图象工程（下）

图 象 理 解

（第4版）

章毓晋

清华大学电子工程系 100084 北京

第2单元　景物重建

　第6章　立体视觉：双目
　第7章　立体视觉：多目
➢ 第8章　景物恢复：多图象
　第9章　景物恢复：单图象

对图象的理解先要从图象恢复场景，即借助2-D图象重建3-D场景

立体视觉是解决3-D重建的一种重要方法

恢复景物就是要恢复景物的本征特性

从形状恢复景物 ⇔ “从X得到形状”

第8章　景物恢复：多图象

立体视觉方法根据在不同位置获得的多幅图象来恢复景物的深度，可看作将多幅图象间的冗余信息转化为深度信息

获取含有冗余信息的多幅图象也可利用在同一位置采集变化的景物图象来得到。这些图象可仅用一个摄象机得到，所以也称为单目的方法

从（单目）多幅图象中可以确定景物的表面朝向，而由景物的表面朝向可直接得到景物各部分间的相对深度，并进一步得到绝对深度

第8章　景物恢复：多图象

8.1　单目景物恢复

8.2　光度立体学

8.3　从运动求取结构

8.1 单目景物恢复

单目图象（可单幅或多幅图象）恢复景物

避免了复杂的对应点匹配问题

也可恢复景物的本征特性（如形状）

“从 X 得到形状”（shape from X）

这里 X 可以代表：

多幅图象：（景物）运动、光照（变化）

单幅图象：（明暗）影调、纹理（变化）

8.2 光度立体学

8.2.1 景物亮度和图象亮度

8.2.2 表面反射特性和亮度

8.2.3 景物表面朝向

8.2.4 反射图和亮度约束方程

8.2.5 光度立体学求解

8.2.1　景物亮度和图象亮度

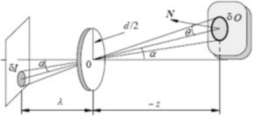
- 景物亮度：（⇔光源的辐射强度）

  与**辐射亮度**或**辉度**有关。对应景物表面射出的光通量，是由光源表面单位面积在单位立体角内发出的功率，单位是$Wm^{-2}sr^{-1}$

- 图象亮度：（⇔景物接受到的照度）

  与**辐照度**或**照度**有关。对应图象平面得到的光通量，是射到目标表面的单位面积的功率，单位是Wm^{-2}

公式推导



由两个立体角的相等可得

$$\frac{\delta O}{\delta I}=\frac{\cos\alpha}{\cos\theta}\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2$$

$$\text{立体角}=\frac{\text{球面面积}}{\text{半径平方}}$$

图象照度E与所感兴趣的景物亮度L成正比，且与镜头的面积成正比，与镜头焦距平方成反比

（8.2.1) ~ (8.2.5）

$$\boxed{E=L\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2\cos^4\alpha}$$

8.2.1　景物亮度和图象亮度

成象时景物的亮度L不仅取决于入射到景物表面的光通量和入射光被反射的比例，还与光反射的几何因素有关，即与光照方向和视线方向有关：

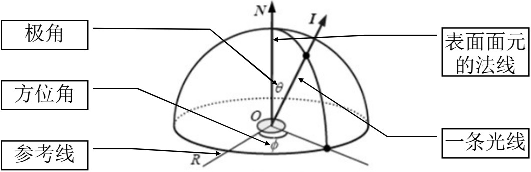


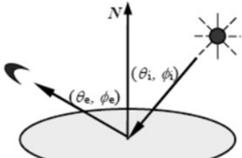
图 8.2.2　指示光线方向的极角θ和方位角ϕ

8.2.1　景物亮度和图象亮度

双向反射分布函数BRDF：$f(\theta_i, \phi_i; \theta_e, \phi_e)$

光线沿方向$(\theta_i,\ \phi_i)$入射到景物体表面而观察者在方向$(\theta_e,\ \phi_e)$所观察到的表面明亮情况

亮度和照度的比值



$$f(\theta_i, \phi_i;\ \theta_e, \phi_e) = \frac{\delta L(\theta_e, \phi_e)}{\delta E(\theta_i, \phi_i)}$$

