac{y_1(y_3-y_2)}{y_2(y_3-y_1)}=\frac{x_1}{x_2}=\frac{a}{a+b}$$

$$y_3=\frac{by_1y_2}{ay_1+by_1-ay_2}$$



各点共面

图 9.2.9　从已知间隔借助交叉比来确定消失点

调整构型，使$a = b$

$$y_3=\frac{y_1y_2}{2y_1-y_2}$$

（只需知道a/b就可计算）

9.3 由焦距确定深度

景深：目标清晰成象的距离范围

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}$$

景深$Z \propto$ 模糊圆盘直径D

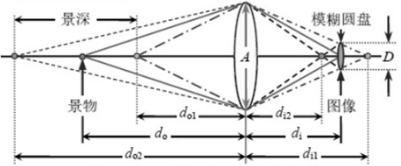


图 9.3.1 薄透镜景深示意图

9.3 由焦距确定深度

薄透镜成象公式 $\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}$

最近象距 $d_{i1}=\frac{A}{A-D}d_i$ 最近物距 $d_{o1}=\frac{\lambda d_{i1}}{d_{i1}-\lambda}$

景物最近点

$$d_{o1}=\frac{\lambda\frac{A}{A-D}d_i}{\frac{A}{A-D}d_i-\lambda}=\frac{\lambda A d_o}{\lambda A+D(d_o-\lambda)}$$

景物最远点

$$d_{o2}=\frac{\lambda\frac{A}{A+D}d_i}{\frac{A}{A+D}d_i-\lambda}=\frac{\lambda A d_o}{\lambda A-D(d_o-\lambda)}$$

景深（两个距离之差 ）$\boxed{\Delta d_o=d_{o2}-d_{o1}=\frac{2\lambda A D d_o(d_o-\lambda)}{(A\lambda)^2-D^2(d_o-\lambda)^2}}$

9.3 由焦距确定深度

$$\Delta d_o = d_{o2} - d_{o1} = \frac{2\lambda A D d_o (d_o - \lambda)}{(A\lambda)^2 - D^2 (d_o - \lambda)^2}$$

- 景深随模糊圆盘直径D的增加而增加
- 景深随镜头焦距λ的增加而减少
- 使用长焦距镜头，景深会比较小，最近点距离和最远点距离会比较接近
- 根据对焦距的测定来确定景物的距离
- 相机自动聚焦（检测清晰的边缘）

9.4 根据三点透视估计位姿

三点透视问题（**perspective 3 points，P3P**）

W_i的坐标　$\boldsymbol{W}_i = k_i \boldsymbol{v}_i \quad i = 1, 2, 3$　投影线上单位矢量

点间的距离　$d_{mn} = \left\| \boldsymbol{W}_m - \boldsymbol{W}_n \right\|$

$$d_{mn}^2 = \left\| k_m \boldsymbol{v}_m - k_n \boldsymbol{v}_n \right\|^2 = k_m^2 - 2 k_m k_n (\boldsymbol{v}_m \bullet \boldsymbol{v}_n) + k_n^2$$

求解：关于k_i的三个二次方程

化成：三个（偏微分）线性方程（P.225）

使用迭代算法（P.226）

联　系　信　息

- ☞ 通信地址：北京清华大学电子工程系
- ☞ 邮政编码：100084
- ☞ 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- ☞ 办公电话：(010) 62798540
- ☞ 传真号码：(010) 62770317
- ☞ 电子邮件：zhang-yj@tsinghua.edu.cn
- ☞ 个人主页：oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/