图 8.2.3　双向反射分布函数示意

双向反射分布函数关于入射和反射方向是对称的

常见入射和观测方式

	漫反射d_e	定向(θ_e, ϕ_e)观测
漫入射d_i	$\rho(d_i; d_e)$	$\rho(d_i; \theta_e, \phi_e)$
定向(θ_i, ϕ_i)入射	$\rho(\theta_i, \phi_i; d_e)$	$\rho(\theta_i, \phi_i; \theta_e, \phi_e)$

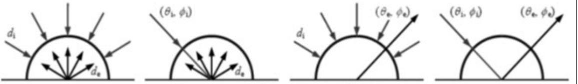


图 8.2.5 四种基本的入射和观测方式

8.2.2　表面反射特性和亮度

两种极端的情况：⇒

1、理想散射表面：朗伯（Lambertian）表面或漫反射表面，从所有观察方向看它都是同样亮的（与观察线和表面法线的夹角无关），并且它完全不吸收地反射所有入射光

$$\int_{-\pi}^{\pi}\int_{0}^{\pi/2} f(\theta_i,\phi_i;\ \theta_e,\phi_e)E(\theta_i,\phi_i)\cos\overbrace{\theta_i\sin\theta_e\cos\theta_e\,\mathrm{d}\theta_e\mathrm{d}\phi_e = E(\theta_i,\phi_i)}^{\text{转换到}\boldsymbol{N}\text{方向上}}\cos\theta_i$$

总照度

亮度积分

$$f(\theta_\mathrm{i},\phi_\mathrm{i};\theta_\mathrm{e},\phi_\mathrm{e}) = 1/\pi \Rightarrow \boxed{L = E/\pi}$$

8.2.2 表面反射特性和亮度

2、理想镜面反射表面：

- 反射光的波长仅取决于光源而与反射面的颜色无关
- 将所有从(θ_i, ϕ_i)方向射入的光全部反射到(θ_e, ϕ_e)方向上

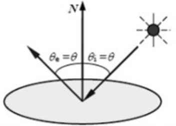


图 8.2.7 理想镜面反射表面示意图

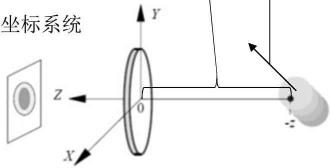
$$
\begin{aligned}
L(\theta_e,\phi_e) &= \int_{-\pi}^{\pi}\int_{0}^{\pi/2}\frac{\delta(\theta_e-\theta_i)\,\delta(\phi_e-\phi_i-\pi)}{\sin\theta_i\cos\theta_i}E(\theta_i,\phi_i)\sin\theta_i\cos\theta_i\,\mathrm{d}\theta_i\mathrm{d}\phi_i \\
&= E(\theta_e,\phi_e-\pi)
\end{aligned}
$$

极角不变，但方位角转了180°

8.2.3 景物表面朝向

- 目标表面位置可用与镜头平面（与象平面平行）正交的距离（长度）$|-z|$来描述
- 用切面的朝向来表示表面在该点的朝向
- 切面的朝向可用表面的法线矢量来指示

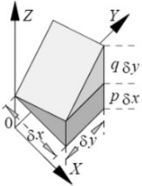
坐标系统



8.2.3 景物表面朝向

- 用偏微分参数化表面朝向（$p=\partial z/\partial x$, $q=\partial z/\partial y$）
- 沿X轴方向的矢量为$[\delta x\ 0\ p\delta x]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{r}_x = [1\ 0\ p]^{\mathrm{T}}$
- 沿Y轴方向的矢量为$[0\ \delta y\ q\delta y]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{r}_y = [0\ 1\ q]^{\mathrm{T}}$

表面梯度 (p, q)



$$\begin{aligned} \boldsymbol{N} &= \boldsymbol{r}_x \times \boldsymbol{r}_y \text{ 外积} \\ &= [1\ 0\ \ p]^{\mathrm{T}} \times [0\ 1\ q]^{\mathrm{T}} \\ &= [-p\ \ -q\ \ 1]^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

- 法线指向观察者，取负号

$$\hat{\boldsymbol{N}} = \frac{\boldsymbol{N}}{|\boldsymbol{N}|} = \frac{[-p\ \ -q\ \ 1]^{\mathrm{T}}}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$ 单位矢量

8.2.3 景物表面朝向

计算目标表面法线和镜头方向之间的夹角θ_e

设目标相当接近光轴，则从目标到镜头的单位观察矢量 可认为是[0 0 1]^T，点积：

$$\hat{N} \bullet \hat{V} = \cos\theta_e = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$

当光源与目标的距离比目标本身的线度大很多时，表面朝向和光源射出的光线是正交的

如果目标表面的法线可用$[-p_s\ -q_s\ 1]^T$表示，则光源光线的方向可用梯度(p_s, q_s)来指示

8.2.4 反射图和亮度约束方程

点光源照射一个朗伯表面

$$L = \frac{1}{\pi} E \cos\theta_{\mathrm{i}} \quad \theta_{\mathrm{i}} \geq 0$$

表面法线矢量$[-p\ -q\ \ 1]^{\mathrm{T}}$

指向光源矢量$[-p_{\mathrm{s}}\ -q_{\mathrm{s}}\ 1]^{\mathrm{T}}$

$$\Updownarrow$$

$$\cos\theta_i = \frac{1 + p_{\mathrm{s}} p + q_{\mathrm{s}} q}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}\sqrt{1 + p_{\mathrm{s}}^2 + q_{\mathrm{s}}^2}}$$

将景物亮度与表面朝向关系的函数$R(p, q)$作为梯度(p, q)的函数以等值线形式画出而得到的图称为反射图

$$\boxed{R(p,q) = \frac{1 + p_{\mathrm{s}} p + q_{\mathrm{s}} q}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}\sqrt{1 + p_{\mathrm{s}}^2 + q_{\mathrm{s}}^2}}} = \boldsymbol{C}$$

图象亮度约束方程

$$\boxed{E(x, y) = R(p, q)}$$

通过归一化将比例系数定成单位值

- 照度$E(x, y)$正比于灰度$I(x, y)$
- 在图象中(x, y)处象素的灰度 $I(x, y)$取决于该象素由(p, q)所表达的反射特性$R(p, q)$
- 图象平面XY中任意一个位置(x, y)的亮度与梯度空间PQ表达的采样单元取向(p, q)的联系

8.2.4 反射图和亮度约束方程

朗伯表面的球体

（观察者在点源处）

$$R(p,q)=\frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$

中心在光轴上，
则表面方程为

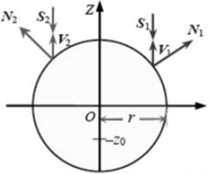


图 8.2.12 球面亮度随位置变化

$$z=z_0+\sqrt{r^2-(x^2+y^2)} \qquad x^2+y^2\leqslant r^2$$

$$\boxed{E(x,y)=R(p,q)=\sqrt{1-\frac{x^2+y^2}{r^2}}}$$

亮度从在图象中心
的最大值逐步减到
在图象边缘的零值

恢复出原来成象物体的形状

- 从由p和q所确定的表面朝向到由反射图$R(p, q)$所确定的亮度间的对应关系是唯一的
- 但反过来却不一定。实际中常有无穷多个表面朝向可给出相同的亮度，在反射图上这些对应相同亮度的朝向是由等值线连起来的
- 对一个朗伯表面来说，只有当$(p, q)=(p_s, q_s)$ 时才有$R(p, q)=1$，所以此时给定表面亮度就可唯一地确定表面朝向（但这是一种特殊情况）

8.2.5 光度立体学求解

一般情况：

- 在每个空间位置亮度只有一个自由度 （亮度值），而朝向有两个自由度（梯度值）
- 从图象亮度到表面朝向的对应并不是唯一的

解决方案：

采集两幅图象（不同光源）可建立两个方程

$R_1(p,q) = E_1$ 和 $R_2(p,q) = E_2$

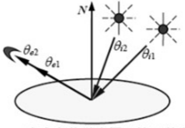


图 8.2.13 光度立体学中照明情况的变化

8.2.5 光度立体学求解

- 用三幅图象恢复反射系数 {例8.2.7}

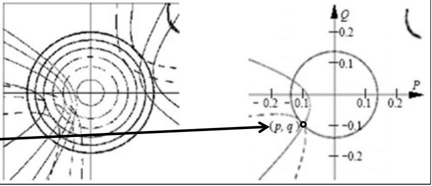
将光源放在空间三个位置：(–3.4, –0.8, –1.0)，(0.0, 0.0, –1.0)，(–4.7, –3.9, –1.0)，采集到三幅图象

反射系数 $r = 0.8$ 时，三组曲线交于同一点

朝向：

$p = –0.1$

$q = –0.1$



8.3 从运动求取结构

8.3.1 光流和运动场

8.3.2 光流方程求解

8.3.3 光流与表面取向

8.3.4 光流与相对深度

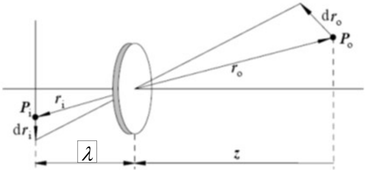
8.3.1 光流和运动场

运动可用运动场描述，运动场由图象中每个点的运动（速度）矢量构成

运动场的计算

$$V_o = \frac{\mathrm{d}r_o}{\mathrm{d}t} \qquad V_i = \frac{\mathrm{d}r_i}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{1}{\lambda} r_i = \frac{1}{r_o \bullet z} r_o$$



8.3.1 光流和运动场

光流（图象流）：

当摄象机与景物目标间有相对运动时所观察到的亮度模式的运动（P.193）

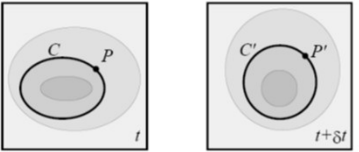
- **光流有三个要素**:
  - (1) 运动（速度场），光流形成的必要条件
  - (2) 带光学特性的部位（如特定灰度的象素点等），它能携带信息
  - (3) 成象投影（从场景到图象平面），因而能被观察到

8.3.1　光流和运动场

图象间对应点的确定

假设在时刻t有一个图象点P具有亮度E。那么在t+dt时，P对应哪个图象点P'呢？（孔径问题）

可确定曲线C与曲线C'对应



不能确定点P与点P'相对应

仅靠变化图象中的局部信息并不能唯一地确定光流

8.3.2 光流方程求解

光流方程（推导见中册）

$$\boxed{f_x u + f_y v + f_t = 0}$$

其中f_x，f_y和f_t分别表示图象中象素灰度沿X，Y，T方向的梯度，u和v分别是水平和垂直速度

$$\boxed{(f_x,\quad f_y)\bullet(u,\quad v) = -f_t}$$

如果一个固定的观察者去观察一幅活动的场景，那么所得图象上某一点灰度的（一阶）时间变化率是场景亮度变化率与该点运动速度的乘积

8.3.2　光流方程求解

1、光流计算：刚体运动

$$u_0 = -f_t/f_x \qquad v_0 = -f_t/f_y \qquad \theta = \arctan(f_x/f_y)$$

光流速度空间

该直线上各点均为光流方程的解

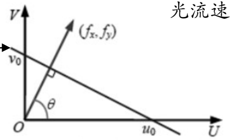


图8.3.4　满足光流约束方程的 u 和 v 值在一条直线上

仅一个光流方程并不足以唯一地确定u和v两个量

8.3.2　光流方程求解

1、光流计算：刚体运动

将所研究目标看作无变形刚体

光流速度的空间变化率应为零

约束条件

$$(\nabla u)^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = 0$$

$$(\nabla v)^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = 0$$

{P.195 迭代求解}

$$\boxed{\varepsilon(x, y) = \sum_x \sum_y \left\{ (f_x u + f_y v + f_t)^2 + \lambda^2 \left[(\nabla u)^2 + (\nabla v)^2 \right] \right\}}$$

8.3.2 光流方程求解

2、光流计算：平滑运动

- 平滑条件：在图象的大部分地方运动场变化一般比较缓慢稳定
- 最小化一个与平滑相偏离的测度（光流速度梯度之幅度平方的积分）

$$
e_s + \lambda e_c \begin{cases} e_s = \iint [(u_x^2 + u_y^2) + (v_x^2 + v_y^2)]\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ e_c = \iint [f_x u + f_y v + f_t]^2\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \end{cases}
$$

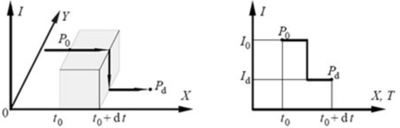
最小化光流约束方程的误差

8.3.2 光流方程求解

3、光流计算：灰度突变

- 从路径看灰度变化 $I_\mathrm{d} = \int_{P_0}^{P_\mathrm{d}} \nabla f \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + I_0$
- 从时间看灰度变化 $I_0 = \int_{t_0}^{t_0+\mathrm{d}t} f_t \,\mathrm{d}t + I_\mathrm{d}$

$$\int_{P_0}^{P_\mathrm{d}} \overbrace{\nabla f}^{[f_x\ f_y]} \cdot \underbrace{\mathrm{d}\boldsymbol{l}}_{[u\ v]^\mathrm{T}\mathrm{d}t} = -\int_{t_0}^{t_0+\mathrm{d}t} f_t \,\mathrm{d}t$$



(a) (b)

上面两个积分限应当对应，则仍得到光流方程

8.3.2 光流方程求解

4、光流计算：基于高阶梯度

- 考虑图象本身在灰度上的连续性（即考虑图象灰度的高阶梯度），泰勒级数展开取二阶

$$f_x = \frac{\partial f(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, t)}{\partial x} = \frac{\partial f(x,y,t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial x^2}\mathrm{d}x + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial x \partial y}\mathrm{d}y$$

$$f_y = \frac{\partial f(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, t)}{\partial y} = \frac{\partial f(x,y,t)}{\partial y} + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial y \partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial y^2}\mathrm{d}y$$

$$f_t = \frac{\partial f(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, t)}{\partial t} = \frac{\partial f(x,y,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial t \partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial^2 f(x,y,t)}{\partial t \partial y}\mathrm{d}y$$

8.3.2 光流方程求解

4、光流计算：基于高阶梯度

$$u(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, t) = u(x, y, t) + u_x(x, y, t)\mathrm{d}x + u_y(x, y, t)\mathrm{d}y$$

$$v(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, t) = v(x, y, t) + v_x(x, y, t)\mathrm{d}x + v_y(x, y, t)\mathrm{d}y$$

将上5式代入光流约束方程

$$\boxed{\begin{aligned}&(f_x u + f_y v + f_t) + (f_{xx} u + f_{yx} v + f_x u_x + f_y v_x + f_{tx})\mathrm{d}x + \\ &(f_{xy} u + f_{yy} v + f_x u_y + f_y v_y + f_{ty})\mathrm{d}y + (f_{xx} u_x + f_{yx} v_x)\mathrm{d}x^2 + \\ &(f_{xy} u_x + f_{xx} u_y + f_{yy} v_x + f_{xy} v_y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y + (f_{xy} u_y + f_{yy} v_y)\mathrm{d}y^2 = 0\end{aligned}}$$

4、光流计算：基于高阶梯度

$$f_x u + f_y v + f_t = 0$$

各项独立

$$f_{xx} u + f_{yx} v + \boxed{f_x u_x + f_y v_x} + f_{tx} = 0$$

$$f_{xy} u + f_{yy} v + \boxed{f_x u_y + f_y v_y} + f_{ty} = 0$$

$$\boxed{f_{xx} u_x + f_{yx} v_x = 0}$$

$$\boxed{f_{xy} u_x + f_{xx} u_y + f_{yy} v_x + f_{xy} v_y = 0}$$

$$\boxed{f_{xx} u_y + f_{yy} v_y = 0}$$

光流场的空间变化率为零

$u_x \approx 0$

$u_y \approx 0$

$v_x \approx 0$

$v_y \approx 0$

8.3.3 光流与表面取向

光流包含了场景结构的信息 $\Rightarrow$ 表面朝向

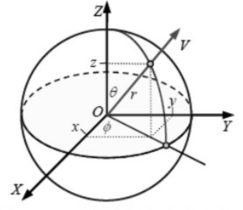


图 8.3.8 球面坐标与直角坐标

$$x = r\sin\theta\cos\phi$$

$$y = r\sin\theta\sin\phi$$

$$z = r\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \arccos(z / r)$$

$$\phi = \arctan(y / x)$$

8.3.3 光流与表面取向

任意运动点的光流

- $(\delta, \varepsilon) = (\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t,\ \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t)$为该点在图象球坐标系中沿$\phi$和$\theta$方向的角速度

$$\delta = \frac{v\cos\phi - u\sin\phi}{r\sin\theta}$$

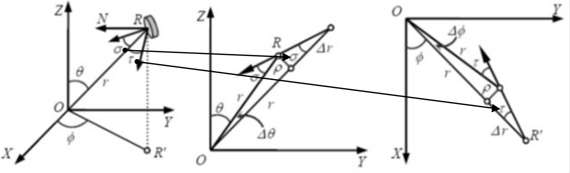
$$\varepsilon = \frac{(ur\sin\theta\cos\phi + vr\sin\theta\sin\phi + wr\cos\theta)\cos\theta - rw}{r^2\sin\theta}$$

- 观察者以速度S沿Z轴（正向）运动有：$u = 0$，$v = 0$，$w = -S$

$$\boxed{\begin{aligned}\delta &= 0 \\ \varepsilon &= S\sin\theta/r\end{aligned}}$$

8.3.3 光流与表面取向

- 观察者在O，沿视线OR观察景物表面面元
- 将面元法线矢量$\boldsymbol{N}$分解到两个垂直的方向上
  - σ：在ZR平面中与OR的夹角
  - τ：在与ZR平面垂直的XY平面中与OR'的夹角

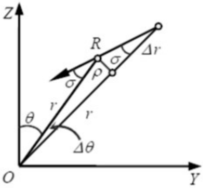


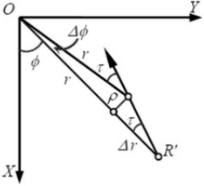
8.3.3 光流与表面取向

确定σ和τ

$$\rho / r = \tan\Delta\theta \approx \Delta\theta，\rho / \Delta r = \tan\sigma$$

$$\boxed{r\Delta\theta = \Delta r \tan\sigma} \qquad \boxed{r\Delta\phi = \Delta r \tan\tau}$$





8.3.3 光流与表面取向

取极限

$$r\Delta\theta = \tan\sigma\,\Delta r$$

$$r\Delta\phi = \tan\tau\,\Delta r$$

$$\cot\sigma = \left[\frac{1}{r}\right]\frac{\partial r}{\partial\theta}$$

$$\cot\tau = \left[\frac{1}{r}\right]\frac{\partial r}{\partial\phi}$$

先确定r，再求偏导

$$\frac{\partial r}{\partial\phi} = S\sin\theta\,\frac{-1}{\varepsilon^2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi}$$

$$r = \frac{S\sin\theta}{\varepsilon(\phi,\theta)}$$

$$\frac{\partial r}{\partial\theta} = S\left(\frac{\cos\theta}{\varepsilon} - \frac{\sin\theta}{\varepsilon^2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta}\right)$$

求取σ和τ

$$\boxed{\sigma = \operatorname{arccot}\left\{\cot\theta - \frac{\partial(\ln\varepsilon)}{\partial\theta}\right\}}$$

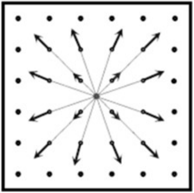
$$\boxed{\tau = \operatorname{arccot}\left[-\frac{\partial(\ln\varepsilon)}{\partial\phi}\right]}$$

8.3.4 光流与相对深度

利用光流对运动进行分析，可获得摄象机和目标间在世界坐标X，Y，Z方向的互速度u，v，w

一个点在t_0时坐标为X_0，Y_0，Z_0，则其图象坐标

$$(x, y) = \left(\frac{X_0 + ut}{Z_0 + wt}, \quad \frac{Y_0 + vt}{Z_0 + wt} \right)$$



该点与扩展焦点的距离为$D(t)$，该点的速度为$V(t)$，它们与光流参数的联系 $\dfrac{D(t)}{V(t)} = \dfrac{Z(t)}{w(t)}$

8.3.4　光流与相对深度

即距离函数
$$Z(t) = \frac{w(t)D(t)}{V(t)}$$

考虑图象上其他以相同速度*w*运动的点

$$\boxed{w(t) = \frac{Z(t)V(t)}{D(t)} = \frac{Z'(t)V'(t)}{D'(t)}}$$

相对距离
$$Z'(t) = \frac{Z(t)V(t)D'(t)}{D(t)V'(t)}$$

如能确定一个参考点，就可获得绝对距离

联 系 信 息

- ☞ 通信地址：北京清华大学电子工程系
- ☞ 邮政编码：100084
- ☞ 办公地址：清华大学，罗姆楼，6层305室
- ☞ 办公电话：(010) 62798540
- ☞ 传真号码：(010) 62770317
- ☞ 电子邮件：<u>zhang-yj@tsinghua.edu.cn</u>
- ☞ 个人主页：<u>oa.ee.tsinghua.edu.cn/~zhangyujin/</u>